Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Куйбышевского района Новосибирской области

«Средняя общеобразовательная школа № 3»

Автор: Вагнер Оксана Анатольевна,

учитель математики

высшей квалификационной категории

Методическая разработка элективного курса для 10-11 классов

**«Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!»**

**Пояснительная записка.**

Единый государственный экзамен по математике направлен на проверку базовых знаний выпускника в области алгебры и геометрии, умение применять их к решению различных задач, а также на выявление уровня владения различными математическими языками и навыков решения нестандартных задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма. Все проверяемые знания и навыки заложены в школьной программе, но даются в совершенно другой структуре, что усложняет подготовку к экзамену. Элективный курс «Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!» направлен на восполнение недостающих знаний, отработку приемов решения заданий различных типов и уровней сложности вне зависимости от формулировки. Курс составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и требований к уровню подготовки выпускников основной школы.

Структура курса отвечает цели построения системы дифференцированного обучения в современной школе. Программа элективного курса «Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!», для обучающихся старшей школы, нацелена на обеспечение личностной ориентации образовательного процесса в школе; представление возможности выбора учащимся в образовательном процессе значимых элементов содержания и соответствующих форм учебной деятельности; практическую ориентацию образовательного процесса, способствующих успешной подготовке учащихся к итоговой аттестации по математике в форме ЕГЭ.

Курс содержит теоретическое обоснование к каждому разделу геометрии, являющиеся небольшим справочником по теоретическому материалу, позволяющий систематизировать базовый уровень, теоретические знания учащихся. К темам курса подобраны задачи (см. приложения) различной трудности и тесты. Самостоятельные работы и тесты представлены в порядке возрастания трудности, переходя к достаточно сложным задачам, которые сопровождаются ответами. Тестовые задания позволяют своевременно провести коррекцию знаний учащихся и предупредить пробелы.

|  |  |
| --- | --- |
| Цель курса | Задачи курса |
| систематизировать знания учащихся по геометрии и развить предметные компетенции. | * систематизировать свойства геометрических тел в пространстве и на плоскости; * формировать общее мировоззрение учащихся, активизировать интерес старшеклассников к предмету «Геометрия»; * обобщить наиболее важные темы курса геометрии; * воспитывать самостоятельность, развивать логическое мышление; * готовить учащихся к проектной деятельности для дальнейшего развития социально активной, грамотной личности. |

Элективный курс рассчитан на 34 часа.

**Содержание курса:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Тема** | **Кол-во часов** |
| 1 | Введение | 1 |
| 2 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы | 5 |
| 3 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы | 5 |
| 4 | Многоугольники | 8 |
| 5 | Применение метода координат к решению задач | 2 |
| 6 | Стереометрия. Основные определения и теоремы | 2 |
| 7 | Многогранники. Основные формулы | 5 |
| 8 | Тела вращения | 5 |
| 9 | Подведение итогов | 1 |

**Планируемые результаты:**

|  |  |
| --- | --- |
| **личностные** | -сформированность ответственного отношения к учению, готовность и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учётом устойчивых познавательных интересов;  -сформированность целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;  -сформированность коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими, в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;  -умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры;  -представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;  -умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;  -способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений. |
| **метапредметные** | -умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;  -умение осуществлять контроль по результату и по способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы;  -умение создавать, применять и преобразовывать знаково - символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;  -умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;  -умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;  -умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера. |

***предметные:***

|  |  |
| --- | --- |
| **Выпускник научится:** | ***Выпускник получит возможность научиться:*** |
| Применять алгоритм решения основных задач;  Понимать планиметрические и стереометрические чертежи;  Распознавать на чертежах и моделях геометрические фигуры (треугольники и их частные виды, четырехугольники и их частные виды…, многоугольники, окружности и круг);  Выполнять чертеж по условию геометрической задачи;  Решать задачи на вычисление геометрических величин, проводя необходимую аргументацию;  Строить сечения геометрических тел. | *Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;*  *Применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;*  *применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения; доказывать геометрические утверждения* |

**Тематическое планирование**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ урока** | **Тема раздела** | **Содержание (предметное)** | **УУД** | **Виды деятельности** |
| 1. | Введение. | Применение геометрии в быту, науке, технике и искусстве. | П,Р,Л | Расширить мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества |
| 2-6 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы. | Теоремы: о существовании треугольника, о сумме углов, неравенство треугольника. Признаки равенства треугольников. Теоремы о биссектрисах, медианах, высотах, серединных перпендикулярах треугольников. Средняя линия треугольника. Теорема синусов, теорема косинусов, теорема тангенсов. Теорема Менелая. Решение треугольников. | Р,К | Применять определение, свойства и признаки треугольников и их элементов при решении задач на вычисление неизвестных величин, на доказательство. Решать треугольники с использованием теоремы Пифагора, теорем синуса и косинуса. |
| 7-11 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы. | Теорема о касательной к окружности. Теорема о вписанном угле. Следствие из теоремы. Теорема о хордах, равноотстоящих от центра. Теорема об угле между касательной и секущей.Теорема об угле между двумя секущими. Теорема о произведении секущей на ее внешнюю часть и следствие из нее. Дополнительные теоремы о касательных и хордах. Формулы. | П,К,Р | Применять теоремы о касательных, хордах, о вписанном угле и следствии из них при решении задач на вычисление неизвестных величин, на доказательство. Использовать формулы при решении задач. |
| 12-19 | Многоульники | Многоугольник выпуклый, невыпуклый. Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника и следствие из нее. Дополнительные теоремы для выпуклого четырехугольника. Виды четырехугольников, их свойства и признаки. | Р,П,К | Вычислять площади четырехугольников, многоугольников, используя отношения равновеликости и равносоставленности.  Распознавать на чертежах, рисунках, моделях и в окружающем мире плоские фигуры (выпуклые и невыпуклые многоугольники, четырехугольники и их виды) |
| 20-21 | Применение метода координат к решению задач. | Применение метода координат для нахождения угла между пересекающимися прямыми, для доказательства перпендикулярности двух прямых.  Итоговый тест по теме «Планиметрия» | Р,К,П,Л | Овладеть координатным методом решения задач на вычисление.  Приобрести опыт применения координатного метода при решении задач на вычисление и доказательство.  Контролировать и оценивать свою работу.  Ставить цели на следующий этап обучения. |
| 22-23 | Стереометрия. Основные определения и теоремы. | Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о перпендикулярности двух параллельных прямых плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол.Линейный угол двугранного угла. | Р,К,П | Использовать язык стереометрии для описания объектов окружающего мира. Формулировать свойства и признаки параллельности, перпендикулярности.  Находить параллельные прямые, прямые и плоскости, пары параллельных плоскостей, скрещивающиеся прямые на моделях и изображениях многогранников. Применять признаки и свойства параллельности и перпендикулярности при решении задач. Иллюстрировать теорему о трех перпендикулярах;  решать задачи на доказательство, построение  и вычисления, используя теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости, о трех перпендикулярах. |
| 24-28 | Многогранники. Основные формулы. | Многогранник. Призма. Пирамида. Усеченная пирамида. Формулы для нахождения площадей поверхности и объемов. Виды правильных многогранников, их компоненты. Теорема об отношении площадей оснований усеченной пирамиды. | Р,К,П | Распознавать на чертежах и моделях плоские и пространственные геометрические фигуры (пирамиды, призмы), соотносить трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями. Изображать простейшие многогранники (пирамиды, призмы).Строить сечения простейших многогранников методом следов. Применять свойства пространства  (аксиомы), следствия из них и теорему о пересечении двух плоскостей для решения простейших задач на построения изображений многогранников. |
| 29-33 | Тела вращения | Понятие тела вращения. Их виды: цилиндр, конус, шар. Формулы для нахождения площадей поверхностей и объемов тел вращения.. | Р,К,П | Формулировать определения тел вращения и изображать их. Находить неизвестные компоненты тел вращения, используя условия задачи. |
| 34 | Подведение итогов | Итоговый тест по теме «Стереометрия» | Р,Л | Контролировать и оценивать свою работу.Ставить цели на следующий этап обучения. |

**Разработки уроков:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема | Содержание |
| 1 | Введение | Применение геометрии в быту, науке, технике и искусстве |
| 2 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы | Приведем без доказательства ряд важных для решения задач по планиметрии утверждений, связанных с треугольником и его элементами.  **Т1.** Для существования треугольников со сторонами a, b и с (наибольший отрезок - с) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие с < а + b.  **Т2.** Сумма углов любого треугольника равна 180°.  **Т3.** Против большей стороны в треугольнике лежит больший угол. Против равных сторон лежат равные углы. Справедливо обратное утверждение.  **Т4.** Два треугольника равны между собой, если:  а) три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого;  б) две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого;  в) сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим углам другого.  К элементам треугольника относятся стороны, углы, высоты, биссектрисы, медианы, средние линии, а, b, с- стороны,  , ,  - стороны; , ,  - углы;  - высота на сторону ;  - биссектриса, проведенная к стороне ;  - медиана, проведенная к стороне  **Т5.** Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные сторонам, прилежащим к углу.  **Т6.** Биссектриса внутреннего угла треугольника есть геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла (биссектриса – ось симметрии сторон угла).  **Т7.** Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке – центре вписанной в треугольник окружности.  - радиус вписанной окружности.  **Т8.** Медианы треугольника пересекаются в одной точке - центре тяжести треугольника. Центр тяжести делит медианы в отношении 2:1, считая от вершины.  **Т9.** Высоты треугольника пересекаются в одной точке ортоцентре треугольника.  **Т10.** Средняя линия треугольника параллельна третьей его стороне и равна ее половине. ;  **Т11.** Серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной окружности.  радиус описанной окружности; точка  - центр.  Замечание. Для равностороннего треугольника центры вписанной и описанной окружностей, центр тяжести и ортоцентр совпадают. Для таких треугольников верны формулы: ; , где а - сторона треугольника.  Вспомним следующие формулы, связанные с треугольником к его элементами.  - периметр,  - полупериметр.  - формула Герона,  , , .  Сформулируем важное утверждение для прямоугольного треугольника.  **Т12.** Высота, опущенная из вершины прямого угла треугольника на гипотенузу, есть среднее геометрическое отрезков, на которые делится каждый катет.  Решение треугольников.  Задан прямоугольный треугольник.  с, b - катеты, а - гипотенуза. Основные отношения:  , ,  , , , .  Замечание. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.  Рассмотрим произвольный треугольник.  а, b, с - стороны, р - полупериметр, , ,  - углы,  R - радиус описанной окружности, r - радиус вписанной окружности, - высота на сторону с,  - медиана на сторону с.  Основные соотношения.  ,  **Теорема синусов:**  **Теорема косинусов:** ,  ,  **Теорема тангенсов:** ,  **Теорема Менелая.** Пусть прямая пересекает произвольный треугольник ABC, причем  - точка ее пересечения со стороной АВ,  -точка ее пересечения со стороной ВС и  - точка ее пересечения с продолжением стороны АС.  Доказать, что тогда .  Доказательство. Проведем через точку С прямую, параллельную АВ. Пусть К - точка ее пересечения с прямой . Треугольник  и  подобны. Значит,  (1)  Треугольники  и  подобны. Следовательно,  (2).  Из равенства (1) находим, что , а из равенства (2) . Отсюда:  *Задача 1.* Дан треугольник ABC, в котором ВМ - медиана. Точка Р лежит на стороне АВ. Точка Q - на стороне ВС, причем , . Отрезок РQ пересекает медиану ВМ в точке R. Найти  Решение. Прямая PQ не параллельная прямой АС, т.к. . Продолжим прямую до пересечения с АС в точке S. Запишем теорему Менелая (см. доказательство) для треугольника ABC и секущей PS:  .  Пусть AM = МС = х, тогда  Следовательно, , а .  Запишем теорему Менелая для треугольника АВМ и секущей PS:  ,  откуда и находим, что . Ответ: .  *Задача 2.* Дана пирамида SABC. Точки D и Е лежат соответственно на ребрах SA и SB, причем . Через точки D и Е проведена плоскость , параллельная ребру SC. В каком отношении делит плоскость  объем пирамиды?  Решение. Пусть ABCS - данная в условиях задачи пирамида (см. рис.). Обозначим через К и F точки, в которых плоскость . пересекает прямые СА и СВ соответственно. Прямые DK и CS лежат в плоскости АSС. Если они пересекаются, то их точка пересечения принадлежит одновременно прямой CS и плоскости , а это противоречит условию задачи: плоскость  параллельна ребру CS. Значит,  и точка К лежит на ребре СА. Аналогично доказывается, что  и точка F лежит на ребре ВС. Из доказанного выше следует, что треугольники BFE и AKD подобны соответственно треугольникам CBS и ACS. Поэтому ,  (1)  т.к.  и , то . А из (1), в частности, следует, что . Значит, четырехугольник EDKF- параллелограмм.  Многогранник ABFKDE составлен из трех пирамид: EKFB, EKDB, AKBD. Поэтому его объем , равен:  Пирамиды EKFB и EKDB имеют общую вершину В. Площади их оснований EKF и EKD равны (ЕК - диагональ параллелограмма EDKF). Поэтому  и  Обозначим через V объем пирамиды ABCS, через  и - расстояние от точек S и D до плоскости ABC соответственно. Так как , то . Имеем  Обозначим через  и  расстояние от точек А и К до плоскости BCS соответственно. Так как , то . Поэтому      Итак, . Тогда  и искомое отношение . Ответ:  *Задание для самост.работы* (см. приложение 1.) |
| 3 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы. | **Т1.** Прямая, проходящая через точку окружности, тогда и только тогда касается окружности, когда она перпендикулярная к радиусу, проведенному в эту точку. - касательная.  **Т2.** Равные хорды стягивают равные дуги, и обратно.  **Т3.** Хорды, равноотстоящие от центра, равны, и наоборот,  **Т4.** Угол, вписанный в окружность, измеряется половиной дуги, на которую он опирается.  Следствие. Угол, опирающийся на диаметр - прямой.  **Т5.** Угол между касательной и секущей, проходящей через точку касания, измеряется половиной дуги окружности, лежащей внутри измеряемого угла.  **Т6.** Угол с вершиной внутри круга измеряется полусуммой дуг  и , лежащих соответственно внутри данного угла и угла с ним вертикального.  В частности, если точка М совпадает с точкой О, то .  **Т7.** Угол, образованный двумя секущими, проведенными из внешней точки, измеряется полуразностью дуг  и , лежащих внутри его.  **Т8.** Произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной:  или касательная равна среднему геометрическому между секущей, проведенной из той же точки, и ее внешней частью.  Следствие. Для любой секущей, проведенной через данную точку А, произведение ее длины на внешнюю часть постоянно: (const).  **Т9.** Две касательные к окружности, проведенные из одной точки, равны между собой:  **Т10.** Если через точку (точка М, см. рис.), взятую внутри круга, проведено сколько угодно хорд (АВ, АF, ...), то произведение отрезков каждой хорды есть число постоянное для всех хорд.    В заключении параграфа напомним читателям основные формулы, связанные с окружностью:  , ,  ( - угол в градусах);  (- угол в радианах).  , (- угол в радианах).  *Задание для самостоятельной работы* (см. приложение 2.). |
| 4 | Многоугольники | Многоугольник (5-угольник) ABCDE - выпуклый. (показать)  Многоугольник (6-угольник)  - не является выпуклым. (показать)  **Т1.** Сумма внутренних углов выпуклого  - угольника равна , .  Следствие. Сумма всех внешних углов -угольника не зависит от числа его сторон и всегда равна четырем прямым . (углы на рис.).  Рассмотрим произвольный выпуклый четырехугольник () - ABCD. Если диагонали , ,  (точка  и  - середины диагоналей), то справедливы:  **Т2.** Сумма углов всякого выпуклого четырехугольника равна 360°.  **Т3.** Для всякого выпуклого четырехугольника  .  **Т4.** Площадь всякого выпуклого четырехугольника .  **Т5.** В четырехугольнике можно вписать окружность тогда и только тогда, когда .  **Т6.** Около четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда .  Частными случаями выпуклого четырехугольника являются: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция.  Параллелограмм.  а) ,  ; б) , ; в) , ; г) , ; д) ;  е) .  Ромб.  а) ,  ; б) , ; в) ;  г) , ; д) ;  е) ; ж) .  Заметим, что ромб – параллелограмм.  Прямоугольник.  Прямоугольник – это параллелограмм, поэтому свойства а, б, в, г, д, е сохраняются и добавляются  ж) ; з) ; и) .  Квадрат.  Квадрат – частный случай прямоугольника. У него все стороны равны: .  Трапеция.  а) ; б) , где  - средняя линия трапеции;  в) ;  Если в трапеции , такая трапеция называется равнобокая.  Заметим, что параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция – это выпуклые четырехугольники. Для них остаются в силе свойства сформулированные в теоремах.  *Задание для самостоятельной работы* (см. приложение 3.). |
| 5 | Применение метода координат к решению задач | Напомним некоторые утверждения и формулы метода координат.  Пусть на плоскости введена прямоугольная система координат  Каждая точка на плоскости определяется двумя числами -координатами - точка М(а, b}  Длина отрезка АВ, где точки  и  равны.  Если  (число), то ; .  Прямая линия на плоскости задается уравнением , где  - угловой коэффициент прямой, тангенс угла наклона прямой к положительной полуоси ;  - отрезок, отсекаемый прямой на оси .  Очевидно, что две прямые  и  параллельны, если  . Если же  и , то две прямые сливаются. Пусть две прямые заданы уравнениями  и  и , тогда прямые пересекаются. Точка их пересечения есть решение системы точка .  Используя известную формулу тригонометрии, можно найти угол между пересекающимися прямыми.  ,  По теореме: В треугольнике сумма двух внутренних углов равна внешнему углу, несмежному с ними. , .  или .  Из последней формулы следует признак перпендикулярности двух прямых. Это  или .  Отметим еще одну полезную формулу.  Рассмотрим три точки , ,  После преобразований .  Решим несколько задач, используя метод координат.  Пример 1. Прямоугольный треугольник разделен высотой, проведенной к гипотенузе, на два треугольника с площадями 384 см2 и 216см2. Найти гипотенузу.  Решение. Поместим заданный треугольник в систему координат , направляя его катеты по осям  и . Обозначим вершины треугольника точками , , где  и - пока неизвестные величины.  Для прямой . Отрезок на оси  равен , а  (из треугольника).  Уравнение прямой : . Для перпендикулярной прямой  , , a отрезок на оси  равен . Уравнение прямой : . Найдем координаты точки .  ; ;  Составляем и решаем систему уравнений (две площади  и .    , .  По теореме Пифагора гипотенуза равна см. Ответ: см.  Пример 2. Дан ромб . Его диагонали 3см и 4см. Из вершины тупого угла  проведены две высоты  и . Вычислить площадь четырехугольника .  Решение. Расположим ромб так, чтобы его диагонали (взаимно перпендикулярные) расположились по осям  и . Тогда вершины ромба имеют координаты: , , , .  Составим уравнения прямой .  Для нее , ; .  Для прямой : , . Найдем отрезок  проведя прямую через точку : . Итак, прямая : .  Найдем точку :  .  . Зная координаты трех вершин  найдем его площадь.    (см2) Ответ: (см2)  *Задание для самост. работы* (см. приложение 4.).  *Итоговый тест по теме «Планиметрия»* (см приложение 5.) |
| 6 | Стереометрия. Основные определения и теоремы. | **Т1.** Если прямая параллельна какой-нибудь прямой, расположенной на плоскости, то она параллельна этой плоскости.  **Т2.** Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, то линия пересечения параллельна первой прямой.  ,  - пересекающая плоскость  **Т3**. Если две параллельные плоскости пересечены третьей плоскостью, то линии пересечения параллельны. пл. пл. ,  - пересекающая плоскость .  **Т4.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.  пл. пл. .  **Т5**. Для того, чтобы прямая была перпендикулярна плоскости, необходимо и достаточно, чтобы она была перпендикулярная к двум произвольным непараллельным прямым, лежащим в этой плоскости.  пл. .  **Т6.** Для того, чтобы прямая, лежащая в плоскости, была перпендикулярная наклонной, необходимо и достаточно, чтобы эта прямая была перпендикулярна проекции наклонной. (Теорема о трех перпендикулярах).  .  **Т7.** Если две прямые перпендикулярны одной плоскости, то они параллельны между собой.  **Т8.** Если две плоскости перпендикулярны к одной прямой, то они параллельны между собой.  Напомним понятия угла между прямой и плоскостью и угла между плоскостями (двугранного).  Определение 1. Углом между наклонной и плоскостью называется угол между наклонной и ее проекцией на плоскость.    Определение 2. Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями, имеющими общую граничную прямую (см. рис.). Полуплоскости называются гранями, а их общая прямая -ребром двугранного угла. ,  - полуплоскости,  -прямая. Используются обозначения  или .  Определение 3. Пересечение двугранного угла и плоскости, перпендикулярной к его ребру, называется линейным углом двугранного угла.  Пусть  - двугранный угол, пл.   - линейный угол двугранного угла .  Определение 4. Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла. |
| 7 | Многогранники. Основные формулы | Определение. Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками.  1) Призма.  Различают призмы прямые и наклонные (по углу наклона бокового ребра к плоскости основания).  Прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник, называется правильной призмой.  (),,  Заметим, что многогранник называется правильным, если все его грани - равные правильные - угольники и из каждой вершины выходит одно и то же число ребер Призма, в основании которой лежит параллелограмм, называется параллелепипедом.  2) Пирамида  ,  (-площади боковых треугольных граней пирамиды).  Пирамида считается правильной, если основание ее - правильный многоугольник, а вершина проектируется в центр этого многоугольника.  Для правильной пирамиды  , Р - периметр основания,  - апофема пирамиды,  3) Усеченная пирамида  где , - площади оснований,  а - высота.  Для правильной усеченной пирамиды  , Р - периметр нижнего основания, р - периметр верхнего основания, - апофема боковой грани.  При решении задач на пирамиды бывает полезной  **Т1.** Если в пирамиде проведено сечение, параллельное основанию, то площади оснований обеих пирамид (т.е. площади оснований усеченной пирамиды) относятся, как квадраты соответствующих высот.    Пять правильных многогранников: тетраэдр (4 треугольника, 6 ребер, 4 вершины), куб (6 квадратов, 12 ребер, 8 вершин), октаэдр (8 треугольников, 12 ребер, 6 вершин), додекаэдр (12 пятиугольников, 30 ребер, 20 вершин), икосаэдр (20 треугольников, 30 ребер, 12 вершин). |
| 8 | Тела вращения | Определение. Круглые тела - тела, ограниченные поверхностями вращения.  1) Цилиндр.  ,  2) Прямой круговой конус  ,  (,  - радиусы оснований усеченного конуса),  ,  где , - площади оснований усеченного конуса.  3) Сфера, шар.  ,  , где  - высота пояса.  , где  - высота сегмента.  , ,где  - высота шарового сегмента.  *Задание для самост. работы* (см. приложение 6.) |
| 9 | Подведение итогов | *Итоговый тест* (см. приложение 7). |

**Литература:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Для учителя** | **Для учащихся** |
| 1. Александров А.Д. Выпуклые многогранники. М.: Просвещение, 1996. 2. Васильев Ю.С. и др. Математика. Учебно-практическое пособие. Челябинск, 2000. 3. Гаврилова Н.В. Поурочные разработки по геометрии 9 класс. М. ВАКО, 2005. 4. Денищева и др. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. М.: Интеллект-Центр, 2003. 5. Качановский М.И. Методические указания и контрольные работы по аналитической геометрии. Учпедгиз, 1990. 6. Корешкова Т.А. и др. Математика. Типовые тестовые задания. М.: Издательство «Экзамен», 2005. | 1. А.Л. Атанасян. Аналитическая геометрия. М.: Просвещение, 1999. 2. Атанасян Л.С. и Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для учащихся по геометрии. М.: Просвещение, 1999. 3. Геометрия. Доп. главы к шк. учеб. 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др / М.: Просвещение, 2000. 4. Геометрия. Доп. главы к шк. учеб. 9 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др / М.: Просвещение, 2001. |

# Приложения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема | Содержание |
| 1 | Решение задач на треугольники | 1. Площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе, вдвое больше площади исходного треугольника. Найти отношение его катетов. Ответ: .  2. Определить площадь треугольника, если две его стороны равны 35см и 14см, а биссектриса угла между ними равна 12см. Ответ:  3. Медианы треугольника равны 5см, 6см и 5см. Найти площадь этого треугольника. Ответ: (см2).  4. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4см и 5см. Найти площадь треугольника. Ответ: (см2).  5.Найти биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 24 и 18. Ответ: , .  6. Определить площадь треугольника, если основание его равно а, а углы при основании  и . Ответ: (см2). |
| 2 | Решение задач на окружность | 1. Центр равностороннего треугольника со стороной, равной 6см, совпадает с центром окружности радиуса 2см. Определить площадь части треугольника, лежащей вне этой окружности.  Ответ: (см2).  2. Криволинейный треугольник составлен тремя равными попарно касающимися дугами окружностей радиуса . Найти площадь треугольника. Ответ: (см2).  3. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки в 5см и 12см, Найти катеты.  Ответ: 8см и 15см.  4. В равнобедренном треугольнике основание равно 16см, а боковая сторона равна 10см. Вычислить радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.  Ответ: см, см, см.  5. В сектор радиуса  вписана окружность радиуса . Найти периметр сектора. Ответ: .  6. Концы диаметра удалены от касательной на расстоянии 16см и 6см. Найти длину диаметра. Ответ: см. |
| 3 | Решение задач на многоугольники | 1.В трапеции ABCD с длинами оснований AD =12см,ВС = 8см на луче ВС взята такая точка М,что AM делит трапецию на две равновеликие фигуры. Найти длину СМ. Ответ: СМ = 2,4см.  2. Найти диагональ и боковую сторону равнобокой трапеции с основаниями 20см и 12см, если известно, что центр описанной окружности лежит на большем основании. Ответ: см и см.  3. Около окружности с диаметром 15см описана равнобокая трапеция с боковой стороной 17см. Найти основания трапеции.  Ответ: см и см.  4. Периметр параллелограмма равен 90см, а острый угол содержит 60°. Диагональ делит тупой угол в отношении 1:3. Найти стороны. Ответ: 15см и 30см.  5. Длины диагоналей ромба относятся как 3:4, Во сколько раз площадь ромба больше площади вписанного в него круга? Ответ: .  6. Высота ромба равна 12см, а одна из его диагоналей равна 15см, Найти площадь ромба. Ответ: (см2).  7. Около окружности описана равнобокая трапеция, длины оснований которой равны 3 и 6. Найти радиус окружности.  Ответ: .  8. В трапецию вписан круг. Доказать, что отношение площади круга к площади трапеции равно отношению длины окружности к периметру трапеции.  9. В равнобедренной трапеции определить длину диагонали, если одна сторона ее равна 5см, а другие три равны каждая 4см. Ответ: см. |
| 4 | Метод координат | 1. Определить углы равнобедренного треугольника, если его площадь относится к площади квадрата, построенного на его основании как . Ответ: углы треугольника равны 30°, 30°, 120°.  2. Найти биссектрису прямого угла треугольника, у которого катеты равны 10см и 6см. Ответ: см.  3. Найти длины медиан треугольника, у которого одна сторона 10см; высота опущенная на указанную сторону, 4см; угол, прилежащий к указанной к стороне, равен 45°.  Ответ: медианы треугольника равны см, см, см. |
| 5 | Итоговый тест по теме «Планиметрия» | 1. Величина одного из углов треугольника равна 20°. Найти величину угла между биссектрисами двух других углов треугольника.  1) 80°; 2) 81°; 3) 82°; 4) 83°; 5) 84°.  2. Стороны четырехугольника относятся как 1:2:2:3, наименьшая из его, сторон равна 7. Найти периметр подобного ему четырехугольника, если его наибольшая сторона равна 10,5.  1)14; 2)21; 3)24,5; 4)28; 5)31,5.  3. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 20. Найти площадь этой трапеции.  1)20; 2)24; 3)28; 4)30; 5)32.  4. Два смежных угла относятся как 5:3. Разность этих углов равна 1)60°; 2)30°; 3)22,5°; 4)45°; 5)15°.  5. Средняя линия трапеции равна 24дм и делится диагональю на два отрезка, разность между которыми равна 6дм. Большее основание трапеции равно 1) 30дм; 2) 24дм; 3) 50дм; 4) 44дм; 5) 36дм.  6. Длины оснований трапеции относятся как 7:3 и различаются на 8. Найти длину средней линии трапеции.1)6; 2)10; 3)12; 4)8; 5)5.  7. Около круга описана трапеция со средней линией длиной 20см. Найти периметр трапеции. 1)40; 2)120; 3)100; 4)80; 5)60.  8. В равнобедренном треугольнике величина угла между высотой к основанию и боковой стороной на 18° меньше величины угла при основании. Найти величину угла при основании треугольника.  1) 50°; 2) 51°; 3) 52°; 4) 53°; 5) 54°.  9. В равнобедренном треугольнике основание 24см, боковая сторона 13см. Найти радиус окружности, описанной около треугольника. 1)2,4; 2); 3)2,5; 4)33,8; 5)16,9.  10. Длины сторон треугольника 13см, 14см, 15см. Найти площадь вписанного круга.1) 2) ; 3); 4) ; 5)  11. Сторона ромба 13см, а его большая диагональ 24см. Найти площадь ромба. 1) 120; 2) 240; 3) 60; 4) 169; 5) 156.  12. В прямоугольном треугольнике один катет 14 см, а радиус описанной окружности 25см. Найти второй катет.  1) 73,7; 2) 48; 3) 20,7; 4) 44; 5) 42.  13. Найти угол, составленный касательной и хордой, если хорда делит окружность на две части в отношении 3:7.  1) 108°; 2) 72°; 3) 54°; 4) 90°; 5) 36°.  14. Две касательные, проведенные к окружности из одной точки, образуют между собой угол 60°. Сумма длин касательных равна 20см. Найти расстояние между точками касания. 1)20; 2)5; 3)40; 4)30; 5)10. |
| 6 | Многогранники и тела вращения | 1. Образующая конуса равна  и составляет с основанием угол в  Найти объем конуса. Ответ: .  2. Найти объем конуса, если в его основании хорда  стягивает дугу , а высота составляет с образующей угол  .  Ответ:  3. Боковая поверхность цилиндра, будучи развернута, представляет собой прямоугольник, в котором диагональ равна  и составляет с основанием угол  . Найти объем цилиндра. Ответ: .  4. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб так, что четыре его вершины находятся на боковых ребрах пирамиды, а остальные четыре - в плоскости ее основания. Определить ребро куба, если высота пирамиды равна , а боковое ребро равно . Ответ: .  5. Прямой параллелепипед, имеющий в основании ромб со стороной  и острым углом , пересечен плоскостью, проходящей через вершину угла  и дающей в сечении ромб с острым углом . Определить площадь сечения. Ответ: .  6. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде даны: диагональ , двугранный угол  при нижнем основании и высота . Найти объем усеченной пирамиды. Ответ: .  7. В шар радиуса  вписаны прямая треугольная призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник с острым углом , и наибольшая ее боковая грань есть квадрат. Найти объем призмы. Ответ: . |
| 7 | Итоговый тест по теме «Стереометрия» | 1. Основание призмы - равнобедренная трапеция, диагонали которой взаимно перпендикулярны. Если высота призмы равна 6, а объем призмы - 96, то высота трапеции равна 1)1; 2)2; 3)4, 4)8; 5)16.  2. Основание прямоугольного параллелепипеда - квадрат. Найти объем параллелепипеда, если высота его равна 4, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  . 1) 36; 2) 28; 3) 32; 4) 40; 5) 42.  3. Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен 90°. Площадь боковой поверхности пирамиды равна 192. Найти радиус окружности, описанной около боковой грани пирамиды. 1) 11; 2) 6; 3) 12; 4) 8; 5) 10.  4. Площадь осевого сечения прямого кругового цилиндра равна 24. Найти площадь его боковой поверхности. 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  5. Образующая прямого кругового конуса равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найти объем конуса.  1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  6. В правильной треугольной призме  проведено сечение через вершину  и ребро . Если сторона основания призмы равна 20, а боковое ребро - 21, то периметр сечения равен 1) 69; 2) 78; 3) 62; 4) 124; 5) 61.  7. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, а апофема - 9, следовательно, высота пирамиды равна  1) ; 2); 3) ; 4) ; 5) .  8. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 3, 4 и 5. Тогда ее объем равен 1) 60; 2) 40; 3) 30; 4) 20; 5) 10.  9. Образующая цилиндра равна 21, а диагональ осевого сечения - 29. Следовательно, радиус основания цилиндра равен  1) 21; 2) 18; 3) 24; 4) 14; 5) 10.  10. Прямоугольник со сторонами 8 и 4 вращается вокруг меньшей стороны. Следовательно, площадь поверхности тела вращения равна  1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  11. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 40 и 9, а угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью основания равен 60°. Тогда высота параллелепипеда равна  1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  12. Если высота правильной шестиугольной пирамиды равна 2, а ребро основания - 2, то площадь ее боковой поверхности равна  1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  13. Образующая конуса равна 8, а угол между ней и плоскостью основания равен 60°. Тогда длина окружности основания равна  1) ; 2)  3)  4) ; 5) .  14. Шар с центром в точке  касается плоскости в точке . Если точка #лежит в плоскости касания,  и , то объем шара равен 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .  ОТВЕТЫ.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | 3 | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 2 | |