Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Куйбышевского района Новосибирской области

 «Средняя общеобразовательная школа № 3»

Автор: Вагнер Оксана Анатольевна,

учитель математики

высшей квалификационной категории

Методическая разработка элективного курса для 10-11 классов

 **«Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!»**

**Пояснительная записка.**

Единый государственный экзамен по математике направлен на проверку базовых знаний выпускника в области алгебры и геометрии, умение применять их к решению различных задач, а также на выявление уровня владения различными математическими языками и навыков решения нестандартных задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма. Все проверяемые знания и навыки заложены в школьной программе, но даются в совершенно другой структуре, что усложняет подготовку к экзамену. Элективный курс «Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!» направлен на восполнение недостающих знаний, отработку приемов решения заданий различных типов и уровней сложности вне зависимости от формулировки. Курс составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и требований к уровню подготовки выпускников основной школы.

Структура курса отвечает цели построения системы дифференцированного обучения в современной школе. Программа элективного курса «Геометрия на ЕГЭ: справлюсь!», для обучающихся старшей школы, нацелена на обеспечение личностной ориентации образовательного процесса в школе; представление возможности выбора учащимся в образовательном процессе значимых элементов содержания и соответствующих форм учебной деятельности; практическую ориентацию образовательного процесса, способствующих успешной подготовке учащихся к итоговой аттестации по математике в форме ЕГЭ.

Курс содержит теоретическое обоснование к каждому разделу геометрии, являющиеся небольшим справочником по теоретическому материалу, позволяющий систематизировать базовый уровень, теоретические знания учащихся. К темам курса подобраны задачи (см. приложения) различной трудности и тесты. Самостоятельные работы и тесты представлены в порядке возрастания трудности, переходя к достаточно сложным задачам, которые сопровождаются ответами. Тестовые задания позволяют своевременно провести коррекцию знаний учащихся и предупредить пробелы.

|  |  |
| --- | --- |
| Цель курса | Задачи курса |
| систематизировать знания учащихся по геометрии и развить предметные компетенции. | * систематизировать свойства геометрических тел в пространстве и на плоскости;
* формировать общее мировоззрение учащихся, активизировать интерес старшеклассников к предмету «Геометрия»;
* обобщить наиболее важные темы курса геометрии;
* воспитывать самостоятельность, развивать логическое мышление;
* готовить учащихся к проектной деятельности для дальнейшего развития социально активной, грамотной личности.
 |

Элективный курс рассчитан на 34 часа.

**Содержание курса:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Тема** | **Кол-во часов** |
| 1 | Введение | 1 |
| 2 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы | 5 |
| 3 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы | 5 |
| 4 | Многоугольники | 8 |
| 5 | Применение метода координат к решению задач | 2 |
| 6 | Стереометрия. Основные определения и теоремы | 2 |
| 7 | Многогранники. Основные формулы | 5 |
| 8 | Тела вращения | 5 |
| 9 | Подведение итогов | 1 |

**Планируемые результаты:**

|  |  |
| --- | --- |
| **личностные** | -сформированность ответственного отношения к учению, готовность и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учётом устойчивых познавательных интересов;-сформированность целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;-сформированность коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими, в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;-умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры;-представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;-умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;-способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений. |
| **метапредметные** | -умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;-умение осуществлять контроль по результату и по способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы;-умение создавать, применять и преобразовывать знаково - символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;-умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;-умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;-умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера. |

***предметные:***

|  |  |
| --- | --- |
| **Выпускник научится:** | ***Выпускник получит возможность научиться:*** |
| Применять алгоритм решения основных задач;Понимать планиметрические и стереометрические чертежи;Распознавать на чертежах и моделях геометрические фигуры (треугольники и их частные виды, четырехугольники и их частные виды…, многоугольники, окружности и круг);Выполнять чертеж по условию геометрической задачи;Решать задачи на вычисление геометрических величин, проводя необходимую аргументацию; Строить сечения геометрических тел. | *Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;**Применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;**применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения; доказывать геометрические утверждения* |

**Тематическое планирование**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ урока** | **Тема раздела** | **Содержание (предметное)** | **УУД** | **Виды деятельности** |
| 1. | Введение. | Применение геометрии в быту, науке, технике и искусстве. | П,Р,Л | Расширить мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества |
| 2-6 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы. | Теоремы: о существовании треугольника, о сумме углов, неравенство треугольника. Признаки равенства треугольников. Теоремы о биссектрисах, медианах, высотах, серединных перпендикулярах треугольников. Средняя линия треугольника. Теорема синусов, теорема косинусов, теорема тангенсов. Теорема Менелая. Решение треугольников. | Р,К | Применять определение, свойства и признаки треугольников и их элементов при решении задач на вычисление неизвестных величин, на доказательство. Решать треугольники с использованием теоремы Пифагора, теорем синуса и косинуса. |
| 7-11 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы. | Теорема о касательной к окружности. Теорема о вписанном угле. Следствие из теоремы. Теорема о хордах, равноотстоящих от центра. Теорема об угле между касательной и секущей.Теорема об угле между двумя секущими. Теорема о произведении секущей на ее внешнюю часть и следствие из нее. Дополнительные теоремы о касательных и хордах. Формулы. | П,К,Р | Применять теоремы о касательных, хордах, о вписанном угле и следствии из них при решении задач на вычисление неизвестных величин, на доказательство. Использовать формулы при решении задач. |
| 12-19 | Многоульники | Многоугольник выпуклый, невыпуклый. Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника и следствие из нее. Дополнительные теоремы для выпуклого четырехугольника. Виды четырехугольников, их свойства и признаки. | Р,П,К | Вычислять площади четырехугольников, многоугольников, используя отношения равновеликости и равносоставленности.Распознавать на чертежах, рисунках, моделях и в окружающем мире плоские фигуры (выпуклые и невыпуклые многоугольники, четырехугольники и их виды) |
| 20-21 | Применение метода координат к решению задач. | Применение метода координат для нахождения угла между пересекающимися прямыми, для доказательства перпендикулярности двух прямых.Итоговый тест по теме «Планиметрия» | Р,К,П,Л | Овладеть координатным методом решения задач на вычисление. Приобрести опыт применения координатного метода при решении задач на вычисление и доказательство.Контролировать и оценивать свою работу.Ставить цели на следующий этап обучения. |
| 22-23 | Стереометрия. Основные определения и теоремы.  | Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о перпендикулярности двух параллельных прямых плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол.Линейный угол двугранного угла. | Р,К,П | Использовать язык стереометрии для описания объектов окружающего мира. Формулировать свойства и признаки параллельности, перпендикулярности. Находить параллельные прямые, прямые и плоскости, пары параллельных плоскостей, скрещивающиеся прямые на моделях и изображениях многогранников. Применять признаки и свойства параллельности и перпендикулярности при решении задач. Иллюстрировать теорему о трех перпендикулярах; решать задачи на доказательство, построениеи вычисления, используя теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости, о трех перпендикулярах. |
| 24-28 | Многогранники. Основные формулы. | Многогранник. Призма. Пирамида. Усеченная пирамида. Формулы для нахождения площадей поверхности и объемов. Виды правильных многогранников, их компоненты. Теорема об отношении площадей оснований усеченной пирамиды.  | Р,К,П | Распознавать на чертежах и моделях плоские и пространственные геометрические фигуры (пирамиды, призмы), соотносить трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями. Изображать простейшие многогранники (пирамиды, призмы).Строить сечения простейших многогранников методом следов. Применять свойства пространства(аксиомы), следствия из них и теорему о пересечении двух плоскостей для решения простейших задач на построения изображений многогранников. |
| 29-33 | Тела вращения | Понятие тела вращения. Их виды: цилиндр, конус, шар. Формулы для нахождения площадей поверхностей и объемов тел вращения.. | Р,К,П | Формулировать определения тел вращения и изображать их. Находить неизвестные компоненты тел вращения, используя условия задачи. |
| 34 | Подведение итогов | Итоговый тест по теме «Стереометрия» | Р,Л | Контролировать и оценивать свою работу.Ставить цели на следующий этап обучения. |

**Разработки уроков:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема | Содержание |
| 1 | Введение | Применение геометрии в быту, науке, технике и искусстве |
| 2 | Треугольник, его элементы, основные элементы и формулы | Приведем без доказательства ряд важных для решения задач по планиметрии утверждений, связанных с треугольником и его элементами.**Т1.** Для существования треугольников со сторонами a, b и с (наибольший отрезок - с) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие с < а + b.**Т2.** Сумма углов любого треугольника равна 180°.**Т3.** Против большей стороны в треугольнике лежит больший угол. Против равных сторон лежат равные углы. Справедливо обратное утверждение. **Т4.** Два треугольника равны между собой, если:а) три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого; б) две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого;в) сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим углам другого.К элементам треугольника относятся стороны, углы, высоты, биссектрисы, медианы, средние линии, а, b, с- стороны,, ,  - стороны; , ,  - углы;  - высота на сторону ;  - биссектриса, проведенная к стороне ;  - медиана, проведенная к стороне  **Т5.** Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные сторонам, прилежащим к углу. **Т6.** Биссектриса внутреннего угла треугольника есть геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла (биссектриса – ось симметрии сторон угла).**Т7.** Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке – центре вписанной в треугольник окружности. - радиус вписанной окружности.**Т8.** Медианы треугольника пересекаются в одной точке - центре тяжести треугольника. Центр тяжести делит медианы в отношении 2:1, считая от вершины. **Т9.** Высоты треугольника пересекаются в одной точке ортоцентре треугольника.**Т10.** Средняя линия треугольника параллельна третьей его стороне и равна ее половине. ; **Т11.** Серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной окружности.  радиус описанной окружности; точка  - центр.Замечание. Для равностороннего треугольника центры вписанной и описанной окружностей, центр тяжести и ортоцентр совпадают. Для таких треугольников верны формулы: ; , где а - сторона треугольника.Вспомним следующие формулы, связанные с треугольником к его элементами. - периметр,  - полупериметр.- формула Герона,, , .Сформулируем важное утверждение для прямоугольного треугольника.**Т12.** Высота, опущенная из вершины прямого угла треугольника на гипотенузу, есть среднее геометрическое отрезков, на которые делится каждый катет. Решение треугольников.Задан прямоугольный треугольник. с, b - катеты, а - гипотенуза. Основные отношения:, , , , , .Замечание. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.Рассмотрим произвольный треугольник. а, b, с - стороны, р - полупериметр, , ,  - углы,R - радиус описанной окружности, r - радиус вписанной окружности, - высота на сторону с,  - медиана на сторону с.Основные соотношения. , **Теорема синусов:** **Теорема косинусов:** , , **Теорема тангенсов:** , **Теорема Менелая.** Пусть прямая пересекает произвольный треугольник ABC, причем  - точка ее пересечения со стороной АВ,  -точка ее пересечения со стороной ВС и  - точка ее пересечения с продолжением стороны АС.Доказать, что тогда .Доказательство. Проведем через точку С прямую, параллельную АВ. Пусть К - точка ее пересечения с прямой . Треугольник  и  подобны. Значит,  (1)Треугольники  и  подобны. Следовательно,  (2).Из равенства (1) находим, что , а из равенства (2) . Отсюда: *Задача 1.* Дан треугольник ABC, в котором ВМ - медиана. Точка Р лежит на стороне АВ. Точка Q - на стороне ВС, причем , . Отрезок РQ пересекает медиану ВМ в точке R. Найти Решение. Прямая PQ не параллельная прямой АС, т.к. . Продолжим прямую до пересечения с АС в точке S. Запишем теорему Менелая (см. доказательство) для треугольника ABC и секущей PS:.Пусть AM = МС = х, тогда Следовательно, , а .Запишем теорему Менелая для треугольника АВМ и секущей PS:,откуда и находим, что . Ответ: .*Задача 2.* Дана пирамида SABC. Точки D и Е лежат соответственно на ребрах SA и SB, причем . Через точки D и Е проведена плоскость , параллельная ребру SC. В каком отношении делит плоскость  объем пирамиды?Решение. Пусть ABCS - данная в условиях задачи пирамида (см. рис.). Обозначим через К и F точки, в которых плоскость . пересекает прямые СА и СВ соответственно. Прямые DK и CS лежат в плоскости АSС. Если они пересекаются, то их точка пересечения принадлежит одновременно прямой CS и плоскости , а это противоречит условию задачи: плоскость  параллельна ребру CS. Значит,  и точка К лежит на ребре СА. Аналогично доказывается, что  и точка F лежит на ребре ВС. Из доказанного выше следует, что треугольники BFE и AKD подобны соответственно треугольникам CBS и ACS. Поэтому ,  (1)т.к.  и , то . А из (1), в частности, следует, что . Значит, четырехугольник EDKF- параллелограмм.Многогранник ABFKDE составлен из трех пирамид: EKFB, EKDB, AKBD. Поэтому его объем , равен: Пирамиды EKFB и EKDB имеют общую вершину В. Площади их оснований EKF и EKD равны (ЕК - диагональ параллелограмма EDKF). Поэтому  и Обозначим через V объем пирамиды ABCS, через  и - расстояние от точек S и D до плоскости ABC соответственно. Так как , то . Имеем Обозначим через  и  расстояние от точек А и К до плоскости BCS соответственно. Так как , то . ПоэтомуИтак, . Тогда  и искомое отношение . Ответ: *Задание для самост.работы* (см. приложение 1.) |
| 3 | Окружность. Касательная и хорда. Теоремы и формулы. | **Т1.** Прямая, проходящая через точку окружности, тогда и только тогда касается окружности, когда она перпендикулярная к радиусу, проведенному в эту точку. - касательная.**Т2.** Равные хорды стягивают равные дуги, и обратно. **Т3.** Хорды, равноотстоящие от центра, равны, и наоборот, **Т4.** Угол, вписанный в окружность, измеряется половиной дуги, на которую он опирается.  Следствие. Угол, опирающийся на диаметр - прямой.**Т5.** Угол между касательной и секущей, проходящей через точку касания, измеряется половиной дуги окружности, лежащей внутри измеряемого угла. **Т6.** Угол с вершиной внутри круга измеряется полусуммой дуг  и , лежащих соответственно внутри данного угла и угла с ним вертикального. В частности, если точка М совпадает с точкой О, то .**Т7.** Угол, образованный двумя секущими, проведенными из внешней точки, измеряется полуразностью дуг  и , лежащих внутри его. **Т8.** Произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной:  или касательная равна среднему геометрическому между секущей, проведенной из той же точки, и ее внешней частью.Следствие. Для любой секущей, проведенной через данную точку А, произведение ее длины на внешнюю часть постоянно: (const).**Т9.** Две касательные к окружности, проведенные из одной точки, равны между собой: **Т10.** Если через точку (точка М, см. рис.), взятую внутри круга, проведено сколько угодно хорд (АВ, АF, ...), то произведение отрезков каждой хорды есть число постоянное для всех хорд.В заключении параграфа напомним читателям основные формулы, связанные с окружностью:, ,  ( - угол в градусах); (- угол в радианах)., (- угол в радианах).*Задание для самостоятельной работы* (см. приложение 2.). |
| 4 | Многоугольники | Многоугольник (5-угольник) ABCDE - выпуклый. (показать)Многоугольник (6-угольник)  - не является выпуклым. (показать)**Т1.** Сумма внутренних углов выпуклого  - угольника равна , .Следствие. Сумма всех внешних углов -угольника не зависит от числа его сторон и всегда равна четырем прямым . (углы на рис.).Рассмотрим произвольный выпуклый четырехугольник () - ABCD. Если диагонали , ,  (точка  и  - середины диагоналей), то справедливы:**Т2.** Сумма углов всякого выпуклого четырехугольника равна 360°.**Т3.** Для всякого выпуклого четырехугольника.**Т4.** Площадь всякого выпуклого четырехугольника .**Т5.** В четырехугольнике можно вписать окружность тогда и только тогда, когда .**Т6.** Около четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда .Частными случаями выпуклого четырехугольника являются: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция.Параллелограмм.а) ,  ; б) , ; в) , ; г) , ; д) ;е) .Ромб.а) ,  ; б) , ; в) ;г) , ; д) ; е) ; ж) .Заметим, что ромб – параллелограмм.Прямоугольник. Прямоугольник – это параллелограмм, поэтому свойства а, б, в, г, д, е сохраняются и добавляютсяж) ; з) ; и) .Квадрат.Квадрат – частный случай прямоугольника. У него все стороны равны: . Трапеция. а) ; б) , где  - средняя линия трапеции;в) ;Если в трапеции , такая трапеция называется равнобокая. Заметим, что параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция – это выпуклые четырехугольники. Для них остаются в силе свойства сформулированные в теоремах.*Задание для самостоятельной работы* (см. приложение 3.). |
| 5 | Применение метода координат к решению задач | Напомним некоторые утверждения и формулы метода координат.Пусть на плоскости введена прямоугольная система координат  Каждая точка на плоскости определяется двумя числами -координатами - точка М(а, b} Длина отрезка АВ, где точки  и  равны.  Если  (число), то ; .Прямая линия на плоскости задается уравнением , где  - угловой коэффициент прямой, тангенс угла наклона прямой к положительной полуоси ;  - отрезок, отсекаемый прямой на оси .Очевидно, что две прямые  и  параллельны, если  . Если же  и , то две прямые сливаются. Пусть две прямые заданы уравнениями  и  и , тогда прямые пересекаются. Точка их пересечения есть решение системы точка .Используя известную формулу тригонометрии, можно найти угол между пересекающимися прямыми.  , По теореме: В треугольнике сумма двух внутренних углов равна внешнему углу, несмежному с ними. , . или .Из последней формулы следует признак перпендикулярности двух прямых. Это  или .Отметим еще одну полезную формулу.Рассмотрим три точки , , После преобразований .Решим несколько задач, используя метод координат.Пример 1. Прямоугольный треугольник разделен высотой, проведенной к гипотенузе, на два треугольника с площадями 384 см2 и 216см2. Найти гипотенузу.Решение. Поместим заданный треугольник в систему координат , направляя его катеты по осям  и . Обозначим вершины треугольника точками , , где  и - пока неизвестные величины.Для прямой . Отрезок на оси  равен , а  (из треугольника).Уравнение прямой : . Для перпендикулярной прямой , , a отрезок на оси  равен . Уравнение прямой : . Найдем координаты точки .; ;Составляем и решаем систему уравнений (две площади  и .       , .По теореме Пифагора гипотенуза равна см. Ответ: см.Пример 2. Дан ромб . Его диагонали 3см и 4см. Из вершины тупого угла  проведены две высоты  и . Вычислить площадь четырехугольника .Решение. Расположим ромб так, чтобы его диагонали (взаимно перпендикулярные) расположились по осям  и . Тогда вершины ромба имеют координаты: , , , .Составим уравнения прямой . Для нее , ; .Для прямой : , . Найдем отрезок  проведя прямую через точку : . Итак, прямая : . Найдем точку :  .  . Зная координаты трех вершин  найдем его площадь.(см2) Ответ: (см2)*Задание для самост. работы* (см. приложение 4.).*Итоговый тест по теме «Планиметрия»* (см приложение 5.) |
| 6 | Стереометрия. Основные определения и теоремы. | **Т1.** Если прямая параллельна какой-нибудь прямой, расположенной на плоскости, то она параллельна этой плоскости. **Т2.** Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, то линия пересечения параллельна первой прямой.,  - пересекающая плоскость  **Т3**. Если две параллельные плоскости пересечены третьей плоскостью, то линии пересечения параллельны. пл. пл. ,  - пересекающая плоскость .**Т4.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны. пл. пл. .**Т5**. Для того, чтобы прямая была перпендикулярна плоскости, необходимо и достаточно, чтобы она была перпендикулярная к двум произвольным непараллельным прямым, лежащим в этой плоскости.  пл. .**Т6.** Для того, чтобы прямая, лежащая в плоскости, была перпендикулярная наклонной, необходимо и достаточно, чтобы эта прямая была перпендикулярна проекции наклонной. (Теорема о трех перпендикулярах). .**Т7.** Если две прямые перпендикулярны одной плоскости, то они параллельны между собой.**Т8.** Если две плоскости перпендикулярны к одной прямой, то они параллельны между собой.Напомним понятия угла между прямой и плоскостью и угла между плоскостями (двугранного).Определение 1. Углом между наклонной и плоскостью называется угол между наклонной и ее проекцией на плоскость.Определение 2. Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями, имеющими общую граничную прямую (см. рис.). Полуплоскости называются гранями, а их общая прямая -ребром двугранного угла. ,  - полуплоскости,  -прямая. Используются обозначения  или .Определение 3. Пересечение двугранного угла и плоскости, перпендикулярной к его ребру, называется линейным углом двугранного угла.Пусть  - двугранный угол, пл.   - линейный угол двугранного угла .Определение 4. Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла. |
| 7 | Многогранники. Основные формулы | Определение. Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. 1) Призма.Различают призмы прямые и наклонные (по углу наклона бокового ребра к плоскости основания).Прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник, называется правильной призмой.(),, Заметим, что многогранник называется правильным, если все его грани - равные правильные - угольники и из каждой вершины выходит одно и то же число ребер Призма, в основании которой лежит параллелограмм, называется параллелепипедом.2) Пирамида,  (-площади боковых треугольных граней пирамиды).Пирамида считается правильной, если основание ее - правильный многоугольник, а вершина проектируется в центр этого многоугольника.Для правильной пирамиды, Р - периметр основания,  - апофема пирамиды, 3) Усеченная пирамидагде , - площади оснований,а - высота.Для правильной усеченной пирамиды, Р - периметр нижнего основания, р - периметр верхнего основания, - апофема боковой грани.При решении задач на пирамиды бывает полезной**Т1.** Если в пирамиде проведено сечение, параллельное основанию, то площади оснований обеих пирамид (т.е. площади оснований усеченной пирамиды) относятся, как квадраты соответствующих высот.Пять правильных многогранников: тетраэдр (4 треугольника, 6 ребер, 4 вершины), куб (6 квадратов, 12 ребер, 8 вершин), октаэдр (8 треугольников, 12 ребер, 6 вершин), додекаэдр (12 пятиугольников, 30 ребер, 20 вершин), икосаэдр (20 треугольников, 30 ребер, 12 вершин). |
| 8 | Тела вращения | Определение. Круглые тела - тела, ограниченные поверхностями вращения.1) Цилиндр., 2) Прямой круговой конус , (,  - радиусы оснований усеченного конуса),, где , - площади оснований усеченного конуса.3) Сфера, шар. ,  , где  - высота пояса., где  - высота сегмента., ,где  - высота шарового сегмента.*Задание для самост. работы* (см. приложение 6.) |
| 9 | Подведение итогов | *Итоговый тест* (см. приложение 7). |

**Литература:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Для учителя** | **Для учащихся** |
| 1. Александров А.Д. Выпуклые многогранники. М.: Просвещение, 1996.
2. Васильев Ю.С. и др. Математика. Учебно-практическое пособие. Челябинск, 2000.
3. Гаврилова Н.В. Поурочные разработки по геометрии 9 класс. М. ВАКО, 2005.
4. Денищева и др. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. М.: Интеллект-Центр, 2003.
5. Качановский М.И. Методические указания и контрольные работы по аналитической геометрии. Учпедгиз, 1990.
6. Корешкова Т.А. и др. Математика. Типовые тестовые задания. М.: Издательство «Экзамен», 2005.
 | 1. А.Л. Атанасян. Аналитическая геометрия. М.: Просвещение, 1999.
2. Атанасян Л.С. и Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для учащихся по геометрии. М.: Просвещение, 1999.
3. Геометрия. Доп. главы к шк. учеб. 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др / М.: Просвещение, 2000.
4. Геометрия. Доп. главы к шк. учеб. 9 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др / М.: Просвещение, 2001.
 |

# Приложения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема | Содержание |
| 1 | Решение задач на треугольники | 1. Площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе, вдвое больше площади исходного треугольника. Найти отношение его катетов. Ответ: .2. Определить площадь треугольника, если две его стороны равны 35см и 14см, а биссектриса угла между ними равна 12см. Ответ: 3. Медианы треугольника равны 5см, 6см и 5см. Найти площадь этого треугольника. Ответ: (см2).4. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4см и 5см. Найти площадь треугольника. Ответ: (см2).5.Найти биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 24 и 18. Ответ: , .6. Определить площадь треугольника, если основание его равно а, а углы при основании  и . Ответ: (см2). |
| 2 | Решение задач на окружность | 1. Центр равностороннего треугольника со стороной, равной 6см, совпадает с центром окружности радиуса 2см. Определить площадь части треугольника, лежащей вне этой окружности.Ответ: (см2).2. Криволинейный треугольник составлен тремя равными попарно касающимися дугами окружностей радиуса . Найти площадь треугольника. Ответ: (см2).3. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки в 5см и 12см, Найти катеты.Ответ: 8см и 15см.4. В равнобедренном треугольнике основание равно 16см, а боковая сторона равна 10см. Вычислить радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.Ответ: см, см, см.5. В сектор радиуса  вписана окружность радиуса . Найти периметр сектора. Ответ: .6. Концы диаметра удалены от касательной на расстоянии 16см и 6см. Найти длину диаметра. Ответ: см. |
| 3 | Решение задач на многоугольники | 1.В трапеции ABCD с длинами оснований AD =12см,ВС = 8см на луче ВС взята такая точка М,что AM делит трапецию на две равновеликие фигуры. Найти длину СМ. Ответ: СМ = 2,4см.2. Найти диагональ и боковую сторону равнобокой трапеции с основаниями 20см и 12см, если известно, что центр описанной окружности лежит на большем основании. Ответ: см и см.3. Около окружности с диаметром 15см описана равнобокая трапеция с боковой стороной 17см. Найти основания трапеции.Ответ: см и см.4. Периметр параллелограмма равен 90см, а острый угол содержит 60°. Диагональ делит тупой угол в отношении 1:3. Найти стороны. Ответ: 15см и 30см.5. Длины диагоналей ромба относятся как 3:4, Во сколько раз площадь ромба больше площади вписанного в него круга? Ответ: .6. Высота ромба равна 12см, а одна из его диагоналей равна 15см, Найти площадь ромба. Ответ: (см2).7. Около окружности описана равнобокая трапеция, длины оснований которой равны 3 и 6. Найти радиус окружности.Ответ: .8. В трапецию вписан круг. Доказать, что отношение площади круга к площади трапеции равно отношению длины окружности к периметру трапеции.9. В равнобедренной трапеции определить длину диагонали, если одна сторона ее равна 5см, а другие три равны каждая 4см. Ответ: см. |
| 4 | Метод координат | 1. Определить углы равнобедренного треугольника, если его площадь относится к площади квадрата, построенного на его основании как . Ответ: углы треугольника равны 30°, 30°, 120°.2. Найти биссектрису прямого угла треугольника, у которого катеты равны 10см и 6см. Ответ: см.3. Найти длины медиан треугольника, у которого одна сторона 10см; высота опущенная на указанную сторону, 4см; угол, прилежащий к указанной к стороне, равен 45°.Ответ: медианы треугольника равны см, см, см. |
| 5 | Итоговый тест по теме «Планиметрия» | 1. Величина одного из углов треугольника равна 20°. Найти величину угла между биссектрисами двух других углов треугольника.1) 80°; 2) 81°; 3) 82°; 4) 83°; 5) 84°.2. Стороны четырехугольника относятся как 1:2:2:3, наименьшая из его, сторон равна 7. Найти периметр подобного ему четырехугольника, если его наибольшая сторона равна 10,5.1)14; 2)21; 3)24,5; 4)28; 5)31,5.3. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 20. Найти площадь этой трапеции.1)20; 2)24; 3)28; 4)30; 5)32.4. Два смежных угла относятся как 5:3. Разность этих углов равна 1)60°; 2)30°; 3)22,5°; 4)45°; 5)15°.5. Средняя линия трапеции равна 24дм и делится диагональю на два отрезка, разность между которыми равна 6дм. Большее основание трапеции равно 1) 30дм; 2) 24дм; 3) 50дм; 4) 44дм; 5) 36дм.6. Длины оснований трапеции относятся как 7:3 и различаются на 8. Найти длину средней линии трапеции.1)6; 2)10; 3)12; 4)8; 5)5.7. Около круга описана трапеция со средней линией длиной 20см. Найти периметр трапеции. 1)40; 2)120; 3)100; 4)80; 5)60.8. В равнобедренном треугольнике величина угла между высотой к основанию и боковой стороной на 18° меньше величины угла при основании. Найти величину угла при основании треугольника.1) 50°; 2) 51°; 3) 52°; 4) 53°; 5) 54°.9. В равнобедренном треугольнике основание 24см, боковая сторона 13см. Найти радиус окружности, описанной около треугольника. 1)2,4; 2); 3)2,5; 4)33,8; 5)16,9.10. Длины сторон треугольника 13см, 14см, 15см. Найти площадь вписанного круга.1) 2) ; 3); 4) ; 5) 11. Сторона ромба 13см, а его большая диагональ 24см. Найти площадь ромба. 1) 120; 2) 240; 3) 60; 4) 169; 5) 156.12. В прямоугольном треугольнике один катет 14 см, а радиус описанной окружности 25см. Найти второй катет.1) 73,7; 2) 48; 3) 20,7; 4) 44; 5) 42.13. Найти угол, составленный касательной и хордой, если хорда делит окружность на две части в отношении 3:7.1) 108°; 2) 72°; 3) 54°; 4) 90°; 5) 36°.14. Две касательные, проведенные к окружности из одной точки, образуют между собой угол 60°. Сумма длин касательных равна 20см. Найти расстояние между точками касания. 1)20; 2)5; 3)40; 4)30; 5)10. |
| 6 | Многогранники и тела вращения | 1. Образующая конуса равна  и составляет с основанием угол в  Найти объем конуса. Ответ: .2. Найти объем конуса, если в его основании хорда  стягивает дугу , а высота составляет с образующей угол  .Ответ: 3. Боковая поверхность цилиндра, будучи развернута, представляет собой прямоугольник, в котором диагональ равна  и составляет с основанием угол  . Найти объем цилиндра. Ответ: .4. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб так, что четыре его вершины находятся на боковых ребрах пирамиды, а остальные четыре - в плоскости ее основания. Определить ребро куба, если высота пирамиды равна , а боковое ребро равно . Ответ: .5. Прямой параллелепипед, имеющий в основании ромб со стороной  и острым углом , пересечен плоскостью, проходящей через вершину угла  и дающей в сечении ромб с острым углом . Определить площадь сечения. Ответ: .6. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде даны: диагональ , двугранный угол  при нижнем основании и высота . Найти объем усеченной пирамиды. Ответ: .7. В шар радиуса  вписаны прямая треугольная призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник с острым углом , и наибольшая ее боковая грань есть квадрат. Найти объем призмы. Ответ: . |
| 7 | Итоговый тест по теме «Стереометрия» | 1. Основание призмы - равнобедренная трапеция, диагонали которой взаимно перпендикулярны. Если высота призмы равна 6, а объем призмы - 96, то высота трапеции равна 1)1; 2)2; 3)4, 4)8; 5)16.2. Основание прямоугольного параллелепипеда - квадрат. Найти объем параллелепипеда, если высота его равна 4, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  . 1) 36; 2) 28; 3) 32; 4) 40; 5) 42.3. Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен 90°. Площадь боковой поверхности пирамиды равна 192. Найти радиус окружности, описанной около боковой грани пирамиды. 1) 11; 2) 6; 3) 12; 4) 8; 5) 10.4. Площадь осевого сечения прямого кругового цилиндра равна 24. Найти площадь его боковой поверхности. 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .5. Образующая прямого кругового конуса равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найти объем конуса.1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .6. В правильной треугольной призме  проведено сечение через вершину  и ребро . Если сторона основания призмы равна 20, а боковое ребро - 21, то периметр сечения равен 1) 69; 2) 78; 3) 62; 4) 124; 5) 61.7. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, а апофема - 9, следовательно, высота пирамиды равна1) ; 2); 3) ; 4) ; 5) .8. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 3, 4 и 5. Тогда ее объем равен 1) 60; 2) 40; 3) 30; 4) 20; 5) 10.9. Образующая цилиндра равна 21, а диагональ осевого сечения - 29. Следовательно, радиус основания цилиндра равен1) 21; 2) 18; 3) 24; 4) 14; 5) 10.10. Прямоугольник со сторонами 8 и 4 вращается вокруг меньшей стороны. Следовательно, площадь поверхности тела вращения равна 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .11. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 40 и 9, а угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью основания равен 60°. Тогда высота параллелепипеда равна1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .12. Если высота правильной шестиугольной пирамиды равна 2, а ребро основания - 2, то площадь ее боковой поверхности равна1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .13. Образующая конуса равна 8, а угол между ней и плоскостью основания равен 60°. Тогда длина окружности основания равна1) ; 2)  3)  4) ; 5) .14. Шар с центром в точке  касается плоскости в точке . Если точка #лежит в плоскости касания,  и , то объем шара равен 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .ОТВЕТЫ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 2 |

 |