

Приемы трансформации математических задач как средство развития метапредметных умений учащихся в цифровой среде

Methods of transforming mathematical tasks as a means of developing students' meta-subject skills in a digital environment

Автор статьи

Позднякова Елена Валерьевна,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики, физики и математического моделирования Кузбасского гуманитарно-педагогического института ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет», г. Новокузнецк, Российская Федерация
suppesev@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0356-3610

Author of the article

Elena V. Pozdnyakova,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics, Physics and Mathematical Modeling, Kuzbass Humanitarian and Pedagogical Institute of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russian Federation
suppesev@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0356-3610

Конфликт интересов

Конфликт интересов не указан

Conflict of interest statement

Conflict of interest is not declared

Для цитирования

Позднякова Е. В. Приемы трансформации математических задач как средство развития метапредметных умений учащихся в цифровой среде // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2026. – № 01. – С. 239–256. – URL: <https://e-koncept.ru/2026/261014.htm> – DOI: 10.24412/2304-120X-2026-11014

For citation

E. V. Pozdnyakova, Methods of transforming mathematical tasks as a means of developing students' meta-subject skills in a digital environment // Scientific-methodological electronic journal "Koncept". – 2026. – No. 01. – P. 239–256. – URL: <https://e-koncept.ru/2026/261014.htm> – DOI: 10.24412/2304-120X-2026-11014

Поступила в редакцию <i>Received</i>	17.10.25	Получена положительная рецензия <i>Received a positive review</i>	18.11.25
Принята к публикации <i>Accepted for publication</i>	18.11.25	Опубликована <i>Published</i>	31.01.26



Аннотация

Современное школьное образование ориентировано на формирование не только предметных знаний, но и метапредметных умений (универсальных учебных действий – УУД). В условиях цифровизации образования УУД дополняются навыками работы с цифровыми инструментами, а математика является эффективным средством для их развития. Анализ педагогических исследований по проблемам формирования метапредметных умений с использованием потенциала цифровой среды показал, что метапредметные задания позволяют эффективно формировать все виды УУД, а цифровая среда улучшает этот процесс и обогащает содержание метапредметных умений дополнительными действиями. Однако в практике обучения математике наблюдается недостаточное количество таких заданий. Цель исследования – выявление приемов трансформации математических задач в метапредметное задание с использованием цифровой среды для обогащения содержания УУД и оптимизации процесса их формирования. Для достижения поставленной цели мы применили сравнительный анализ психолого-педагогической и методической литературы, систематизацию полученной информации, педагогическое моделирование, анкетирование обучающихся и графическое представление данных. Приемы трансформации определены с опорой на проблемный, личностно ориентированный подходы и теорию поколений, а также на понятие математической задачи как четырехэлементной системы. Авторский подход иллюстрируется на примере известной задачи о площади частей правильного девятиугольника, которая преобразуется в метапредметное задание, состоящее из серии задач, объединенных общим сюжетом и идеей решения. На основе анкетирования сделан вывод о повышении мотивации, преобладании позитивных эмоций, наличии положительной самооценки развития УУД и «цифровых» действий школьников при выполнении метапредметных заданий. Теоретическая значимость исследования представлена моделью трансформации математической задачи в метапредметное задание, включающей название приемов трансформации, указание на трансформируемый элемент задачи, описание сути каждого приема и УУД в цифровой среде. Практическая значимость исследования заключается в описании методических аспектов внедрения метапредметных заданий в учебный процесс на основе выявленных приемов: «реальный контекст», «элементы геймификации», «открытый финал», «соревнование с нейросетью», «исследование в программе динамической математики», «инфографика».

Ключевые слова

метапредметное задание, метапредметные умения, обучение математике в основной школе, универсальные учебные действия в цифровой среде

Благодарности

Автор выражает благодарность анонимным рецензентам представленной работы, а также администрации и учителям математики МБНОУ «Лицей № 111» г. Новокузнецка за помощь в проведении опытно-экспериментальной части исследования.

Abstract

Modern school education is focused not only on acquiring subject knowledge, but also meta-subject skills (universal learning actions – ULA). In the context of digitalization of education, knowledge management is complemented by skills in working with digital tools, and mathematics is an effective tool for their development. An analysis of pedagogical research on the problems of developing meta-subject skills using the potential of the digital environment has shown that meta-subject tasks can effectively develop all types of ULA, and the digital environment improves this process and enriches the content of meta-subject skills with additional actions. However, there is an insufficient number of such tasks in the practice of teaching mathematics. The aim of the study is to identify techniques for transforming mathematical tasks into a meta-subject task using a digital environment to enrich the content of ULA and optimize the process of their development. To achieve this goal, we applied a comparative analysis of psychological, pedagogical and methodological literature, systematization of the information received, pedagogical modeling, student survey and graphical representation of data. The transformation techniques are based on problem-solving, personality-oriented approaches, and the theory of generations, as well as the concept of a mathematical problem as a four-element system. The author's approach is illustrated by the example of the well-known problem of the area of regular nine-sided rectangle parts, which is transformed into a meta-subject task consisting of a series of tasks united by a common plot and a solution idea. Based on the survey results, it was concluded that there was an increase in motivation, a predominance of positive emotions, and a positive self-assessment of the development of ULA and digital skills among students when completing meta-subject tasks. The theoretical significance of the study is represented by a model of transformation of a mathematical problem into a meta-subject task, including the name of transformation techniques, an indication of the transformed element of the task, a description of the essence of each technique and ULA in a digital environment. The practical significance of the research lies in the description of methodological aspects of the introduction of meta-subject tasks into the educational process based on the identified techniques: "real context", "elements of gamification", "open final", "competition with a neural network", "research in a dynamic mathematics program", "infographics".

Key words

meta-subject task, meta-subject skills, teaching mathematics in secondary school, universal learning actions in a digital environment

Acknowledgements

The author expresses gratitude to the anonymous reviewers of the presented work, as well as to the administration and mathematics teachers of Lyceum No. 111 in Novokuznetsk, for their assistance in conducting the experimental part of the study.

Введение / Introduction

Современная система школьного образования нацелена на формирование у обучающихся не только предметных знаний, но и метапредметных умений (универсальных учебных действий – УУД), необходимых для успешной самореализации в

быстро меняющемся мире. Понятие универсальных учебных действий соотносится с понятием *soft skills*, или мягких навыков, но при этом УУД ориентированы преимущественно на учебный процесс, а мягкие навыки – на профессиональные сферы деятельности. В действующих образовательных стандартах (ФГОС НОО, ФГОС ООО, ФГОС СОО) определены структура и содержание универсальных учебных действий, а в федеральных рабочих программах содержание УУД уточняется с учетом специфики учебных предметов [1]. В условиях цифровизации образования и перехода общества к новой технологической парадигме содержание метапредметных умений дополняется действиями, осуществляемыми с использованием возможностей цифровой образовательной среды: использовать цифровые инструменты (электронные таблицы, онлайн-калькуляторы, программы построения инфографики) для обработки и анализа данных и выдвижения гипотез; взаимодействовать в онлайн-средах (чаты, форумы, образовательные платформы); представлять результаты работы в цифровом формате (презентации, видео, ментальные карты); применять цифровые инструменты для творчества и рефлексии (нейросети, конструкторы интерактивных упражнений, программы для моделирования, виртуальные лаборатории).

Математика как учебный предмет обладает уникальным потенциалом для формирования метапредметных умений благодаря своей логической строгости, универсальности методов и возможности моделирования реальных процессов, при этом основным средством формирования указанных умений являются метапредметные задания с математическим контекстом. Особую значимость приобретает интеграция цифровой среды в процесс формирования указанных умений: цифровые инструменты и платформы открывают новые возможности для визуализации, моделирования, исследования, совместного поиска и персонализации обучения при выполнении обучающимися метапредметных заданий.

Рассматривая метапредметное задание как основное средство формирования УУД и констатируя недостаточное количество таких заданий в практике обучения математике, мы определили *целью* нашего исследования выявление приемов трансформации математических задач в метапредметное задание с использованием цифровой среды для обогащения содержания УУД и оптимизации процесса их формирования.

Обзор литературы / Literature review

В современных педагогических и методических исследованиях отражены различные особенности метапредметных заданий, используемых в процессе обучения школьников. Так, Н. С. Подходова и К. В. Панова [2] рассматривают метапредметное задание с точки зрения проблемного подхода, отмечая наличие реального контекста, межпредметных связей и возможность создания дискуссионного поля при решении. В работе Л. В. Селькиной и М. А. Худяковой [3] выделена особая группа заданий – математические задания с метапредметным компонентом, процесс решения которых требует от ученика применения универсальных учебных действий. Авторы приводят удачную классификацию таких заданий, выделяя задания с познавательным, регулятивным, коммуникативным компонентами или комплексные задания, требующие применения всех видов УУД; каждый вид задания определяется на трех уровнях в зависимости от контекста (математический, практико-ориентированный, познавательный). В статье О. В. Тумашевой и М. Б. Шашкиной [4] предложена идея универсального конструктора метапредметных заданий, разработанного с учетом специфики

цифрового поколения. М. А. Гаврилова [5], уточняя структурно-содержательные характеристики метапредметного задания, отмечает, что такое задание включает серию практико-ориентированных или междисциплинарных задач, выполнение которых основывается на предметных знаниях и метапредметных умениях. В работе М. А. Якунчева, И. Ф. Маркинова, Н. Г. Семеновой и Ю. Д. Акимовой [6] исследуется эффект применения учебных заданий, побуждающих учащихся к поиску необходимой информации предметного содержания и оптимальных способов деятельности для получения нового продукта; установлено, что такие задания не только формируют опыт творческой деятельности, но и позволяют достигать более высоких предметных, метапредметных и личностных образовательных результатов. На открытый характер метапредметного задания указывается в работе Е. В. Поздняковой, А. В. Фоминой [7]: задание содержит неопределенность в условии или требовании; имеется несколько вариантов решения; отсутствует готовый алгоритм решения. Комплексное метапредметное задание рассматривается в контексте проблемы формирования математической грамотности. Например, Е. И. Санина и И. В. Насикан [8] утверждают, что такие задания должны раскрывать содержание математики как науки, ее межпредметные связи и инструментальные возможности для решения реальных проблем. М. В. Егупова и Ю. В. Мошура [9] доказывают, что решение обучающимися практико-ориентированных задач способствует достижению метапредметных образовательных результатов. Резюмируя, отметим, что метапредметное задание формулируется в контексте предметного содержания и предполагает применение универсальных учебных действий (отдельных видов или всего комплекса УУД), может иметь практико-ориентированный, открытый или витагенный характер.

В современных отечественных и зарубежных методических работах исследуется влияние цифровой среды на достижение предметных и метапредметных образовательных результатов в процессе обучения математике. Так, исследования, проведенные Э. З. Галимуллиной [10], подтверждают эффективность развития предметных умений в цифровой образовательной среде, построенной по авторской модели на основе систем управления обучением. В работе О. А. Козлова и Е. В. Бочковой [11] представлен анализ применения цифровых технологий в обучении математике, в частности, авторы сосредотачиваются на использовании предметных цифровых образовательных ресурсов, классифицируя их по целевому назначению в учебном процессе и отмечая их влияние на развитие навыков самоконтроля, мотивации и на эффективность методики обучения. Вопрос о повышении качества обучения математике в школе с использованием цифровых инструментов рассматривается в работе Е. П. Крупнодеровой, Н. Е. Ивановой, Ю. И. Матвеевой [12], при этом подчеркивается необходимость наличия технического обеспечения в соответствии с моделью «один ученик – один компьютер». В статье М. Р. Сысоевой [13] сформулированы методические рекомендации для формирования коммуникативных УУД при обучении математике с использованием цифровых инструментов. В монографии Е. И. Саниной, Л. А. Зенковой, Т. С. Поповой [14] исследуется потенциал цифровой образовательной среды для воспитания мотивационно-ценностного отношения обучающихся основной школы к познавательной деятельности. На примере обучения математике авторы устанавливают эффективность инструментов цифрового образования для развития исследовательской деятельности, обобщения и систематизации знаний. Вопросам проектирования и совершенствования урока математики с помощью инструментов цифровой среды посвящена статья

Ю. В. Абраменко и Д. А. Скворцовой [15]. Положительная роль визуализации, и в частности анимационных рисунков в среде GeoGebra, в обучении решению математических задач подчеркивается в работе С. В. Ларина, С. В. Чилбак-оол [16]. М. А. Мозговая [17] также обращает внимание на высокий дидактический потенциал систем динамической математики, предлагая структурно-функциональную модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению задач с использованием GeoGebra. Влияние динамических сред (GeoGebra, Desmos, Mathway) на улучшение результатов решения задач и развитие пространственного мышления установлено в работе З. И. Исаевой и Д. Х. Манаевой [18]. Исследование среды TeacherDesmos представлено в работе Л. В. Рождественской и О. Ф. Брыксиной [19]. Авторы отмечают возможность проектирования в такой среде заданий открытого типа, позволяющих вовлекать учащихся в дидактические игры, эксперименты, исследование и моделирование. В зарубежных исследованиях также отмечается влияние среды динамической математики на развитие предметных и метапредметных умений обучающихся; рассматриваются вопросы обучения школьников эффективному применению инструментов такой среды для решения математических задач. Например, Андреас Бэк [20] рассматривает проблему обучения учащихся эффективному использованию цифровых инструментов для математического моделирования в процессе решения алгебраических и геометрических задач, где в качестве цифровых инструментов используется динамическая среда GeoGebra. Серпил Йорганджи и Мурат Субаши [21] доказывают положительное влияние GeoGebra не только на уровень математических знаний, но и на мотивацию к изучению математики.

Интересные результаты изложены в работе К. Ю. Колывановой, Н. В. Гуляевской и А. Н. Дахина [22]: авторы представляют способы мотивации школьников к решению сложных математических задач, реализуемые через диалоговый формат в цифровой среде. Результатом такой учебной деятельности является развитие когнитивных и эмоционально-ценностных способностей обучающихся. Е. В. Соболева и В. А. Суровцева [23] исследуют использование мобильных технологий при решении учащимися практико-ориентированных математических задач и устанавливают положительное влияние таких технологий на развитие познавательной активности и математического мышления школьников.

Р. К. Мифету [24] указывает на эффективность методов активного обучения при решении математических задач. По мнению автора, такие методы, как дискуссия, исследования, эксперименты, создают условия для вовлечения учащихся в процесс решения задачи, способствуя не только эффективному усвоению математических знаний, но и развитию критического мышления и мягких навыков обучающихся.

В работе Эйрини Гераниу, Уффе Томаса Янквиста, Раимундо Элисера, Андреаса Линдэнсков Тамборга, Мортена Мисфельдта [25] рассматривается понятие цифровой математической компетентности учащегося (mathematical digital competence – MDC), которая раскрывается через набор компетенций: способность участвовать в техно-математическом дискурсе (MDC1); знание того, какие цифровые инструменты следует применять в различных математических ситуациях и контекстах, понимание возможностей и ограничений этих инструментов (MDC2); умение рефлексивно использовать цифровые технологии при решении математических задач и изучении математики (MDC3). В статье Озкана Эргене и Бусры Чайлан Эргене [26] изучаются возможности и ограничения различных версий чат-ботов (ChatGPT, MathGPT, Gemini) в решении

математических задач. В результате данного исследования было установлено, что самый высокий показатель успешности среди чат-ботов с искусственным интеллектом показал ChatGPT; кроме того, ChatGPT предоставляет подробные пояснения к решению, позволяя учиться без учителя, а также оказывает поддержку в обучении, т. е. может быть полезным цифровым инструментом для индивидуального изучения математики. В работе Са Ян, Ша Чжу, Вэй Цин, Янан Май, Цинь Го, Хуань Ли [27] рассматривается проблемное цифровое обучение (Problem-based digital learning, PBDL) как эффективный метод развития математической грамотности, повышения уровня математических знаний и навыков творческого решения математических задач. Работа Шая Олшера, Ротема Абду и Мохаммеда Шалата [28] посвящена вопросам организации совместного решения математических задач в режиме онлайн; при этом фасилитация диалога учителем осуществлялась через действия четырех категорий: «понимание задачи», «использование цифровых технологий», «математическое содержание», «межличностное взаимодействие».

В ряде исследований отмечается положительное влияние элементов геймификации на процесс решения математических задач. Например, в работе Е. В. Поздняковой [29] установлен положительный эффект тематических веб-квестов по математике, сконструированных на основе разноуровневых метапредметных заданий, для развития метапредметных умений и креативности обучающихся. В статье Мансура Салеха Альабдуллазиза [30] делается вывод о том, что использование цифровых квестов при обучении математике повышает мотивацию, снижает математическую тревожность, развивает самостоятельность и способствует формированию мягких навыков.

Таким образом, на основе анализа отечественных и зарубежных исследований установлено: 1) метапредметное задание является эффективным средством формирования как отдельных структурных элементов метапредметных умений, так и всего их комплекса, позволяя формировать эти умения на разных уровнях; 2) цифровая среда позволяет улучшить процесс формирования метапредметных умений и обогатить содержание таких умений дополнительными действиями; 3) в настоящее время существует большое разнообразие цифровых инструментов, которые могут быть использованы для формирования УУД в процессе обучения математике, что создает определенные сложности для учителя при выборе таких инструментов; 4) определение приемов трансформации математических задач в метапредметные задания с использованием инструментов цифровой среды может быть включено в дидактический инструментарий учителя для формирования УУД школьников в процессе обучения математике.

Методологическая база исследования / Methodological base of the research

Методологической основой исследования является задачный подход в обучении математике, подразумевающий применение системы задач для реализации содержания образования с целью формирования планируемых образовательных результатов (предметных, метапредметных, личностных). В соответствии с работами Ю. М. Колягина [31] под математической задачей мы понимаем систему, включающую следующие компоненты: начальное состояние (А) – условие задачи: данные элементы и связи между ними; конечное состояние (В) – заключение или цель задачи: неизвестные элементы и связи между ними; решение задачи (R) – способ преобразования условия задачи для нахождения искомого; базис решения задачи (С) – обоснование решения. Математическая задача подразумевает переход от А к В математическими средствами. Говоря о трансформации

задачи, будем иметь в виду изменение ее компонентов (одного или нескольких), направленное на применение метапредметных умений в процессе решения задачи. В работе Е. В. Поздняковой, Г. А. Малышенко [32] сформулированы принципы проектирования метапредметных заданий, базирующиеся на проблемном, личностно ориентированном подходах и теории поколений: принцип синергии личностного и игрового контекста, принцип комплексности, принцип креативного развития, принцип визуализации, принцип серийности и тематической направленности, принцип проблемности, принцип интеграции цифровой среды. Опираясь на эти принципы и понятие математической задачи как четырехэлементной структуры, а также результаты сравнительного анализа психолого-педагогической и методической литературы, мы определяем модель трансформации математической задачи в метапредметное задание, включающую указание на трансформируемый элемент задачи, описание сути каждого приема трансформации и планируемых действий в цифровой среде (табл. 1).

Таблица 1

Приемы трансформации математической задачи

Название приема/трансформируемый элемент задачи	Суть приема	Планируемые действия в цифровой среде
«Реальный контекст» / А, В	Замена содержания задачи (условия и требования) реальным контекстом, подразумевающим выполнение действий в цифровой среде	– Поиск данных; – участие в онлайн-дискуссиях; – использование онлайн-калькулятора, электронных таблиц и программ динамической математики
«Элементы геймификации» / А, В, R	Введение игровых элементов (правил, уровней, баллов, соревнований, наград, квестов и т. д.) В условие/требование/процесс решения задачи	– Поиск данных; – участие в онлайн-дискуссиях; – представление результатов работы в цифровом формате; – анализ и структурирование информации
«Открытый финал» / А, В	Внесение изменений в условие/требование задачи так, что задача завершается не однозначным решением, а открытым вопросом, побуждающим учащихся к дальнейшему исследованию	– Поиск данных; – участие в онлайн-дискуссиях; – анализ и структурирование информации; – использование онлайн-калькулятора, электронных таблиц и программ динамической математики
«Соревнование нейросетью» / R, C	Предлагается задача с готовым решением, выполненным нейросетью; требуется найти ошибку в решении/улучшить решение	– Анализ решения задачи, предложенного нейросетью; – участие в онлайн-дискуссиях
«Исследование в программе динамической математики» / В	Введение неопределенности в условие/требование задачи, индуцирующее экспериментирование в программах динамической математики	– Использование программ динамической математики для визуализации и интерактивного взаимодействия с математическими объектами; – участие в онлайн-дискуссиях
«Инфографика» / А, В	Введение в условие задачи инфографики для ее дальнейшего анализа и преобразования обучающимся/создание инфографики как одно из требований задачи	– Преобразование или создание инфографики с помощью цифровых инструментов; – участие в онлайн-дискуссиях; – представление результатов работы в цифровом формате (создание презентаций)

Для проверки эффективности авторской методики была организована опытно-экспериментальная работа, включающая применение таких методов эмпирического исследования, как педагогическое моделирование, анкетирование обучающихся, представление данных в графической форме.

Результаты исследования / Research results

Проиллюстрируем особенности выявленных приемов на примере известной задачи, которая была опубликована в приложении к журналу «Квант» в 2003 году [33] и с тех пор неоднократно входила в число «красивых задач» на математических олимпиадах и в исследовательских работах школьников.

Задача. Зигзаг разделил правильный девятиугольник на треугольники, как показано на рисунке (рис. 1). Какая часть больше: закрашенная или незакрашенная?

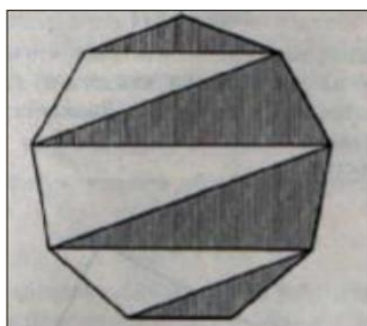


Рис. 1. Иллюстрация к задаче в приложении журнала «Квант»

Данная задача трансформируется в метапредметное задание, состоящее из серии задач, объединенных общим сюжетом и идеей решения.

1. Прием «Реальный контекст»

Создание клумбы на даче – увлекательный процесс, способный удивительно преобразить окружающий ландшафт и подарить радость от общения с природой. У Марии есть небольшой дачный участок, где она увлеченно занимается цветоводством. Мария так любит геометрию, что даже свои клумбы делает в форме различных красивых геометрических фигур. Этой весной Мария делает клумбу в форме правильного девятиугольника и планирует разделить ее зигзагом на треугольники, как показано на рисунке (см. рис. 2). В клумбе будут петунии двух оттенков: фиолетового и голубого. Выскажи гипотезу: петуний какого цвета окажется больше, если всхожесть семян обоих сортов одинакова?

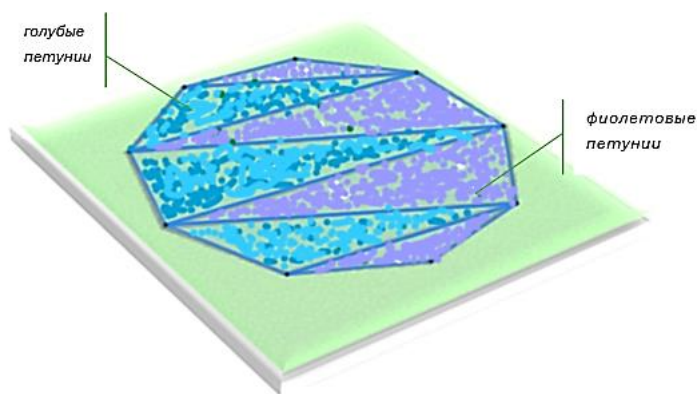


Рис. 2. Трансформация задачи: реальный контекст

Методический комментарий. Абстрактная математическая задача трансформируется в знакомую учащимся жизненную ситуацию. Это помогает мотивировать обучающихся, показывая применение математики в реальной жизни. Ученикам необходимо критически проанализировать условие, отделив важные данные от информационного «шума». Задача может быть предложена в рамках изучения темы «Правильные многоугольники».

2. Прием «Исследование в программе динамической математики»

Проверь свои предположения с помощью программы GeoGebra, вычислив площади треугольников.

Методический комментарий. Ученикам предлагается ссылка на онлайн-сервис с готовым чертежом правильного девятиугольника, разделенного на треугольники. Используя инструменты программы, а также онлайн калькулятор, учащиеся убеждаются, что сумма площадей фиолетовых треугольников больше суммы площадей голубых треугольников (рис. 3).

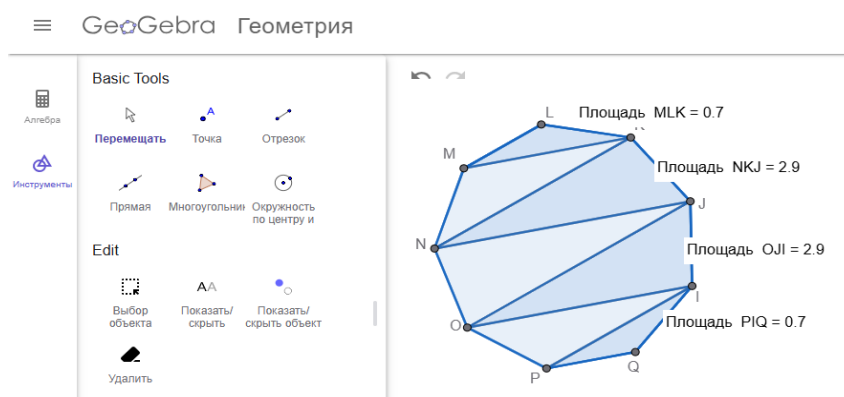


Рис. 3. Трансформация задачи: проверка гипотезы в программе GeoGebra

3. Прием «Элементы геймификации»

Докажи гипотезу. Если тебе нужна идея доказательства, то выполни небольшой математический квест.

Методический комментарий. Учащимся предлагается ссылка на математический квест, спроектированный учителем в онлайн-сервисе «Квестодел». В случае успешного прохождения квеста ученики получают эвристическое указание: «Начерти диагонали» (см. рис. 4).

Дополнительные построения выполняются в программе GeoGebra; доказательство гипотезы основывается на признаках равенства треугольников и равенстве их площадей (см. рис. 5).

4. Прием «Открытый финал»

Какая информация необходима Марии, чтобы определить количество семян для оформления клумбы? Приведи пример расчета количества семян по имеющейся информации.

Методический комментарий. Учащиеся осуществляют поиск информации в сети Интернет; на основе ее анализа и систематизации приходят к выводу, что для определения количества семян необходимо знать:

- 1) площадь клумбы (или ее отдельных частей);
- 2) сорт петуний, что позволит учесть размер куста;
- 3) всхожесть семян;
- 4) формулу для вычисления количества семян:

$$\text{количество семян} = (\text{количество кустов} \times 100) / \% \text{ всхожести.}$$

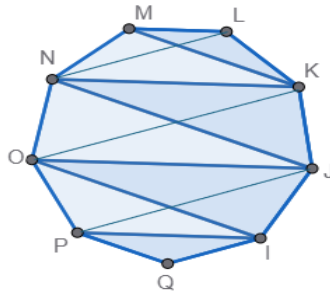


Рис. 5. Трансформация задачи: доказательство гипотезы

Привет! Тебе необходимо найти идею решения геометрической задачи. Для этого необходимо разгадать две головоломки.

Расшифруй это

98-44-94-86-49-41-110

+	38	64	20	23	53	29	19
21	ы	с	т	а	б	ц	з
33	м	з	э	у	е	л	ф
75	ю	п	ш	н	й	о	ч
26	д	ы	ж	р	в	х	г
46	л	и	й	ь	щ	д	ё
19	ю	ц	ъ	м	к	п	я
58	я	в	к	у	э	ь	о

Ответ:

Пройди путь по направлениям

на юго-восток ↘ на юго-запад ↙ на юго-восток ↘ на север ↗ на восток → на юго-восток ↘ на север ↗ на север ↗ на север ↗ на восток → на юг ↘ на восток → на юго-запад ↙ на юг ↘ на юго-запад ↙ на юго-восток ↘ на юго-запад ↙

старт			О	А	
			Г	Н	Ф
Д	И			А	Н
Ф		И	А		Ж
К			Л		
Ы		Т			Ю
			И		
Н		Д	Я	Г	У

Ответ:

Отлично! Основная идея решения: начерти диагонали

Рис. 4. Трансформация задачи: поиск идеи доказательства гипотезы с помощью математического квеста

Примерные расчеты оформляются в виде таблицы (табл. 2).

Таблица 2

Пример расчета количества семян


Параметр	Значение
Площадь клумбы	3 м ²
Сорт	Мелкоцветковая
Кустов на 1 м ²	15
Всего кустов	45
Всхожесть семян	80%
Необходимо семян	56–60 штук

5. Прием «Соревнование с нейросетью»

Однажды Мария «попросила» нейросеть найти периметр ее клумбы в форме прямоугольного треугольника. Однако «что-то пошло не так!». Внимательно проанализируй условие и решение задачи и исправь ошибки (рис. 6).

Методический комментарий. В условии задачи речь идет о несуществующей фигуре: если равнобедренный прямоугольный треугольник имеет катет, равный 1, то его гипотенуза должна быть равна $\sqrt{2}$, а не 3, как в условии задачи. Но нейросеть этого не замечает и, отбрасывая условие о равнобедренности треугольника, находит его второй катет, называя его при этом «третьим катетом». Учащиеся должны обнаружить противоречие в условии, ввести корректные данные и предложить исправленное решение.

Найди периметр прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом 1 и гипотенузой, равной 3.

 Сначала давай найдем третий катет этого треугольника. Для этого можем использовать теорему Пифагора, которая звучит следующим образом:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

где (c) – гипотенуза, а (a) и (b) – катеты. В нашем случае:

- Один катет (a = 1)
- Гипотенуза (c = 3)
- Второй катет (b) мы будем искать.

Периметр треугольника

Периметр прямоугольного треугольника рассчитывается по формуле:

$$P = a + b + c$$

Подставляя значения:

$$P = 1 + 2\sqrt{2} + 3$$

Таким образом,

$$P = 4 + 2\sqrt{2}$$

↓

Модели ▾
DeepSeek V3
GPT-4o mini

Подставим известные значения в формулу:

$$3^2 = 1^2 + b^2$$

Это дает:

$$9 = 1 + b^2$$

Вычтем 1 из обеих сторон:

$$8 = b^2$$

Теперь найдем (b):

$$b = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Рис. 6. Решение задачи нейросетью

6. Прием «Инфографика»

Создай свой эскиз оригинальной клумбы, используя комбинацию геометрических фигур.

Методический комментарий. Обучающиеся создают чертежи, используя инструменты программы GeoGebra. Как отмечает В. В. Пустовалова [34], инфографика – это не только графический способ подачи информации, усиливающий ее доступность, но и одна из форм коммуникации. Требование задачи по созданию инфографики может включать художественную визуализацию сюжета задачи, представление данных в виде диаграммы или схемы, создание узора, чертежа, ментальной карты и т. д.

Такие метапредметные задания предлагаются учащимся в форме кейса для групповой работы на уроке после изучения соответствующей дидактической темы.

Апробация методики осуществлялась в двух девятых классах (52 человека) в процессе опытно-экспериментальной работы. Оценивание эффективности авторского подхода проводилось по трем направлениям: эмоциональная составляющая и мотивация деятельности обучающихся во время выполнения метапредметных заданий; развитие метапредметных умений школьников; развитие и совершенствование УУД в цифровой среде. Для диагностики ученикам предлагалась анкета, составленная из трех блоков. Вопросы анкеты и результаты анкетирования представлены в таблице (см. табл. 3).

Таблица 3

Анкета для обучающихся

Дорогой друг! Ты выполнял задания, где с помощью математики решались разные жизненные и практические ситуации, а также исследовательские и творческие задачи с математическим контекстом. При этом многие задания решались в онлайн-сервисах или с их непосредственной помощью. Тебе предлагается оценить свое эмоциональное состояние во время выполнения этих заданий, свое отношение к математике после выполнения таких заданий; оценить, какие умения у тебя развивались. Отметь те высказывания, с которыми ты согласен	Кол-во уч-ся/%
Эмоционально-мотивационный блок	
Мы решали такие задачи, которые могут встретиться в реальной жизни	51/98
Задачи были сложные, но интересные	42/81
Мне понравилось, что при решении задач можно было высказывать свое мнение, опираясь на собственный опыт	48/92
Мне понравилась сюжетная линия задач	49/94
При решении задач понравилась возможность решать их в группе	48/92
Онлайн-сервисы помогали при решении задач, работать было удобно и интересно	52/100
Я удивился, что нейросеть делает ошибки при решении математических задач	44/85
Решение таких задач делает математику интереснее	41/79
Задачи были сложные, я с трудом их понимал	3/6
Применение онлайн-сервисов усложняет выполнение заданий	0/0
При выполнении таких заданий я все время в напряжении, так как не уверен, что решаю правильно	0/0
Решение таких задач усложняет и без того трудные уроки математики	2/4
Я огорчился, узнав, что нейросеть делает ошибки при решении математических задач	32/62
Блок «Метапредметные умения»	
<i>Какие умения у тебя развивались во время выполнения заданий?</i>	
Логически рассуждать, доказывать и формулировать выводы	52/100
Выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить математические эксперименты	52/100
Работать с информацией (осуществлять ее поиск, систематизацию, критически анализировать)	52/100
Вести диалог в процессе математической деятельности	51/98
Осуществлять сотрудничество в процессе математической деятельности	51/98
Составлять план решения задачи	30/58
Представлять результаты работы и анализировать результат	52/100
Блок «Универсальные действия в цифровой среде»	
<i>Какие действия у тебя совершенствовались и развивались во время выполнения заданий?</i>	
Поиск данных	52/100
Участие в онлайн-дискуссиях	48/92
Использование онлайн-калькулятора, электронных таблиц и программ динамической математики	52/100
Анализ и структурирование информации	52/100
Представление результатов работы в цифровом формате	52/100
Анализ решения задачи, предложенного нейросетью	52/100
Преобразование или создание инфографики с помощью цифровых инструментов	52/100

В эмоционально-мотивационный блок мы включили высказывания, отражающие как положительные, так и отрицательные эмоции при выполнении заданий. Анализ ответов на вопросы данного блока позволил установить следующие результаты. Все учащиеся высказали мнение, что применение онлайн-сервисов облегчает решение таких задач (100%), при этом не нашлось учеников, для которых онлайн-сервисы усложняли процесс решения. Высокий процент оказался у числа учеников, которым понравилась сюжетная линия задач (94%), возможность решать их в группе

(92%), высказывать свое мнение, опираясь на собственный опыт (92%). Почти все учащиеся отметили, что такие задачи могут встретиться в реальной жизни (98%). Более половины школьников удивились (85%) и огорчились (62%) тому, что нейросеть делает ошибки при решении математических задач. К сожалению, для некоторых учеников задачи оказались сложными (6%) и усложняли и «без того трудные уроки математики» (4%). Результаты анкетирования по эмоционально-мотивационному блоку представлены на диаграмме (см. рис. 7).



Рис. 7. Результаты анкетирования: эмоционально-мотивационный блок

В блоке «Метапредметные умения» 100% учащихся отметили развитие умений «логически рассуждать, доказывать и формулировать выводы», «выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить математические эксперименты», «работать с информацией». Самый низкий процент оказался у умения «составлять план решения задачи» (58%). Результаты анкетирования по второму блоку представлены на диаграмме (рис. 8).



Рис. 8. Результаты анкетирования: блок «Метапредметные умения»

В блоке «Универсальные действия в цифровой среде» 92% учеников отметили «участие в онлайн-дискуссиях». Развитие всех остальных действий зафиксировали 100% учащихся (рис. 9).



Рис. 9. Результаты анкетирования: блок «Универсальные действия в цифровой среде»

Опираясь на результаты анкетирования, мы делаем вывод о повышении мотивации и преобладании позитивной эмоциональной составляющей при решении учащимися метапредметных заданий, составленных на основе выделенных приемов и решаемых с использованием ресурсов цифровой среды. Девятиклассники полагают, что при выполнении таких заданий развиваются метапредметные умения и «цифровые» универсальные действия.

Заключение / Conclusion

В условиях цифровизации образования метапредметные умения дополняются навыками работы с цифровыми инструментами, а математика, благодаря своей логике и универсальности, является эффективным средством для их развития. Анализ отечественных и зарубежных педагогических исследований по проблемам формирования метапредметных умений с использованием потенциала цифровой среды показал, что метапредметные задания позволяют формировать как отдельные структурные элементы УУД, так и всю их совокупность, а цифровая среда улучшает этот процесс и обогащает содержание метапредметных умений дополнительными действиями. Констатируя недостаточное количество таких заданий в практике обучения математике, мы формулируем приемы трансформации математических задач, позволяющих преобразовывать классические учебные математические задачи в метапредметное задание: «реальный контекст», «элементы геймификации», «открытый финал», «соревнование с нейросетью», «исследование в программе динамической математики», «инфографика». Данные приемы определены с опорой на принципы проектирования метапредметных заданий, базирующиеся на проблемном, личностно ориентированном подходах и теории поколений, а также на понятии математической задачи как системы, представленной четырехэлементной структурой. Авторский подход иллюстрируется на примере известной задачи о площади частей правильного девятиугольника, которая на основе выявленных

приемов преобразуется в метапредметное задание, состоящее из серии задач, объединенных общим сюжетом и идеей решения.

Для проверки эффективности методики проводилось анкетирование, позволившее проанализировать эмоционально-мотивационный аспект деятельности учащихся, а также их самооценку по развитию метапредметных умений и универсальных действий в цифровой среде при выполнении метапредметных заданий. Опираясь на полученные результаты, мы делаем вывод о повышении мотивации и преобладании позитивных эмоций учеников. Учащиеся высказали мнение о развитии у них метапредметных умений и «цифровых» действий при выполнении таких заданий.

Дальнейшие исследования проблемы лежат в области расширения приемов трансформации математических задач и диагностики уровней развития метапредметных умений, дополненных действиями в цифровой среде.

Ссылки на источники / References

1. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования» (зарегистрирован 12.07.2023). – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040?index=2>
2. Подходова Н. С., Панова К. В. Метапредметные учебные задания как средство развития учащихся при обучении математике // Современные проблемы науки и образования. – 2016. – № 6. – URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=25969>
3. Селькина Л. В., Худякова М. А. Метапредметные задания как средство развития у младших школьников интереса к изучению математики // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. – 2021. – № 6. – С. 48–61.
4. Тумашева О. В., Шашкина М. Б. Средства формирования и оценивания метапредметных результатов обучающихся поколения Z // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9. – № 1(3). – С. 285–289.
5. Гаврилова М. А. Подготовка педагогов к реализации идей метапредметности в обучении // Вестник педагогических наук. – 2025. – № 3. – С. 124–130.
6. Якунчев М. А., Маркинов И. Ф., Семенова Н. Г., Акимова Ю. Д. Учебные задания как средство формирования опыта творческой деятельности в предметной подготовке старшеклассников // Современные наукоемкие технологии. – 2023. – № 7. – С. 232–239.
7. Позднякова Е. В., Фомина А. В. Открытые задачи как средство развития “soft skills” на уроках математики // Научный результат. Педагогика и психология образования. – 2021. – Т. 7, № 2. – С. 29–45.
8. Санина Е. И., Насикан И. В. Контекстные задачи по математике как средство развития функциональной грамотности обучающихся // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2019. – № 1 (82). – С. 308–310.
9. Егупова М. В., Мошуря Ю. В. О роли задач на приложения математики в достижении метапредметных образовательных результатов // Наука и школа. – 2019. – № 2. – С. 80–88.
10. Галимуллина Э. З. Результаты обучения математике в условиях предметной цифровой образовательной среды // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Психолого-педагогические науки». – 2023. – Т. 20, № 1. – С. 33–46. – URL: <https://vestnik-pp.samgtu.ru/1991-8569/article/view/181644>
11. Козлов О. А., Бочкова Е. В. Обучение математике в цифровой образовательной среде // Научные исследования и разработки. Социально-гуманитарные исследования и технологии. – 2024. – Т. 13, № 2. – С. 3–9.
12. Крупнодерова Е. П., Иванова Н. Е., Матвеева Ю. И. Проектирование предметной цифровой среды обучения математике // Проблемы современного педагогического образования. – 2025. – № 86-4. – С. 159–161.
13. Сысоева М. Р. Цифровая образовательная среда и ее влияние на формирование коммуникативных УУД при обучении математике в основной школе // Актуальные проблемы современного образования. – 2025. – № 10(38). – С. 94–99.
14. Санина Е. И., Зенкова Л. А., Попова Т. С. Воспитание мотивационно-ценностного отношения к познавательной деятельности обучающихся основной школы в цифровой образовательной среде (на примере обучения математике): монография. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2023. – 160 с.
15. Абраменко Ю. В., Скворцова Д. А. Проектирование урока математики в цифровой образовательной среде // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 4 (60). – С. 48–60.

16. Ларин С. В., Чилбак-оол С. В. Анимационные рисунки как средство цифровых технологий обучения математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. – 2020. – № 3 (53). – С. 54–61.
 17. Мозговая М. А. Структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению задач с использованием GeoGebra // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 79-2. – С. 274–276.
 18. Исаева З. И., Манаева Д. Х. Развитие пространственного мышления и улучшение результатов решения стереометрических задач у учащихся старших классов средствами интерактивной среды GeoGebra при проведении факультативных занятий по математике // Известия Чеченского государственного педагогического университета. Серия 1. Гуманитарные и общественные науки. – 2024. – № 2 (46). – С. 105–118.
 19. Рождественская Л. В., Брыксина О. Ф. TeacherDesmos: Анализ образовательного потенциала среды для организации познавательной активности школьников при обучении математике // Поволжский педагогический вестник. – 2022. – Т. 10, № 3 (36). – С. 82–88.
 20. Back A. Learning of Digital Tool Competencies in the Context of Mathematical Modelling // International Horizons in Mathematics Modelling Education. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling / eds. T. Ikeda, A. Saeki, V. Geiger, G. Kaiser. – Springer, Cham, 2025. – URL: https://doi.org/10.1007/978-3-031-53533-8_35
 21. Yorganci S., Subasi M. Interactive GeoGebra applets to improving students' learning performance in e-book-based learning environment // Education and Information Technologies. – 2025. – Vol. 30. – P. 5477–5500. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13021-2>
 22. Колыванова К. Ю., Гуляевская Н. В., Дахин А. Н. Цифровая среда как средство диалога в обучении // Сибирский учитель. – 2024. – № 1 (152). – С. 66–71.
 23. Соболева Е. В., Суровцева В. А. Применение мобильных технологий для развития познавательной активности учащихся при решении практико-ориентированных задач по математике // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2020. – № 4. – С. 1–22. – URL: <http://e-koncept.ru/2020/201023.htm>
 24. Mifetu R. K. Using activity method to address students' problem-solving difficulties in circle geometry // Contemporary Mathematics and Science Education. – 2023. – 4(1). – URL: <https://doi.org/10.30935/conmaths/13079>
 25. Geraniou E., Jankvist U. T., Elicer R. et al. Towards a definition of “mathematical digital competency for teaching” // ZDM – Mathematics Education. – 2024. – № 56. – P. 625–637. – URL: <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01585-9>
 26. Ergene O., Ergene B. C. AI ChatBots' solutions to mathematical problems in interactive e-textbooks: Affordances and constraints from the eyes of students and teachers // Education and Information Technologies. – 2025. – Vol. 30. – P. 509–545. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13121-z>
 27. Yang S., Zhu S., Qin W. et al. Assessing the impact of problem-based digital learning on mathematics proficiency and creative problem solving for vocational high students // Education and Information Technologies. – 2025. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10639-025-13710-6>
 28. Olsher S., Abdu R., Shalata M. The relationships between student content-specific grouping and teachers-students' interactions during online collaborative mathematical task solving // Educational Studies in Mathematics. – 2025. – Vol. 119. – P. 249–268. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10382-w>
 29. Позднякова Е. В. Тематический веб-квест по математике как средство диагностики и развития креативности обучающихся 7–9 классов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2024. – № 4. – С. 32–48. – URL: <http://e-koncept.ru/2024/241042.htm>
 30. Alabdulaziz M. S. Escape rooms technology as a way of teaching mathematics to secondary school students // Education and Information Technologies. – 2023. – Vol. 28. – P. 13459–13484. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10639-023-11729-1>
 31. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике: Ч. 1 / Научно-исследовательский институт школ МП РСФСР. – М.: Просвещение, 1977. – 111 с.
 32. Позднякова Е. В., Малышенко Г. А. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения Альфа в процессе математической подготовки в 5–9 классах // Наука и школа. – 2022. – № 6. – С. 216–231.
 33. Произволов В. В. Задачи на вырост. – М.: Бюро Квантум, 2003. – С. 104–105.
 34. Пустовалова В. В. Инфографика как средство визуализации учебной информации // Современное педагогическое образование. – 2020. – № 4. – С. 222–228.
-
1. *Prikaz Ministerstva prosveshcheniya Rossijskoj Federacii ot 18.05.2023 № 370 “Ob utverzhdenii federal'noj obrazovatel'noj programmy osnovnogo obshchego obrazovaniya”* [Order of the Ministry of Education of the Russian Federation dated 18.05.2023 No. 370 “On Approval of the Federal Educational Program of Basic General Education”] (zaregistrirovan 12.07.2023). Available at: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040?index=2> (in Russian).

2. Podhodova, N. S., & Panova, K. V. (2016). "Metapredmetnye uchebnye zadaniya kak sredstvo razvitiya uchashchihsya pri obuchenii matematike" [Meta-subject learning tasks as a means of developing students in teaching mathematics], *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, № 6. Available at: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=25969> (in Russian).
3. Sel'kina, L. V., & Hudyakova, M. A. (2021). "Metapredmetnye zadaniya kak sredstvo razvitiya u mladshih shkol'nikov interesa k izucheniyu matematiki" [Meta-subject tasks as a means of developing interest in studying mathematics among primary school students], *Gumanitarnye issledovaniya. Pedagogika i psihologiya*, № 6, pp. 48–61 (in Russian).
4. Tumasheva, O. V., & Shashkina, M. B. (2020). "Sredstva formirovaniya i ocenivaniya metapredmetnykh rezul'tatov obuchayushchihsya pokoleniya Z" [Tools for the development and assessment of meta-subject results of Generation Z students], *Azimut nauchnykh issledovaniy: pedagogika i psihologiya*, t. 9, № 1(3), pp. 285–289 (in Russian).
5. Gavrilova, M. A. (2025). "Podgotovka pedagogov k realizacii idey metapredmetnosti v obuchenii" [Preparing teachers to implement meta-subject ideas in teaching], *Vestnik pedagogicheskikh nauk*, № 3, pp. 124–130 (in Russian).
6. Yakunchev, M. A., Markinov, I. F., Semenova, N. G., & Akimova, Yu. D. (2023). "Uchebnye zadaniya kak sredstvo formirovaniya opyta tvorcheskoy deyatel'nosti v predmetnoj podgotovke starsheklassnikov" [Learning tasks as a means of developing creative activity experience in subject-based training of high school students], *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*, № 7, pp. 232–239 (in Russian).
7. Pozdnyakova, E. V., & Fomina, A. V. (2021). "Otkrytye zadachi kak sredstvo razvitiya "soft skills" na urokah matematiki" [Open-ended tasks as a means of developing "soft skills" in mathematics lessons], *Nauchnyy rezul'tat. Pedagogika i psihologiya obrazovaniya*, t. 7, № 2, pp. 29–45 (in Russian).
8. Sanina, E. I., & Nasikan, I. V. (2019). "Kontekstnye zadachi po matematike kak sredstvo razvitiya funktsional'noy gramotnosti obuchayushchihsya" [Contextual tasks in mathematics as a means of developing students' functional literacy], *Uchenye zapiski Orlovskogo gosudarstvennogo universiteta*, № 1 (82), pp. 308–310 (in Russian).
9. Egupova, M. V., & Moshura, Yu. V. (2019). "O roli zadach na prilozheniya matematiki v dostizhenii metapredmetnykh obrazovatel'nykh rezul'tatov" [On the role of tasks on the applications of mathematics in achieving meta-subject learning outcomes], *Nauka i shkola*, № 2, pp. 80–88 (in Russian).
10. Galimullina, E. Z. (2023). "Rezul'taty obucheniya matematike v usloviyakh predmetnoj cifrovoj obrazovatel'noj sredy" [Learning outcomes in mathematics in a subject-based digital educational environment], *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya "Psikhologo-pedagogicheskie nauki"*, t. 20, № 1, pp. 33–46. Available at: <https://vestnik-pp.samgtu.ru/1991-8569/article/view/181644> (in Russian).
11. Kozlov, O. A., & Bochkova, E. V. (2024). "Obuchenie matematike v cifrovoj obrazovatel'noj srede" [Teaching Mathematics in a Digital Educational Environment], *Nauchnye issledovaniya i razrabotki. Social'no-gumanitarnye issledovaniya i tekhnologii*, t. 13, № 2, pp. 3–9 (in Russian).
12. Krupnoderova, E. P., Ivanova, N. E., & Matveeva, Yu. I. (2025). "Proektirovanie predmetnoj cifrovoj sredy obucheniya matematike" [Designing a subject-based digital environment for teaching mathematics], *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya*, № 86-4, pp. 159–161 (in Russian).
13. Sysoeva, M. R. (2025). "Cifrovaya obrazovatel'naya sreda i ee vliyaniye na formirovaniye kommunikativnykh UUD pri obuchenii matematike v osnovnoj shkole" [Digital educational environment and its influence on the development of communicative universal learning actions in teaching mathematics in secondary school], *Aktual'nye problemy sovremennogo obrazovaniya*, № 10(38), pp. 94–99 (in Russian).
14. Sanina, E. I., Zenkova, L. A., & Popova, T. S. (2023). *Vospitanie motivacionno-cennostnogo otnosheniya k poznatel'noj deyatel'nosti obuchayushchihsya osnovnoj shkoly v cifrovoj obrazovatel'noj srede (na primere obucheniya matematike)* [Fostering a Motivational and Value-Based Attitude to the Cognitive Activity of Secondary School Students in a Digital Educational Environment (the Case of Mathematics)]: monografiya, Elec'ij gosudarstvennyj universitet im. I. A. Bunina, Elec, 160 p. (in Russian).
15. Abramenko, Yu. V., & Skvorcova, D. A. (2023). "Proektirovanie uroka matematiki v cifrovoj obrazovatel'noj srede" [Designing a Mathematics Lesson in a Digital Educational Environment], *Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya*, № 4 (60), pp. 48–60 (in Russian).
16. Larin, S. V., & Chilbak-ool, S. V. (2020). "Animatsionnye risunki kak sredstvo cifrovyykh tekhnologiy obucheniya matematike" [Animated drawings as a means of digital technologies for teaching mathematics], *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V. P. Astaf'eva*, № 3 (53), pp. 54–61 (in Russian).
17. Mozgovaya, M. A. (2023). "Strukturno-funktsional'naya model' komp'yuternogo soprovozhdeniya urokov geometrii po resheniyu zadach s ispol'zovaniem GeoGebra" [A structural and functional model of computer support for geometry lessons in solving tasks using GeoGebra], *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya*, № 79-2, pp. 274–276 (in Russian).
18. Isaeva, Z. I., & Manaeva, D. H. (2024). "Razvitie prostranstvennogo myshleniya i uluchsheniye rezul'tatov resheniya stereometricheskikh zadach u uchashchihsya starshih klassov sredstvami interaktivnoj sredy GeoGebra pri provedenii fakul'tativnykh zanyatij po matematike" [Developing spatial thinking and improving the results of solving

- stereometric tasks in high school students using the GeoGebra interactive environment during elective mathematics classes], *Izvestiya Chechenskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya 1. Gumanitarnye i obshchestvennye nauki*, № 2 (46), pp. 105–118 (in Russian).
19. Rozhdestvenskaya, L. V., & Bryksina, O. F. (2022). "TeacherDesmos: Analiz obrazovatel'nogo potentsiala sredy dlya organizatsii poznavatel'noj aktivnosti shkol'nikov pri obuchenii matematike" [TeacherDesmos: Analysis of the educational potential of a platform for organizing students' cognitive activity in learning mathematics], *Povolzhskij pedagogicheskij vestnik*, t. 10, № 3 (36), pp. 82–88 (in English).
20. Back, A. (2025). "Learning of Digital Tool Competencies in the Context of Mathematical Modelling", in Ikeda, T., Saeki, A., Geiger, V., & Kaiser, G. (eds). *International Horizons in Mathematics Modelling Education. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, Springer, Cham. Available at: https://doi.org/10.1007/978-3-031-53533-8_35 (in English).
21. Yorganci, S., & Subasi, M. (2025). "Interactive GeoGebra applets to improving students' learning performance in e-book-based learning environment", *Education and Information Technologies*, vol. 30, pp. 5477–5500. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13021-2> (in English).
22. Kolyvanova, K. Yu., Gulyaevskaya, N. V., & Dahin, A. N. (2024). "Cifrovaya sreda kak sredstvo dialoga v obuchenii" [The digital environment as a means of dialogue in learning], *Sibirskij uchitel'*, № 1 (152), pp. 66–71 (in Russian).
23. Soboleva, E. V., & Surovceva, V. A. (2020). "Primenenie mobil'nyh tekhnologij dlya razvitiya poznavatel'noj aktivnosti uchashchihsya pri reshenii praktiko-orientirovannyh zadach po matematike" [The use of mobile technologies for the development of students' cognitive activity in solving mathematical practice-oriented tasks], *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal "Koncept"*, № 4, pp. 1–22. Available at: <http://e-koncept.ru/2020/201023.htm> (in Russian).
24. Mifetu, R. K. (2023). "Using activity method to address students' problem-solving difficulties in circle geometry", *Contemporary Mathematics and Science Education*, 4(1). Available at: <https://doi.org/10.30935/conmaths/13079> (in English).
25. Geraniou, E., Jankvist, U. T., Elicer, R. et al. (2024). "Towards a definition of "mathematical digital competency for teaching", *ZDM – Mathematics Education*, № 56, pp. 625–637. Available at: <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01585-9> (in English).
26. Ergene, O., & Ergene, B. C. (2025). "AI ChatBots' solutions to mathematical problems in interactive e-textbooks: Affordances and constraints from the eyes of students and teachers", *Education and Information Technologies*, vol. 30, pp. 509–545. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13121-z> (in English).
27. Yang, S., Zhu, S., Qin, W. et al. (2025). "Assessing the impact of problem-based digital learning on mathematics proficiency and creative problem solving for vocational high students", *Education and Information Technologies*. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10639-025-13710-6> (in English).
28. Olsher, S., Abdu, R., & Shalata, M. (2025). "The relationships between student content-specific grouping and teachers-students' interactions during online collaborative mathematical task solving", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 119, pp. 249–268. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10382-w> (in English).
29. Pozdnyakova, E. V. (). "Tematicheskij veb-kvest po matematike kak sredstvo diagnostiki i razvitiya kreativnosti obuchayushchihsya 2024–9 klassov" [A thematic web quest on mathematics as a means of diagnosing and developing creativity in students in grades 7–9], *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal "Koncept"*, № 4, pp. 32–48. Available at: <http://e-koncept.ru/2024/241042.htm> (in Russian).
30. Alabdulaziz, M. S. (2023). "Escape rooms technology as a way of teaching mathematics to secondary school students", *Education and Information Technologies*, vol. 28, pp. 13459–13484. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10639-023-11729-1> (in English).
31. Kolyagin, Yu. M. (1977). *Zadachi v obuchenii matematike: Ch. 1 [Tasks in Teaching Mathematics: Part 1]*, Nauchno-issledovatel'skij institut shkol'nikov MP RSFSR, Prosveshchenie, Moscow, 111 p. (in Russian).
32. Pozdnyakova, E. V., & Malyschenko, G. A. (2022). "Metapredmetnye zadaniya kak sredstvo razvitiya universal'nyh uchebnyh dejstvij pokoleniya Al'fa v processe matematicheskoy podgotovki v 5–9 klassah" [Meta-subject tasks as a means of developing universal learning actions of the Alpha generation in the process of mathematical training in grades 5–9], *Nauka i shkola*, № 6, pp. 216–231 (in Russian).
33. Proizvolov, V. V. (2003). *Zadachi na vyrost [Tasks for growth]*, Byuro Kvantum, Moscow, pp. 104–105 (in Russian).
34. Pustovalova, V. V. (2020). "Infografika kak sredstvo vizualizatsii uchebnoj informatsii" [Infographics as a means of visualizing learning information], *Sovremennoe pedagogicheskoe obrazovanie*, № 4, pp. 222–228 (in Russian).