

Приемы формирования основных понятий
и умений функционально-графической линии
у обучающихся основной школы в цифровой среде

Techniques for the formation of basic concepts and skills
of the functional-graphical line
among secondary school students in a digital environment

Авторы статьи

Позднякова Елена Валерьевна,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики, физики и математического моделирования Кузбасского гуманитарно-педагогического института ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет», г. Новокузнецк, Российская Федерация
suppesev@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0356-3610

Майер Валерий Робертович,
доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева», г. Красноярск, Российская Федерация
mavr49@mail.ru
ORCID: 0000-0001-8253-5882

Фомина Анжелла Владимировна,
кандидат физико-математических наук, декан факультета информатики, математики и экономики Кузбасского гуманитарно-педагогического института ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет», г. Новокузнецк, Российская Федерация
angella_fomina@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0631-2702

Конфликт интересов

Конфликт интересов не указан

Authors of the article

Elena V. Pozdnyakova,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics, Physics and Mathematical Modeling, Kuzbass Humanitarian and Pedagogical Institute, Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russian Federation
suppesev@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0356-3610

Valery R. Mayer,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev, Krasnoyarsk, Russian Federation
mavr49@mail.ru
ORCID: 0000-0001-8253-5882

Anzhella V. Fomina,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Dean of the Faculty of Computer Science, Mathematics and Economics, Kuzbass Humanitarian and Pedagogical Institute, Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russian Federation
angella_fomina@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0631-2702

Conflict of interest statement

Conflict of interest is not declared

Поступила в редакцию <i>Received</i>	03.02.26	Получена положительная рецензия <i>Received a positive review</i>	04.03.26
Принята к публикации <i>Accepted for publication</i>	04.03.26	Опубликована <i>Published</i>	31.05.26



Для цитирования

Позднякова Е. В., Майер В. Р., Фомина А. В. Приемы формирования основных понятий и умений функционально-графической линии у обучающихся основной школы в цифровой среде // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2026. – № 05. – С. 17–36. – URL: <https://e-koncept.ru/2026/261105.htm> – DOI: 10.24412/2304-120X-2026-11105

For citation

E. V. Pozdnyakova, V. R. Mayer, A. V. Fomina, Techniques for the formation of basic concepts and skills of the functional-graphical line among secondary school students in a digital environment // Scientific-methodological electronic journal "Koncept". – 2026. – No. 05. – P. 17–36. – URL: <https://e-koncept.ru/2026/261105.htm> – DOI: 10.24412/2304-120X-2026-11105

Аннотация

Функционально-графическая линия является одной из основных линий содержания программы по математике и имеет фундаментальное значение. Результаты различных диагностических работ, анализ отечественных и зарубежных исследований свидетельствуют о недостаточной сформированности системы знаний и умений обучающихся в области математических функций. Это актуализирует методический поиск эффективного дидактического инструментария, обогащенного возможностями цифровой среды, для формирования понятия функции как математической модели явлений окружающего мира и овладения школьниками всем спектром умений функционально-графической линии. Цель исследования – выявление приемов формирования основных понятий и умений функционально-графической линии у обучающихся основной школы и определение цифровых инструментов реализации указанных приемов. Для достижения поставленной цели мы применили комплекс методов: сравнительный анализ психолого-педагогической литературы, программ динамической математики, а также нейросетей, генерирующих визуальный контент; изучение краеведческого материала, художественной литературы, кино- и гейм-индустрии; педагогическое наблюдение; анкетирование обучающихся; диагностические работы и их анализ; графическое представление данных. Дидактические приемы определены с опорой на положение о единстве компонентов математической подготовки школьников; методическую схему изучения функций в основной школе; эвристический подход в обучении математике. Приведены примеры реализации выявленных приемов. На основе анкетирования и анализа результатов диагностических работ сделан вывод о повышении мотивации учеников основной школы к изучению функций, эффективности формирования предметных результатов, развития исследовательских умений и математической креативности в области функционально-графической линии. Теоретическая значимость исследования представлена описанием совокупности дидактических приемов формирования основных понятий и умений функционально-графической линии и цифровых инструментов их реализации в соответствии с этапами изучения функций. Практическая значимость исследования заключается в описании методических аспектов внедрения выявленных дидактических приемов в учебный процесс: «Графики вокруг нас», «Функции в рассказах, кино и играх», «Функции как модели реальных процессов», «Карточка памяти Anki», «Слайд – яркое пятно», «Цифровой помощник», «Интерактивные задания».

Abstract

The functional and graphical line is one of the main lines of the mathematics curriculum and it is of fundamental importance. The results of various diagnostic work, the analysis of domestic and foreign studies indicate an insufficient development of the system of knowledge and skills among students in the field of mathematical functions. This actualizes the methodical search for effective didactic tools enriched with the capabilities of the digital environment to form the concept of function as a mathematical model of the surrounding world phenomena and to master the full range of skills of the functional and graphical line. The aim of the study is to identify techniques for the formation of basic concepts and skills of the functional graphical line among secondary school students and to identify digital tools for the implementation of these techniques. To achieve this goal, we applied the following methods: comparative analysis of psychological and pedagogical literature, dynamic mathematics programs, as well as neural networks that generate visual content; study of local history material, fiction, film and game industry; pedagogical observation; student questionnaires; diagnostic works and their analysis; graphical representation of data. Didactic techniques are based on the principle of the unity of components of students' mathematical training; methodological scheme for studying functions in secondary school; heuristic approach to teaching mathematics. Examples of the identified techniques implementation are given. Based on the survey and analysis of the results of diagnostic work, it is concluded that the motivation of secondary school students to study functions, the effectiveness of subject learning results, the development of research skills and mathematical creativity in the field of functional and graphical line is increased. The theoretical significance of the study is represented by the description of a set of didactic techniques for the formation of basic concepts and skills of the functional graphical line and digital tools for their implementation in accordance with the stages of studying functions. The practical significance of the research lies in the description of methodological aspects of the implementation of the identified didactic techniques in the educational process: "Graphics around us", "Functions in stories, movies and games", "Functions as models of real processes", "Anki memory card", "Slide is a bright spot", "Digital assistant", "Interactive assignments".

Ключевые слова

функционально-графическая линия, обучение математике в основной школе, цифровая среда, дидактические приемы, предметные и метапредметные результаты обучения математике

Key words

functional and graphical line, teaching mathematics in secondary schools, digital environment, didactic techniques, subject and meta-subject results of teaching mathematics

Благодарности

Авторы выражают благодарность анонимным рецензентам представленной работы, а также администрации и учителям математики МБНОУ «Лицей № 111» г. Новокузнецка за помощь в проведении опытно-экспериментальной части исследования.

Acknowledgements

The authors express their gratitude to the anonymous reviewers of this work as well as to the administration and mathematics teachers of Lyceum No. 111 in Novokuznetsk for their assistance in conducting the experimental part of the study.

Введение / Introduction

Одной из основных линий содержания программы по математике в 7–9-х классах является функционально-графическая линия. В Федеральных рабочих программах по математике (базовый и углубленный уровни) [1] на ступени основного общего образования отмечается, что данная линия нацелена на получение обучающимися знаний о функции как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных явлений и процессов в природе и обществе, а умение создавать такие модели – это структурный элемент математической грамотности. Анализ результатов Всероссийских проверочных работ по математике за 2024/2025 учебный год [2] фиксирует низкий процент выполнения заданий по теме «Функция». Так, в 7-х классах только 38% учащихся выполнили задание, требующее умения извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов; еще меньший процент семиклассников (35%) справился с заданием на описание и интерпретацию реальных числовых данных, представленных на диаграммах и графиках. В 8-х классах чуть более половины обучающихся (57%) продемонстрировали умения понимать и использовать функциональные понятия, определять значение и свойства функции по ее графику, при этом в классах с углубленным изучением математики такой процент выше (68%). Анализ итоговой аттестации девятиклассников (в форме ОГЭ) [3] показал, что наибольшие затруднения у всех выпускников основной школы вызвали задания, проверяющие умения применять знания при решении практических задач, строить математические модели; при этом есть обучающиеся, у которых отсутствуют знания о типах функций, их формулах и графиках. Задание высокого уровня сложности, в котором требуется построить график функции с параметром, выполнили около 3% девятиклассников (в зависимости от региона). Аналогичная ситуация наблюдается и по результатам Единого государственного экзамена по математике профильного уровня [4]: в 2025 году только около 2% от числа участников ЕГЭ верно решили задачу с параметрами, рациональное решение которой предполагало построение графика функции. Проблема недостаточной сформированности умений функционально-графической линии остается актуальной и для студентов первых курсов высших учебных заведений. Например, в исследовании Н. А. Даниловой [5] констатируется, что многие обучающиеся формально усвоили определение понятия функции, не имеют целостного представления о функциональной зависимости, о классификации функций и их свойствах. На формализм изучения функций в школьном курсе математики указывается и в зарубежных исследованиях. Так, И. Г. Айе [6] отмечает, что учащиеся часто имеют неверные представления о функциях и способах их визуализации, на уроках преимущественно развивают процедурные навыки в ущерб концептуальному пониманию.

Таким образом, актуален методический поиск эффективного дидактического инструментария для формирования у обучающихся понятия функции как математической модели явлений окружающего мира и овладения школьниками всем спектром умений функционально-графической линии. Происходящая в настоящее время цифровая трансформация образования обогащает существующие методические практики новыми возможностями, поэтому цель нашего исследования – выявление приемов формирования основных понятий и умений функционально-графической линии у обучающихся основной школы и определение цифровых инструментов реализации указанных приемов.

Обзор литературы / Literature review

Фундаментальная роль функционально-графической линии подчеркивается в исследовании Л. Юкич-Матич, Г. Келер-Поляк, С. Рукавина [7]. Авторы отмечают, что понятие функции является базовым для математики как научной дисциплины и центральным понятием школьной математики; развитие у учащихся умения применять функции в процессе познания реальной действительности включено в основные цели учебных программ по математике во всем мире. В России основные умения функционально-графической линии в 7–9-х классах представлены в спецификации контрольно-измерительных материалов для проведения основного государственного экзамена [8]: строить графики функций; использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами. В исследованиях проблемы изучения школьниками функционально-графической линии внимание методистов акцентируется на реализации принципа наглядности с опорой на визуальное мышление учащихся. В работах В. А. Далингера, С. Д. Симонженкова [9] предложен когнитивно-визуальный подход, предполагающий создание визуальной учебной среды как совокупности условий обучения, создающих взаимосвязь абстрактно-логического содержания учебного материала с наглядно-интуитивными методами, активизирующими познавательную деятельность. С. А. Бельман, М. А. Евтихина [10] отмечают, что на основе когнитивно-визуального подхода с помощью специально созданных образов можно ввести математическое понятие, показать скрытые закономерности, сопоставить слово и образ, наглядно представить теоретические данные, проследить ход рассуждения, объединить факты в целый зрительный образ, увидеть идею решения. В статье С. В. Матюшенко и О. О. Князевой [11] выделены временные этапы развития принципа наглядности в образовании: классический, визуальный, когнитивно-визуальный, инфографический. Инфографический этап обусловлен цифровизацией образования, позволившей многократно расширить границы наглядности в обучении. А. В. Фирер [12] выделяет элементы визуализации в контексте изучения функциональной линии: таблицы, графики, диаграммы (круги Эйлера, блок-схемы, кластеры и др.). З. А. Абильева, Н. Н. Кошелева [13] рассматривают визуализированные задачи как основное средство изучения степенной функции; при этом для решения задач с неявным графическим образом используют программы динамической математики. Интересный методический опыт математизации понятия функции учащимися средней школы представлен в работе Р. И. Гонсалес-Поло и А. Кастанеда [14]. Авторы формируют понятие функциональной зависимости на основе дидактической игры с падающим шариком (задача о свободном падении), при этом используется специальное программное обеспечение для получения данных о движении.

В работе авторского коллектива А. Хрничич, А. Алиходжич, Ф. Коньяло, Д. Камбер-Хамзич [15] сделан упор на понимании функции как математической модели реальных процессов. В связи с этим авторы проектируют банк заданий для оценки понимания обучающимися «реальных функций», который в дальнейшем поможет определить необходимые изменения в изучении программы функционально-графической линии.

Немалое количество работ отечественных и зарубежных авторов посвящено выявлению потенциала цифровой среды для эффективного изучения функций в школьном курсе математики. В обзорном исследовании В. Хади, Ц. Чикош [16] за период с 2006 по 2024 год отмечается, что наиболее частые приемы визуализации при обучении математике в школе – это создание рисунков и использование программы

GeoGebra. Учителей и методистов привлекают возможности программ динамической математики для организации экспериментальной и исследовательской деятельности школьников по изучению свойств и графиков функций. Например, Р. Т. де Соуза, Ф. Р. Алвес [17] предлагают методику изучения квадратичной функции с применением цифрового симулятора, позволяющего в ходе эксперимента установить взаимосвязь коэффициентов квадратичной функции и ее графика. А. Р. Ганеева, А. С. Овчинникова, А. А. Аркатова [18] исследуют методические аспекты использования программы GeoGebra для построения графиков функций, изучаемых в основной школе, методом геометрических преобразований, при этом суть каждого метода учащиеся открывают самостоятельно. В статье В. Н. Дубровского [19] показаны возможности визуализации функциональных зависимостей и преобразований плоскости в программах динамической математики («Математический конструктор», «Живая математика», GeoGebra) на основе динографиков. Н. В. Эйрих [20] представляет опыт организации экспериментально-исследовательской работы учащихся в виртуальной лаборатории «Графики функций» портала «1С: урок», отмечая, что такая деятельность развивает не только предметные умения, но и метапредметные. В работе С. В. Ларина, В. Р. Майера, Т. О. Кочетковой, О. А. Карнауховой [21] разработан цифровой образовательный контент из серии анимационных рисунков на базе GeoGebra. С помощью такого контента организуются учебные исследования, экспериментирование и тренинги обучающихся по различным разделам школьного курса математики. В исследовании Е. В. Поздняковой [22] проектируется система заданий с региональным компонентом для обучения построению графиков функций методом геометрических преобразований с использованием инструментов цифровой среды; показано влияние такого учебного материала на качественную успеваемость и формирование метапредметных умений и мотивации учащихся основной школы.

Внедрение нейросетей в процесс обучения математике открывает принципиально новые возможности для реализации принципа наглядности. В этом аспекте следует отметить интересные результаты, представленные в работе И. В. Гончаровой, И. Н. Никитенко, М. В. Петренко [23]. На примере содержательной линии «Математика в историческом развитии» авторы иллюстрируют возможности нейросетей для создания анимированных материалов, цифровых галерей и интерактивных диалогов.

Таким образом, на основе анализа отечественных и зарубежных исследований установлено: 1) изучение функционально-графической линии выстраивается на основе принципа наглядности с активизацией резервов визуального мышления обучающихся (когнитивно-визуальный подход на «инфографическом» этапе его развития); 2) наблюдение, моделирование и экспериментирование играют важную роль в процессе эффективного усвоения обучающимися основных понятий, свойств, типов и графиков функций; 3) программы динамической математики являются достаточно популярным и эффективным средством организации исследовательской деятельности школьников для изучения свойств и графиков функций; 4) для визуализации учебного материала функционально-графической линии перспективно рассмотрение потенциала нейросетей и других цифровых инструментов наглядности.

Материалы и методы / Materials and methods

Дидактический подход к формированию основных понятий и умений функционально-графической линии базируется на положении о том, что предметные ре-

результаты должны формироваться в единстве с метапредметными умениями, математической грамотностью и математической креативностью (рис. 1). Совместно с обучающимися проектируется предметная открытая образовательная среда, понимаемая как комплекс условий для саморазвития, обучения и самообучения школьника с учетом психолого-педагогических особенностей и образовательных запросов цифрового поколения. Принципы проектирования такой среды представлены в исследовании Е. В. Поздняковой, А. В. Фоминой и П. М. Баевой [24]: ориентированность на ученика; открытость образовательной среды; интеграция цифровой среды, включая искусственный интеллект; трехчастная структура среды, проявляющаяся в наличии трех ее компонентов – коммуникативного, технологического и ресурсного; дозированная геймификация среды.

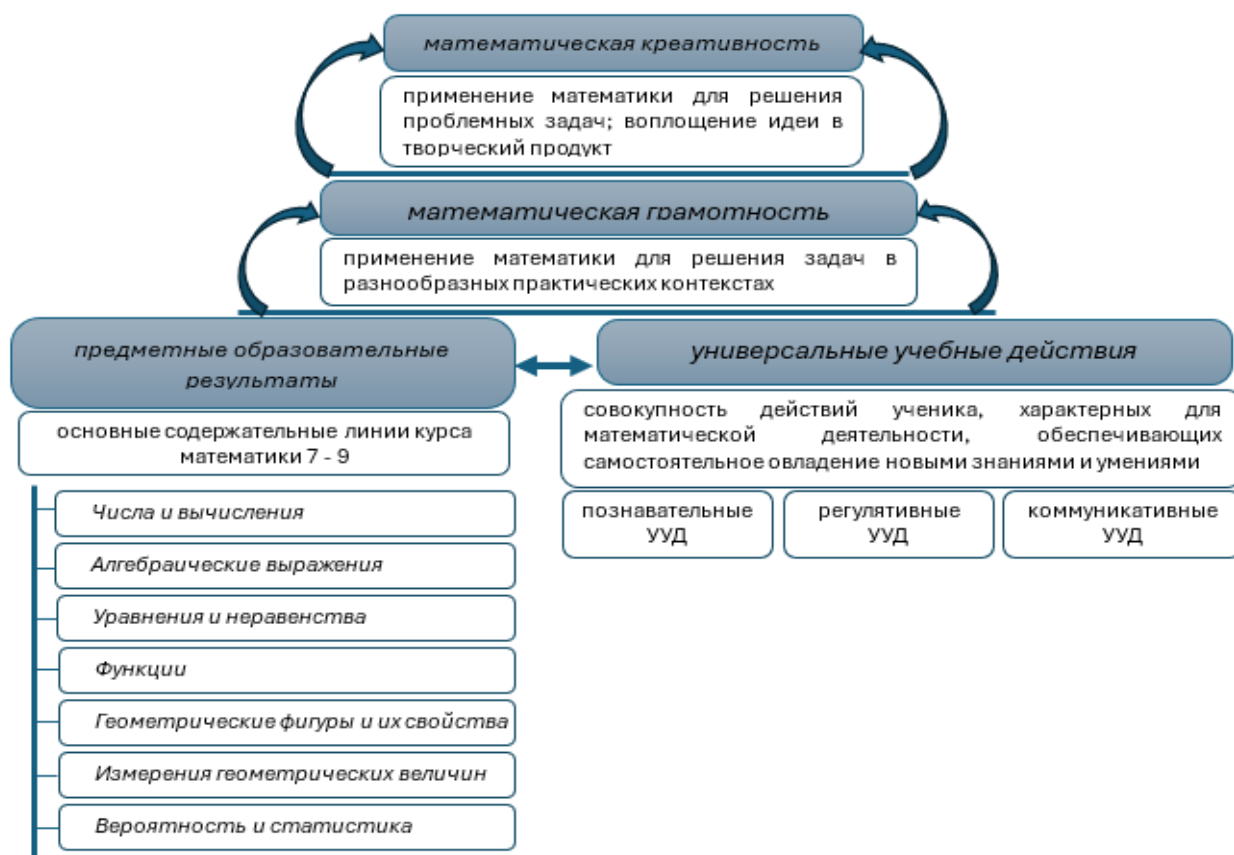


Рис. 1. Математическая подготовка в 7–9-х классах: единство компонентов

Методическая схема изучения функции в основной школе выстраивается на основе частной методики Л. С. Капкаевой [25]: рассмотрение конкретных ситуаций или задач, приводящих к данной функции → формулировка определения функции и запись ее в виде формулы → ознакомление учащихся с графиком данной функции → исследование основных свойств функции → применение изученных свойств функции при решении различных задач. Понятие дидактического приема в обучении математике уточнено в исследовании О. В. Тумашевой, О. В. Берсеновой и М. Б. Шашкиной [26]: операция по взаимодействию учителя и обучающегося в процессе реализации метода обучения, определяющаяся конкретностью цели применения, предметным содержанием и характером познавательной деятельности ученика. Находя приемы формирования понятий и умений функционально-графической линии, мы опирались на эвристический подход в обучении математике, представленный в учебном

пособии Е. И. Скафа [27]. Такой подход направлен на развитие креативности и способности обучающихся к самостоятельному усвоению знаний; в системе дидактических приемов реализуется через постановку проблемных вопросов, заданий с недостающими данными или неопределенностью в условии, вовлечение учащихся в творческую или экспериментальную деятельность (например, экспериментирование с параметрами и наблюдение за изменениями графика в динамической среде, поиск функций для описания реальных объектов).

Для определения цифровых инструментов реализации приемов формирования умений функционально-графической линии был проведен сравнительный анализ программ динамической математики, находящихся в свободном доступе (GeoGebra, «1С: Математический конструктор»); рассматривались нейросети, генерирующие визуальный контент.

В области изучения функционально-графической линии программа GeoGebra [28] обладает следующими ключевыми особенностями: построение графиков элементарных и сложных функций (в том числе кусочно-заданных, параметрических, неявных); динамическое изменение параметров функции с помощью ползунков, что позволяет наглядно изучать влияние коэффициентов на форму графика; вычисление и отображение производных и интегралов, построение касательных и нормалей; исследование особых точек (экстремумов, точек перегиба, асимптот) с возможностью их автоматического нахождения; анимация графиков и траекторий; экспорт результатов в форматы изображений. Программная среда «1С: Математический конструктор» [29] – первая российская разработка мирового класса в области интерактивных математических систем для школьников. Программа ориентирована прежде всего на школьное математическое образование и обладает достаточным функционалом для базового исследования графиков функций. Ее особенностями являются интуитивно понятный интерфейс, адаптированный для учащихся и педагогов; библиотека готовых шаблонов и заданий по темам школьного курса (линейные, квадратичные, тригонометрические функции и др.); инструменты для построения графиков по таблице значений, формуле или описанию; возможность проведения геометрических преобразований графиков (сдвиги, растяжения, отражения); функции измерения координат, расстояний, углов, площадей; поддержка создания интерактивных моделей с управляющими элементами (кнопками, ползунками). «1С: Математический конструктор» имеет закрытую лицензионную модель и тесную интеграцию с другими продуктами «1С: Образование»; содержит методическое сопровождение для учителей, включая сценарии уроков и проверочные задания.

Сегодня нейросети активно внедряются в процесс создания инфографики, предоставляя мощные инструменты для визуализации данных и графиков функций. Нами анализировались российские разработки, такие как нейросеть GigaChat и голосовой помощник «Алиса AI», созданные соответственно компаниями «Сбер» и «Яндекс». GigaChat – современная русскоязычная нейросеть, способная выполнять широкий спектр задач, включая генерацию текста и изображений. У данной нейросети есть специальные настройки для образования (например, «простой стиль объяснения для начинающих», «подробный разбор темы для продвинутых», «разный уровень сложности примеров»). Одно из направлений ее применения – создание инфографики, основанной на математических функциях. Пользователю достаточно описать идею будущей инфографики текстом, а нейросеть сама создаст соответствующее изображение. Например, можно сформулировать запрос «создать инфографику с изображением городского

пейзажа, где здания представлены графиками разных функций». Получив такую инструкцию, GigaChat сможет обработать ее и выдать оригинальную картинку, совмещающую реальный объект и его математическое выражение.

Нейросеть «Алиса AI» от «Яндекс» также оказывает поддержку в создании инфографики, выступая как интеллектуальный ассистент визуализации, – переводит текстовый запрос в структурированную графику, сокращая время на подготовку наглядных дидактических материалов. Например, в ответ на промпт о характеристиках какой-то функции или создании рисунка графика функции, нейросеть либо выполнит задание сама, либо предложит обратиться к соответствующему инструменту. На рис. 2 (а, б) представлены изображения, сгенерированные нейросетью GigaChat и «Алиса AI» по запросу «визуализация гиперболы в реальной жизни».



Рис. 2. а) «Визуализация гиперболы в реальной жизни»: сгенерировано GigaChat



Рис. 2. б) «Визуализация гиперболы в реальной жизни»: сгенерировано «Алиса AI»

Для составления практико-ориентированного контекста заданий изучался краеведческий материал, рассматривались цифровые иллюстрации с региональным компонентом. Для создания эмоциональной вовлеченности учащихся анализировались художественная литература, произведения кино- и гейм-индустрии. Апробация методики осуществлялась в ходе опытно-экспериментальной работы; для оценки ее эффективности применялись педагогическое наблюдение, анкетирование обучающихся, диагностическая работа и анализ ее результатов, графическое представление данных.

Результаты исследования / Research results

В соответствии с методической схемой изучения функции были определены дидактические приемы формирования основных понятий и умений функционально-графической линии и соответствующие цифровые инструменты для их реализации. Определяя суть дидактического приема, мы акцентируем внимание на деятельности обучающихся как на главном механизме усвоения знаний: на том, какие действия они совершают, как взаимодействуют с материалом и какой опыт приобретают в процессе реализации данного приема (см. табл. 1).

Проиллюстрируем особенности выявленных приемов на конкретных примерах.

Пример 1 «Прямая пропорциональность»

Мотивация введения понятия функции. Учащимся предлагаются слайды с иллюстрациями из приключенческого фильма «Путешествие к центру Земли» (см. рис. 3).

Таблица 1

Дидактические приемы формирования основных понятий и умений функционально-графической линии

Этапы изучения функции	Название дидактического приема / суть приема	Цифровые инструменты реализации приема
Мотивация введения понятия функции	«Графики функций вокруг нас» / поиск, распознавание математических функций и построение их графиков для описания реальных объектов	– Изображения, сгенерированные нейросетью; – цифровые фотографии реальных объектов
	«Функции в рассказах, кино и играх» / поиск и осмысление математических функций через их проявления в художественных текстах, кинематографе и интерактивных медиа	– Слайды; – видеоролики; – изображения, сгенерированные нейросетью
	«Функции как модели реальных процессов» / описание реального явления с помощью математической функции; установление связи между реальным процессом и его функциональным представлением	– Интерактивные презентации; – программы динамической математики
Определение функции и запись ее в виде формулы	«Карточка памяти Anki» / создание карточки памяти в мобильном приложении для запоминания определения функции и ее формулы	Приложение AnkiDroid
	«Слайд – яркое пятно» / визуальное выделение определения функции и ее формулы (цветом, размером, анимацией), чтобы активизировать внимание и обеспечить лучшее запоминание	Презентации
Знакомство с графиком функции; исследование свойств функции	«Цифровой помощник» / изменение параметров и наблюдение за графиком функции и ее свойствами в программе динамической математики	– Программа динамической математики GeoGebra; – программа динамической математики «1С: Математический конструктор»
Решение задач с использованием свойств функции	«Интерактивные задания» / вовлечение учащихся в активную познавательную деятельность с помощью диалоговых, практико-ориентированных, игровых, исследовательских заданий	– Образовательные платформы с готовыми заданиями (РЭШ, «Решу ОГЭ», «math100» и др.); – платформы для создания интерактивных упражнений («Удоба», learningapps, Joytek и др.); – нейросети

Учитель организует диалог через серию вопросов: «На экране кадры одного интересного фантастического фильма, снятого по роману знаменитого французского писателя Жюль Верна. Кто знает, что это за фильм?»; «Какая цель была у главных героев?»; «А возможно ли путешествие к центру Земли?» (прием «Функции в рассказах, кино и книгах»).

Далее учащимся предъявляется текст задачи из учебного пособия М. Ю. Шубы «Занимательные задания в обучении математике» [30]: «Геофизики говорят, что в настоящее время поверхность Луны лучше изучена, чем внутренность Земли. Ими установлено, что каждые 100 м температура в Земле повышается на 3 °С. Пусть t почвы 0 °С. Какова будет температура Земли на глубине 100 м, 200 м, 500 м, 1000 км? Будет ли эта зависимость функцией?» Для ответа на поставленные вопросы семиклассники переходят в

программу динамической математики (рис. 4), где выполняют необходимые расчеты в таблице, строят точки с соответствующими координатами и проводят через эти точки прямую – график функции (прием «Функции как модели реальных процессов»).

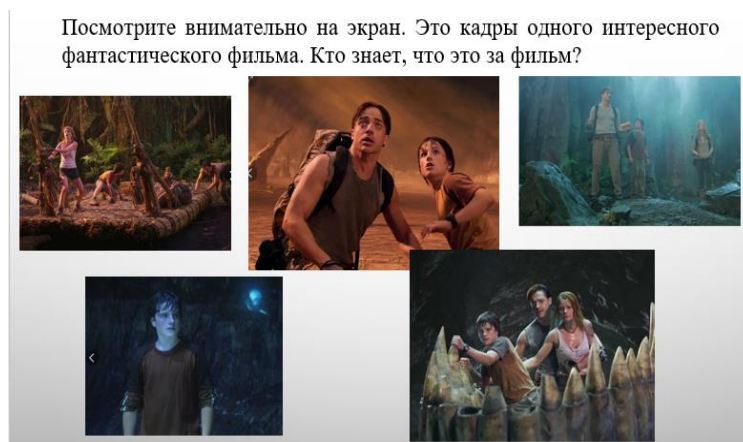


Рис. 3. «Путешествие к центру Земли»: слайды

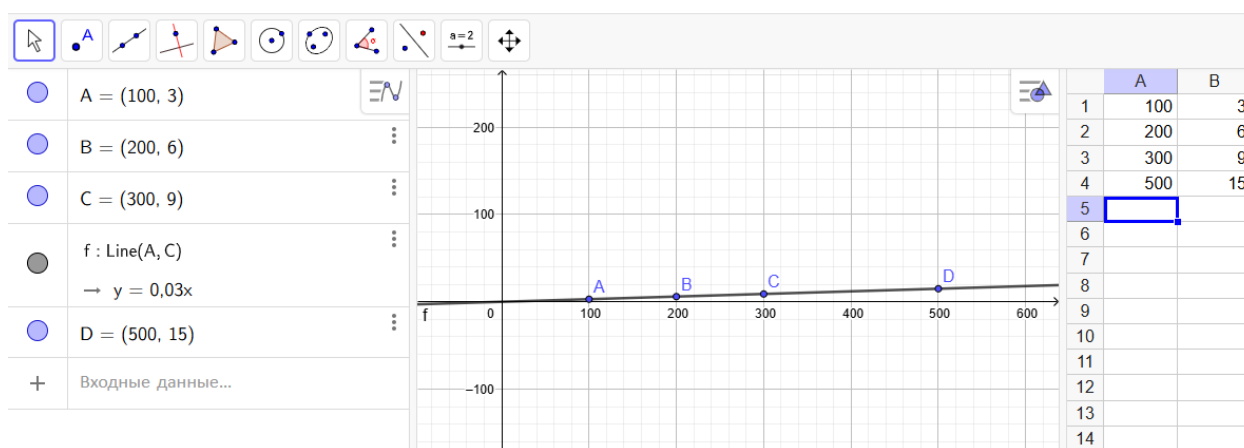


Рис. 4. Исследование температуры Земли в программе GeoGebra

Определение функции и запись ее в виде формулы. После работы в программе GeoGebra учащимся предлагается задание: «Предположим, что такая зависимость может быть задана формулой: $y = kx$. Используя точку (100; 3), найдите коэффициент k . Проверьте, будут ли удовлетворять найденному коэффициенту все остальные точки». Результатом выполнения данного задания будет формула $y = 0,03x$. Учителем сообщается, что найдена формула, выражающая зависимость температуры земли от ее глубины. Функция, задаваемая такой формулой, называется «прямая пропорциональность». Учащимся предъявляется «слайд – яркое пятно» (рис. 5), предлагается записать определение функции, а дома создать карточку памяти в мобильном приложении AnkiDroid (прием «Карточка памяти Anki»).

Знакомство с графиком функции, исследование свойств функции. Для изучения свойств функции и особенностей ее графика семиклассники переходят в программу «1С: Математический конструктор» (см. рис. 6), где, изменяя параметр k , наблюдают, как меняется график функции (прием «Цифровой помощник»).

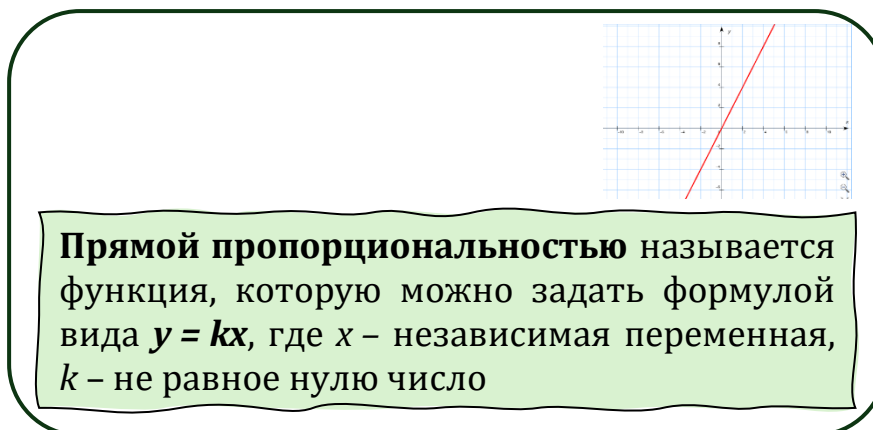


Рис. 5. «Слайд –яркое пятно»: определение функции

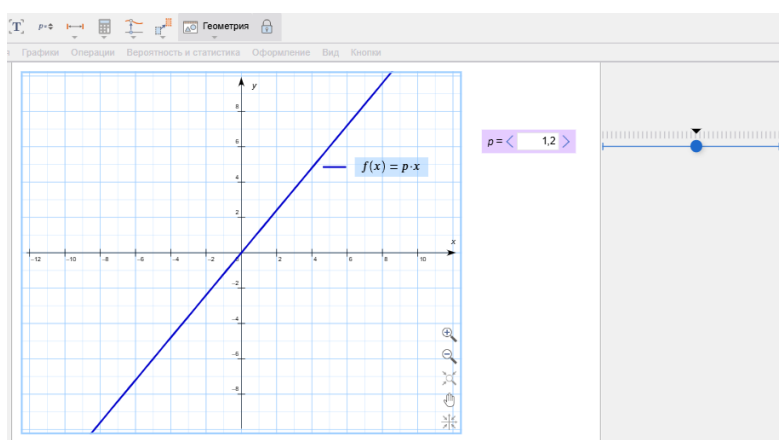


Рис. 6. Исследование свойств и графика функции в программе «1С: Математический конструктор»

Решение задач с использованием свойств функции. Ученикам предлагается вернуться к задаче о путешествии к центру Земли. Учитель формулирует вопросы для диалога: «Какая информация необходима для ответа на вопрос задачи?» (необходимо знать температуру в центре Земли); «Чтобы воспользоваться найденной формулой зависимости температуры от глубины, что нужно знать?» (радиус Земли); «Радиус Земли равен 6371 км. Найдите температуру в центре Земли» (191130 °С). Дома учащиеся осуществляют поиск информации о том, какую температуру выдерживают самые жаростойкие материалы, и делают соответствующие выводы. Пример выполнения домашнего задания представлен на рис. 7.

Самым жаропрочным материалом считается смесь карбидов тантала и гафния: она способна выдержать до 4000 градусов Цельсия при атмосферном давлении. Если покрыть ей кабину нашего подземного корабля-амфибии, появится надежда выдержать как минимум жар от мантии. Но бур должен быть еще и прочным, поэтому для него лучше подойдет менее жаростойкий карбид вольфрама: он в два раза плотнее стали и может выдержать до 2800 градусов. Вывод: путешествие к центру Земли пока невозможно, так как $2800 < 191130$

Рис. 7. Задача о путешествии к центру Земли: рассуждения и выводы

Пример 2 «Обратная пропорциональность»

В данном примере ограничимся иллюстрацией этапа мотивации введения функции. На этом этапе может звучать рассказ учителя на основе приема «Функции в рассказах, кино и играх»: «В знаменитом романе Алексея Толстого “Гиперболоид инженера Гарина” главный герой создает устройство, способное концентрировать энергию в узкий тепловой луч огромной мощности. С помощью такого луча можно разрушать любые преграды, плавить металлы и пробивать скальные породы. Название созданного механизма – “гиперболоид” – не случайно, так как в его основе лежит поверхность, напоминающая гиперболу. Сегодня мы познакомимся с функцией, графиком которой является гипербола». Рассказ учителя сопровождается иллюстрацией фантастического гиперболоида, сгенерированной нейросетью (рис. 8).



Рис. 8. Гиперболоид инженера Гарина: сгенерировано «Алиса AI»

Далее учащимся предлагается практико-ориентированная задача, где обратная пропорциональность описывает зависимость времени от скорости: «Представьте, что вы едете на велосипеде. Вам необходимо преодолеть расстояние в 20 км. За какое время вы преодолеете это расстояние, если будете двигаться со скоростью 5 км/ч, 10 км/ч, 20 км/ч? Будет ли эта зависимость функцией?» (прием «Функции как модели реальных процессов»).

Пример 3 «Квадратичная функция»

В данном примере акцентируем внимание на этапе решения задач с использованием свойств функции. Отметим, что рассматриваемый этап включает следующую систему заданий: распознавание функции по ее графику и наоборот (например, установить соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают); задания на «чтение» графиков функций и их свойств (промежутки знакопостоянства, возрастания, убывания функции и т. д.); построение графиков элементарных функций, в том числе с помощью геометрических преобразований; построение графиков функций, формула которых требует предварительных алгебраических преобразований; задания с параметром; практико-ориентированные задания, в том числе задания с региональным компонентом.

Особый интерес представляют задания с региональным компонентом как эффективное средство мотивации, развития метапредметных умений и креативности. Представим пример такого задания на краеведческом материале Кемеровской области – Кузбасса.

Задание «Графики вокруг нас». Одно из самых красивых мест Новокузнецка – Театральная площадь около городского драматического театра. Главное украшение этой площади – огромный фонтан в виде чаши, иногда называемой новокузнецкими «чашей Грааля». Некоторые горожане верят, что если заглянуть в фонтан и увидеть отражение своего лица, то не будешь плакать целый год. Этот фонтан представлен на рис. 9.

- 1) Определите, график какой базовой функции напоминает линия фонтана.
- 2) В программе динамической математики постройте «график-линию фонтана» из базового с помощью преобразований.
- 3) Запишите формулу функции, график которой вы построили.
- 4) Вспомните и назовите объекты городского ландшафта, очертания которых напоминают график данной функции.
- 5) Дома в программе GeoGebra создайте аналогичное задание; ссылку для выполнения отправьте своему другу/соседу по парте.

Школьники проходят по ссылке, созданной учителем, и работают с изображением в программе GeoGebra; определяют базовую функцию $y = x^2$; отмечают вершину параболы (точка C(-2; -4)) и, сдвигая график базовой функции на две единицы влево и на четыре единицы вниз, строят график искомой функции $y = (x + 2)^2 - 4$ (см. рис. 9).

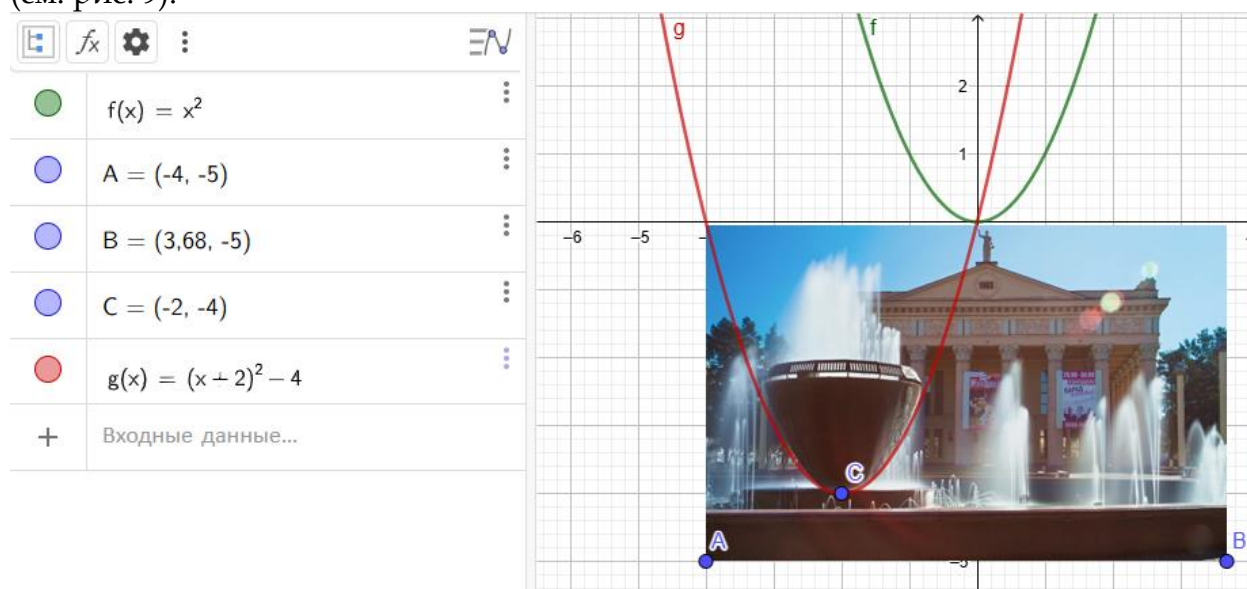


Рис. 9. Задание «Графики вокруг нас»

Творческая составляющая деятельности учащихся включает самостоятельное составление аналогичного задания в программе динамической математики, после чего происходит взаимообмен заданиями учениками класса.

Апробация авторского подхода осуществлялась в процессе опытно-экспериментальной работы в седьмом (26 человек), восьмом (25 человек) и девятом (27 человек) классах на базе лицея г. Новокузнецка Кемеровской области – Кузбасса.

Оценка эффективности методики осуществлялась по нескольким направлениям: 1) анализ изменения мотивации к изучению функционально-графической линии; 2) анализ достижения предметных результатов по теме «Функция»; 3) оценка умения решать математические задачи с элементами исследования по указанной дидактической теме; 4) оценка умения решать нестандартные математические задачи с помощью функций.

Для реализации первого направления ученикам 7–9-х классов была предложена анкета, позволяющая оценить эмоциональную вовлеченность учащихся в процесс изучения функций, привлекательность решаемых заданий, понимание учащимися роли и значимости функций в реальном мире и других смежных науках, готовность к дальнейшему изучению функционально-графической линии. Вопросы анкеты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Анкета для обучающихся

<i>Уважаемый ученик! Просим тебя ответить на несколько вопросов, связанных с изучением функций и графиков. Отметь те высказывания, с которыми ты согласен. Твои искренние ответы помогут сделать уроки математики более интересными и полезными. Анкета анонимна, результаты будут использованы только в обобщенном виде. Спасибо за участие!</i>	Кол-во уч-ся/ %
Изучение функций на уроках не вызывало негативных эмоций, было интересно	77/99
Задачи по теме «Функция» сложные, но интересные	67/86
Мне понравилось, что мы решали задачи о нашем городе и родном крае	78/100
Картинки и слайды очень помогали при изучении функций	78/100
Мне понравилось работать в программах динамической математики	69/88
Я могу согласиться с высказыванием о том, что математические функции являются ключом к пониманию нашей реальности	74/95
Я могу увидеть графики функций в окружающих меня объектах	65/83
Я согласен, что математические функции описывают реальные процессы и нужны в других науках	78/100
Я готов к дальнейшему открытию и изучению новых функций	52/67
Тема о функциях оказалась очень сложной	25/32
При выполнении заданий о функциях я нахожусь в напряжении, так как не уверен, что решаю правильно	3/4

Анализ ответов на вопросы анкеты позволил установить следующие результаты. Все учащиеся отметили позитивные эмоции при решении задач с региональным компонентом и согласились с тем, что визуализация (картинки и слайды) помогают при изучении функций. Также 100% учеников согласны с тем, что «математические функции описывают реальные процессы и нужны в других науках». Большинству учащихся (99%) было интересно изучать функции на уроках математики; 95% учеников убеждены, что «математические функции являются ключом к пониманию нашей реальности». Более половины учеников сказали, что задачи по теме «Функция» сложные, но интересные (86%), а графики функций можно увидеть в окружающих объектах (83%). Работать в программах динамической математики понравилось 88% учащихся; 67% опрошиваемых школьников выразили готовность к дальнейшему открытию и изучению новых функций. Однако для 32% учеников тема оказалась очень сложной. К сожалению, три ученика находились в напряжении при выполнении заданий о функциях из-за неуверенности в правильности решения.

Результаты анкетирования представлены на диаграмме (см. рис. 10).

Для реализации второго, третьего и четвертого направлений мониторинга авторского подхода учащимся предлагались диагностические работы, в которых первые два задания проверяют предметные умения, третье задание – практико-ориентированной направленности и нацелено на проверку умения выражать формулами зависимости между величинами. Четвертое задание диагностической работы представлено математической задачей с элементами исследования, аналогичной исследовательским задачам в действующих учебниках алгебры под редакцией С. А. Теляковского [31]. При выполнении этого задания учащиеся могут обращаться к программам

динамической математики. Пятое задание требует нестандартного подхода к решению, поиска неизвестного алгоритма, построения математической модели заданной ситуации. Для составления этого задания мы использовали задачи из учебного пособия Ф. Ф. Нагибина и Е. С. Канина [32]. Пример диагностической работы для 7-го класса представлен на рис. 11.

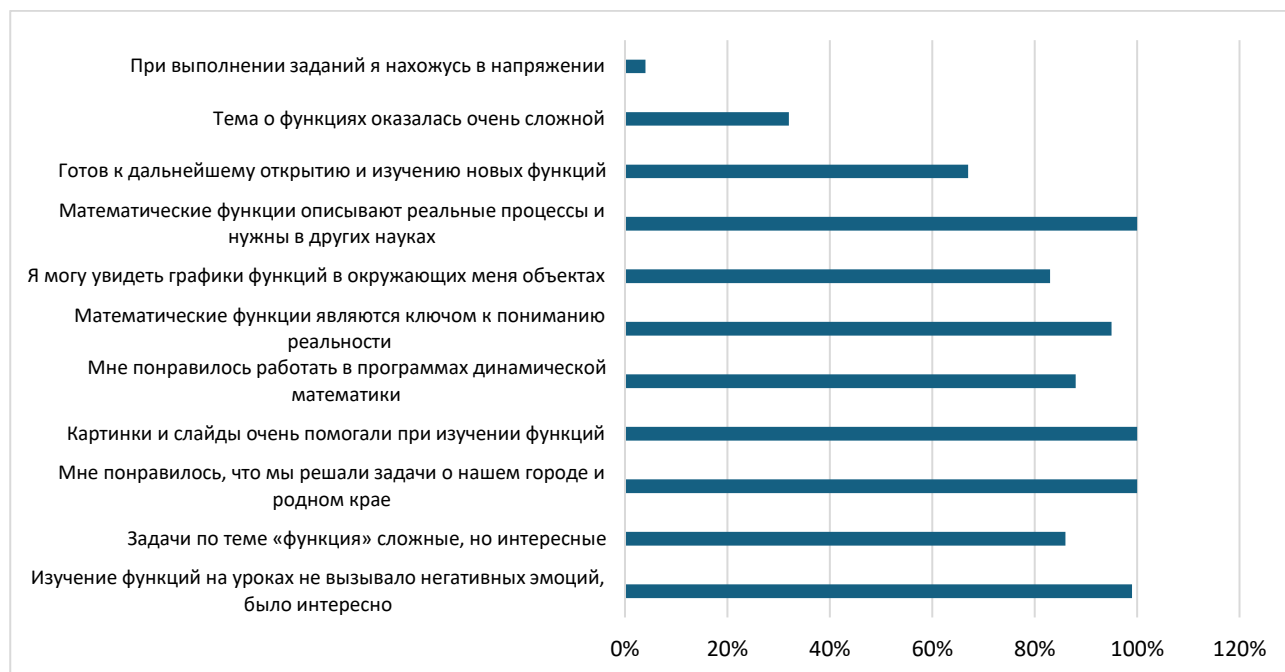


Рис. 10. Результаты анкетирования обучающихся 7–9-х классов

Тема: Функции и их графики. Линейная функция

- 1. Функция задана формулой $y = 5x - 4$. Определите: а) значение y , если $x=0,2$; б) значение x , при котором $y=1$; в) проходит ли график функции через точку $A(-1; 9)$.
- 2. а) Постройте график функции $y = 2x + 4$. б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x=-1,5$.
- 3. Каждую секунду в бассейн поступает $0,6 \text{ м}^3$ воды. Сколько кубометров воды станет в бассейне через x с, если сейчас в нем 110 м^3 воды? Задайте формулой зависимость объема воды в бассейне от времени его наполнения.
- 4*. Дана линейная функция $y = kx + 2$. При каком значении k график этой функции а) параллелен графику функции $y = -x$; б) проходит через точку пересечения графиков функций $y = 12 - x$ и $y = x + 4$? Проверьте правильность своих рассуждений с помощью программы GeoGebra.
- 5**. Два велосипедиста движутся по круговому пути в одном направлении. Первый проезжает весь круговой путь за 6 мин, а второй – за 4 мин. Второй начинает движение на 3 мин позднее первого и из того же пункта, откуда начал первый. Когда второй велосипедист догонит первого? Решите эту задачу графически.

Рис. 11. Вариант диагностической работы для 7-го класса

Анализ результатов диагностических работ показал, что в седьмом классе успешно справились с первыми тремя заданиями 96% учащихся, в восьмом классе – 96%, в девятом – 96%. К решению четвертой задачи приступил 81% семиклассников, получили верный ответ – 77%; в восьмом классе аналогичные показатели – 88% и 80%,

в девятом – 85% и 78%. Во всех классах более половины учащихся применили при решении мобильное приложение GeoGebra. Пятое задание мы отнесли к высокому уровню сложности, при выполнении которого от учеников требуется проявление математической креативности. В седьмом классе продемонстрировали верное решение 23%, в восьмом – 20%, в девятом – 26%.

Исходя из полученных результатов мы делаем вывод о повышении мотивации обучающихся к изучению функций, эффективности формирования предметных результатов, развития исследовательских умений и математической креативности в области функционально-графической линии.

Заключение / Conclusion

Функционально-графическая линия является одной из основных линий содержания программы по математике и имеет фундаментальное значение. Результаты различных диагностических работ, а также анализ статистических данных, представленный в отечественных и зарубежных исследованиях, свидетельствуют о недостаточной сформированности системы знаний и умений обучающихся в области математических функций. Это актуализирует методический поиск эффективного дидактического инструментария для формирования понятия функции как математической модели явлений окружающего мира и овладения школьниками всем спектром умений функционально-графической линии; при этом такой инструментарий может быть существенно обогащен возможностями цифровой среды.

Формирование основных понятий и умений функционально-графической линии базируется на единстве компонентов математической подготовки: предметные и метапредметные результаты, математическая грамотность, математическая креативность. В соответствии с методической схемой изучения функции в основной школе, с опорой на эвристический подход определены дидактические приемы формирования основных понятий и умений функционально-графической линии и цифровые инструменты их реализации: «Графики вокруг нас», «Функции в рассказах, кино и играх», «Функции как модели реальных процессов», «Карточка памяти Anki», «Слайд – яркое пятно», «Цифровой помощник», «Интерактивные задания». К цифровым инструментам реализации приемов мы отнесли изображения, сгенерированные нейросетью; цифровые фотографии реальных объектов; слайды и видеоролики; программы динамической математики; презентации; приложение AnkiDroid; цифровые образовательные платформы с готовыми заданиями; платформы для создания интерактивных упражнений. Особенности выявленных приемов проиллюстрированы на конкретных примерах.

Для проверки эффективности методики в 7–9-х классах проводилось анкетирование и диагностические работы. Вопросы анкеты позволяли оценить эмоциональную вовлеченность учащихся в процесс изучения функций, привлекательность решаемых заданий, понимание учащимися роли и значимости функций в реальном мире и других смежных науках, готовность к дальнейшему изучению функционально-графической линии. На основе диагностических работ был проведен анализ достижения предметных результатов по теме «Функция»; оценены умения решать математические задачи с элементами исследования, а также нестандартные математические задачи по указанной дидактической теме. Полученные результаты позволили сделать вывод о повышении мотивации учеников основной школы к изучению

функций, эффективности формирования предметных результатов, развития исследовательских умений и математической креативности в области функционально-графической линии.

Дальнейшие исследования проблемы лежат в области расширения дидактических приемов на другие содержательные линии школьного курса математики с использованием потенциала цифровой среды.

Ссылки на источники / References

1. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования» (зарегистрирован 12.07.2023). – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040?index=2>
2. Худоева Т. Д. Оценка качества образования Кемеровской области – Кузбасса (по итогам оценочных процедур качества образования в 2024–2025 учебном году) / под ред. О. А. Шитовой. – Кемерово: ГКУ КЦМКО, 2025. – 331 с. – URL: https://www.ocmko.ru/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=70&Itemid=206
3. Статистико-аналитический отчет о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2025 году в Кемеровской области-Кузбассе. Методический анализ результатов ОГЭ по математике. – URL: https://www.ocmko.ru/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=29&Itemid=206
4. Яценко И. В., Высоцкий И. Р., Самсонов П. И., Семенов А. В. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ 2025 года по математике // Педагогические измерения. – 2025. – № 4. – С. 43–71.
5. Данилова Н. А. Изучение свойств функций в контексте когнитивно-визуального подхода // Актуальные проблемы современного образования. – 2018. – № 1(24). – С. 85–90.
6. Ayeh I. G. Students' mathematics conceptual challenges: Exploring students' thinking, understanding, and misconceptions in functions and graphs // European journal of science and mathematics education. – 2025. – No. 13(3). – P. 191–206. – URL: <https://doi.org/10.30935/scimath/16596>
7. Matic L. J., Kehler-Poljak G., Rukavina S. The influence of curriculum on the concept of function: an empirical study of pre-service teachers // European journal of science and mathematics education. – 2022. – Vol. 10, Issue 3. – P. 380–395. – URL: <https://doi.org/10.30935/scimath/12042>
8. Федеральный институт педагогических измерений: Демоверсии, спецификации, кодификаторы: официальный сайт. – URL: <https://fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!tab/173801626-2>
9. Далингер В. А., Симонженков С. Д. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учеб. для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 340 с.
10. Бельман С. А., Евтихина М. А. Когнитивно-визуальный подход в обучении математике // Педагогика и психология как ресурс развития современного общества: материалы XV междунар. науч.-практ. конф. – Рязань, 2024. – С. 73–78.
11. Матюшенко С. В., Князева О. О. Новый формат принципа «наглядность в обучении» // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2022. – Т. 11, № 4. – С. 59–66. DOI: 10.24412/2225-8264-2022-4-59-66.
12. Фирер А. В. Использование средств информационно-коммуникационных технологий в визуализации процесса обучения алгебре // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2018. – № 1 (190). – С. 155–163. DOI: 10.23951/1609-624X-2018-1-155-163.
13. Кошелева Н. Н., Абильева З. А. Роль визуализированных задач в процессе обучения учащихся понятию и свойствам степенной функции в курсе алгебры и начал математического анализа // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9, № 4 (33). – С. 168–170. DOI: 10.26140/anip-2020-0904-0034.
14. González-Polo R. I., Castaneda A. Progressive mathematics of functions in secondary school students using a free-fall activity // International electronic journal of mathematics education. – 2024. – Vol. 19, Issue 1. – URL: <https://doi.org/10.29333/iejme/14108>
15. Hrnjičić A., Alihodžić A., Čunjalo F., Kamber Hamzić D. Development of an item bank for measuring students' conceptual understanding of real functions // European journal of science and mathematics education. – 2022. – Vol. 10, Issue 4. – P. 455–470. – URL: <https://doi.org/10.30935/scimath/12222>
16. Hadi W., Csikos C. Stematic review on visualization in mathematical problem-solving in secondary schools // European journal of science and mathematics education. – 2025. – No. 13(4). – P. 352–367. – URL: <https://doi.org/10.30935/scimath/17410>
17. Sousa R. T., Alves F. R. Quadratic functions and PhET: an investigation from the perspective of the theory of figural concepts // Contemporary Mathematics and Science Education. – 2022. – No. 3(1). – URL: <https://doi.org/10.30935/conmaths/11929>

18. Ганеева А. Р., Овчинникова А. С., Аркатова А. А. Применение динамической программы «GeoGebra» на уроках математики // Мир педагогики и психологии. – 2023. – № 6 (83). – С. 45–53.
 19. Дубровский В. Н. Визуализация функциональных зависимостей в программах динамической геометрии // Компьютерные инструменты в образовании. – 2020. – № 4. – С. 93–112. DOI: 10.32603/2071-2340-2020-4-93-112.
 20. Эйрих Н. В. Организация учебно-исследовательской деятельности на уроках математики с использованием виртуальных лабораторий «1С: урок» // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. – 2023. – № 3 (52). – С. 75–91. DOI: 10.24412/2227-13842023-352-75-91.
 21. Ларин С. В., Майер В. Р., Кочеткова Т. О., Карнаухова О. А. Особенности создания и использования компьютерных анимационных рисунков в обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. – 2020. – № (51). – С. 6–14. DOI: 10.25146/1995-0861-2020-51-1-178.
 22. Позднякова Е. В. Построение графиков функций методом геометрических преобразований в основной школе с использованием цифровой среды // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 4 (68). – С. 72–84. DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-72-84.
 23. Гончарова И. В., Никитенко И. Н., Петренко М. В. Использование нейросетевых технологий для визуализации исторического материала и повышения мотивации обучающихся на уроках математики // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 3(67). – С. 88–103. DOI: 10.24412/2079-9152-2025-67-88-103.
 24. Позднякова Е. В., Фомина А. В., Баева П. М. Открытая предметная образовательная среда: опыт совместного проектирования математической новеллы // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – № 7. – С. 176–192. DOI: 10.24412/2304-120X-2025-11137. – URL: <https://e-koncept.ru/2025/251137.htm>
 25. Капкаева Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика: учеб. для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 519 с.
 26. Тумашева О. В., Берсенева О. В., Шашкина М. Б. Понятийный аппарат проблемы выбора педагогических инструментов обучения математике в условиях реализации ФГОС // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. – 2023. – № 5 (98). – С. 235–245. – URL: <https://doi.org/10.37493/2307-907X.2023.5.26>
 27. Скафа Е. И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика: учеб. пособие. – Донецк: ДонГУ, 2020. – 440 с.
 28. GeoGebra Classic: сайт. – URL: <https://www.geogebra.org/classic?lang=ru>
 29. 1С Урок – Конструкторы: сайт. – URL: <https://urok.1c.ru/constructor/>
 30. Шуба М. Ю. Занимательные задания в обучении математике. – М.: Просвещение, 1994. – 222 с.
 31. Математика. Алгебра: 7 класс: базовый уровень: учеб. / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2024. – 255 с.
 32. Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С. Математическая шкатулка: пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984. – 160 с.
-
1. *Prikaz Ministerstva prosveshcheniya Rossijskoj Federacii ot 18.05.2023 № 370 "Ob utverzhdenii federal'noj obrazovatel'noj programmy osnovnogo obshchego obrazovaniya"* [Order of the Ministry of Education of the Russian Federation dated May 18, 2023 No. 370 "On approval of the federal educational program for basic general education"] (zaregistrirovan 12.07.2023). Available at: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040?index=2> (in Russian).
 2. Hudoieva, T. D. (2025). *Ocenka kachestva obrazovaniya Kemerovskoj oblasti – Kuzbassa (po itogam ocenочnyh procedur kachestva obrazovaniya v 2024–2025 uchebnom godu* [Assessment of the quality of education in the Kemerovo region - Kuzbass (based on the results of assessment procedures for the quality of education in the 2024–2025 academic year)], GКУ КСМКО, Kemerovo, 331 p. Available at: https://www.ocmko.ru/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=70&Itemid=206 (in Russian).
 3. *Statistiko-analiticheskij otchet o rezul'tatah gosudarstvennoj itogovoj attestacii po obrazovatel'nym programmam osnovnogo obshchego obrazovaniya v 2025 godu v Kemerovskoj oblasti-Kuzbasse. Metodicheskij analiz rezul'tatov OGE po matematike* [Statistical and analytical report on the results of the state final examination for basic general education programs in 2025 in the Kemerovo Region-Kuzbass. Methodological analysis of the BSE results in mathematics]. Available at: https://www.ocmko.ru/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=29&Itemid=206 (in Russian).
 4. Yashchenko, I. V., Vysockij, I. R., Samsonov, P. I., & Semenov, A. V. (2025). "Analiticheskij otchet o rezul'tatah EGE 2025 goda po matematike" [Analytical report on the results of the 2025 Unified State Exam in Mathematics], *Pedagogicheskie izmereniya*, № 4, pp. 43–71 (in Russian).
 5. Danilova, N. A. (2018). "Izuchenie svojstv funkcij v kontekste kognitivno-vizual'nogo podhoda" [Studying the properties of functions in the context of a cognitive-visual approach], *Aktual'nye problemy sovremennogo obrazovaniya*, № 1(24), pp. 85–90 (in Russian).
 6. Ayeh, I. G. (2025). "Students' mathematics conceptual challenges: Exploring students' thinking, understanding, and misconceptions in functions and graphs", *European journal of science and mathematics education*, no. 13(3), pp. 191–206. Available at: <https://doi.org/10.30935/scimath/16596> (in English).

7. Matic, L. J., Kehler-Poljak, G., & Rukavina, S. (2022). "The influence of curriculum on the concept of function: an empirical study of pre-service teachers", *European journal of science and mathematics education*, vol. 10, issue 3, pp. 380–395. Available at: <https://doi.org/10.30935/scimath/12042> (in English).
8. *Federal'nyj institut pedagogicheskikh izmerenij: Demoversii, specifikacii, kodifikatory: oficial'nyj sayt* [Federal Institute for Pedagogical Measurements: Demo versions, specifications, codifiers: official website]. Available at: <https://fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!tab/173801626-2> (in Russian).
9. Dalinger, V. A., & Simonzhenkov, S. D. (2025). *Metodika obucheniya matematike. Kognitivno-vizual'nyj podhod* [Mathematics Teaching Methods: A Cognitive-Visual Approach]: ucheb. dlya vuzov, Izdatel'stvo Yurajt, Moscow, 340 p. (in Russian).
10. Bel'man, S. A., & Evtihina, M. A. (2024). "Kognitivno-vizual'nyj podhod v obuchenii matematike" [Cognitive-visual approach to teaching mathematics], *Pedagogika i psihologiya kak resurs razvitiya sovremennogo obshchestva: materialy XV mezhdunar. nauch.-prakt. konf.*, Ryazan', pp. 73–78 (in Russian).
11. Matyushenko, S. V., & Knyazeva, O. O. (2022). "Novyj format principa "naglyadnost' v obuchenii" [A new format for the "visualization in learning" principle], *Vestnik Sibirskogo instituta biznesa i informacionnyh tekhnologij*, t. 11, № 4, pp. 59–66. DOI: 10.24412/2225-8264-2022-4-59-66 (in Russian).
12. Firer, A. V. (2018). "Ispol'zovanie sredstv informacionno-kommunikacionnyh tekhnologij v vizualizacii processa obucheniya algebra" [Using information and communication technologies in visualizing the process of learning algebra], *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*, № 1 (190), pp. 155–163. DOI: 10.23951/1609-624X-2018-1-155-163 (in Russian).
13. Kosheleva, N. N., & Abil'eva, Z. A. (2020). "Rol' vizualizirovannyh zadach v processe obucheniya uchashchihsya ponyatiyu i svojstvam stepennoj funkcii v kurse algebry i nachal matematicheskogo analiza" [The role of visualized problems in teaching students the concept and properties of the power function in the course of algebra and the basics of mathematical analysis], *Azimet nauchnyh issledovanij: pedagogika i psihologiya*, t. 9, № 4 (33), pp. 168–170. DOI: 10.26140/anip-2020-0904-0034 (in Russian).
14. González-Polo, R. I., & Castaneda, A. (2024). "Progressive mathematics of functions in secondary school students using a free-fall activity", *International electronic journal of mathematics education*, vol. 19, issue 1. Available at: <https://doi.org/10.29333/iejme/14108> (in English).
15. Hrnjičić, A., Alihodžić, A., Čunjalo, F., & Kamber Hamzić, D. (2022). "Development of an item bank for measuring students' conceptual understanding of real functions", *European journal of science and mathematics education*, vol. 10, issue 4, pp. 455–470. Available at: <https://doi.org/10.30935/scimath/12222> (in English).
16. Hadi, W., & Csikos, C. (2025). "Stematic review on visualization in mathematical problem-solving in secondary schools", *European journal of science and mathematics education*, no. 13(4), pp. 352–367. Available at: <https://doi.org/10.30935/scimath/17410> (in English).
17. Sousa, R. T., & Alves, F. R. (2022). "Quadratic functions and PhET: an investigation from the perspective of the theory of figural concepts", *Contemporary Mathematics and Science Education*, no. 3(1). Available at: <https://doi.org/10.30935/conmaths/11929> (in Russian).
18. Ganeeva, A. R., Ovchinnikova, A. S., & Arkatova, A. A. (2023). "Primenenie dinamicheskoy programmy "GeoGebra" na urokah matematiki" [Using the dynamic program "GeoGebra" in mathematics lessons], *Mir pedagogiki i psihologii*, № 6 (83), pp. 45–53 (in Russian).
19. Dubrovskij, V. N. (2020). "Vizualizaciya funkcional'nyh zavisimostej v programmah dinamicheskoy geometrii" [Visualization of functional dependencies in dynamic geometry programs], *Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii*, № 4, pp. 93–112. DOI: 10.32603/2071-2340-2020-4-93-112 (in Russian).
20. Ejrih, N. V. (2023). "Organizaciya uchebno-issledovatel'skoj deyatel'nosti na urokah matematiki s ispol'zovaniem virtual'nyh laboratorij "1S: urok" [Organization of educational and research activities in mathematics lessons using virtual laboratories "1C: Lesson"], *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta im. Sholom-Alejhema*, № 3 (52), pp. 75–91. DOI: 10.24412/2227-13842023-352-75-91 (in Russian).
21. Larin, S. V., Majer, V. R., Kochetkova, T. O., & Karnauhova, O. A. (2020). "Osobennosti sozdaniya i ispol'zovaniya komp'yuternyh animacionnyh risunkov v obuchenii matematike" [Characteristics of the creation and use of computer animation in teaching mathematics], *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V. P. Astaf'eva*, № (51), pp. 6–14. DOI: 10.25146/1995-0861-2020-51-1-178 (in Russian).
22. Pozdnyakova, E. V. (2025). "Postroenie grafikov funkcij metodom geometricheskikh preobrazovanij v osnovnoj shkole s ispol'zovaniem cifrovoj sredy" [Plotting graphs of functions using the method of geometric transformations in secondary school using a digital environment], *Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya*, № 4 (68), pp. 72–84. DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-72-84 (in Russian).
23. Goncharova, I. V., Nikitenko, I. N., & Petrenko, M. V. (2025). "Ispol'zovanie nejrosetevyh tekhnologij dlya vizualizacii istoricheskogo materiala i povysheniya motivacii obuchayushchihsya na urokah matematiki" [Using neural network technologies to visualize historical material and increase student motivation in mathematics lessons], *Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya*, № 3(67), pp. 88–103. DOI: 10.24412/2079-9152-2025-67-88-103 (in Russian).

24. Pozdnyakova, E. V., Fomina, A. V., & Baeva, P. M. (2025). "Otkrytaya predmetnaya obrazovatel'naya sreda: opyt sovmestnogo proektirovaniya matematicheskoy novelly" [Open subject-based educational environment: the experience of joint design of a mathematical novel], *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal "Koncept"*, № 7, pp. 176–192. DOI: 10.24412/2304-120X-2025-11137. Available at: <https://e-koncept.ru/2025/251137.htm> (in Russian).
25. Kapkaeva, L. S. (2025). *Teoriya i metodika obucheniya matematike: chastnaya metodika* [Theory and methods of teaching mathematics: a specific methodology]: ucheb. dlya vuzov, Izdatel'stvo Yurajt, Moscow, 519 p. (in Russian).
26. Tumasheva, O. V., Berseneva, O. V., & Shashkina, M. B. (2023). "Ponyatijnyj apparat problemy vybora pedagogicheskikh instrumentov obucheniya matematike v usloviyah realizacii FGOS" [Conceptual apparatus of the problem of choosing pedagogical tools for teaching mathematics in the context of implementing the Federal State Educational Standard], *Vestnik Severo-Kavkazskogo federal'nogo universiteta*, № 5 (98), pp. 235–245. Available at: <https://doi.org/10.37493/2307-907X.2023.5.26> (in Russian).
27. Skafa, E. I. (2020). *Metodika obucheniya matematike: evristicheskij podhod. Obshchaya metodika* [Mathematics Teaching Methods: A Heuristic Approach. General Methodology]: ucheb. posobie, DonGU, Doneck, 440 p. (in Russian).
28. *GeoGebra Classic: sajt*. Available at: <https://www.geogebra.org/classic?lang=ru> (in Russian).
29. *1S Urok – Konstruktory: sajt* [1C Lesson – Constructors: website]. Available at: <https://urok.1c.ru/constructor/> (in Russian).
30. Shuba, M. Yu. (1994). *Zanimatel'nye zadaniya v obuchenii matematike* [Fun tasks for teaching mathematics], Prosveshchenie, Moscow, 222 p. (in Russian).
31. Makarychev, Yu. N. et al. (2024). *Matematika. Algebra: 7 klass: bazovyy uroven': ucheb.* [Mathematics. Algebra: 7th grade: basic level: textbook.], Prosveshchenie, Moscow, 255 p. (in Russian).
32. Nagibin, F. F., & Kanin, E. S. (1984). *Matematicheskaya shkatulka: posobie dlya uchashchihsya* [The Mathematical Box: A Handbook for Students], Prosveshchenie, Moscow, 160 p. (in Russian).

Вклад авторов

Е. В. Позднякова – анализ научно-педагогической литературы, разработка и описание методологической базы исследования, определение дидактических приемов и иллюстративных примеров их реализации.

В. Р. Майер – анализ и описание функциональных возможностей программ динамической математики и нейросетевых технологий в области визуализации функционально-графической линии.

А. В. Фомина – анализ и корректировка математического содержания заданий функционально-графической линии, обработка статистических данных.

Contribution of the authors

E. V. Pozdnyakova – analysis of scientific and pedagogical literature, development and description of the research methodological framework, definition of teaching techniques and illustrative examples of their implementation.

V. R. Mayer – analysis and description of the functional capabilities of dynamic mathematics programs and neural network technologies in the field of functional-graphic visualization.

A. V. Fomina – analysis and adjustment of the mathematical content of functional-graphic tasks, processing of statistical data.