

Нечаев Сергей Николаевич,
учитель математики МОУ «СОШ № 6», г. Новодвинск
nechser@atnet.ru

Занятия математического кружка по теме «Начала комбинаторики» в 5 классе

Аннотация. В статье предложена разработка 3 последовательных занятий математического кружка по теме «Начала комбинаторики», рассчитанная на учащихся 5-х классов. Рассматривается решение задач методом перебора вариантов путем простого перечисления, путем построения дерева возможных вариантов, путем применения комбинаторных правил сложения и умножения.

Ключевые слова: кружок, комбинаторика, перебор вариантов, дерево возможных вариантов, правило сложения, правило умножения.

Если учитель ставит перед собой задачи: развивать и поддерживать интерес учащихся к изучаемому предмету, развивать нестандартное мышление, творческий потенциал средствами своего предмета, познакомить с основными олимпиадными идеями и методами, подготовить школьников к участию в предметных олимпиадах и конкурсах, то, скорее всего, он задумается над системой внеклассной работы.

Говоря о системе внеклассной работы, нельзя забывать и о том, что кроме детей, проявляющих интерес к предмету, есть те, кто учится неплохо, но особого интереса к предмету не показывает и те, кто вообще плохо усваивает программный материал. Для последних внеклассная работа может быть не только занятиями по коррекции и устранению пробелов, но и может стать возможностью проявить себя, если они принимают участие в оформлении математического уголка, газеты, в поиске какой-то информации, может быть кто-то пожелает посещать кружок и открывает в себе способности к решению нестандартных заданий.

Мне хотелось бы подробнее остановиться на работе с учащимися, которые проявляют желание участвовать во внеклассной работе. Предлагаю разработку кружковых занятий для 5-классников по теме «Начала комбинаторики».

Основная цель занятий: сформировать первоначальные навыки решения простейших комбинаторных задач.

Таблица

Тематика занятий

№ занятия	Тема	Содержание
1	Знакомство с комбинаторикой	Что такое комбинаторика. Простейшие задачи на перебор вариантов
2	Дерево возможных вариантов	Дерево возможных вариантов – как один из возможных методов перебора
3	Правила комбинаторики	Правило сложения и умножения

Занятие 1. Знакомство с комбинаторикой

Цель: формировать представление о комбинаторике и умение решать простейшие задачи путем простого перебора вариантов.

План занятия:

1. Разминка.

1) Сколько всего двузначных чисел? А трехзначных?

2) За книгу заплатили 50 рублей и еще половину стоимости книги. Сколько стоит эта книга?

3) Тройка лошадей проехала 10 км. Сколько км проехала каждая лошадь?

4) На столе лежат 3 спички параллельно друг другу. Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех – четыре. Ломать спички нельзя. (IV)

5) Разгадайте ребус. Здесь зашифрована тема занятия.

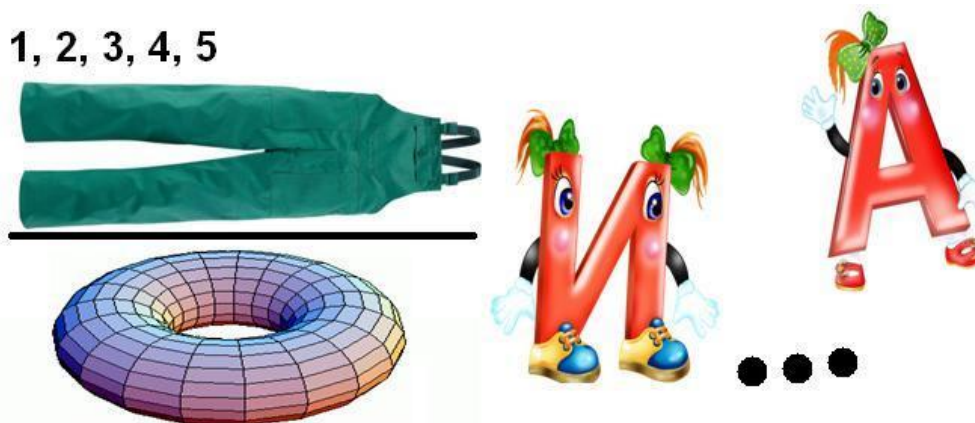


Рис. 1. Комбинаторика

2. Примеры задач, их решение, формирование представления о комбинаторике (большинство задач заимствованы из предлагавшихся на олимпиаде «Кенгуру» в разные годы [1], а также из книги [2])

1) Сколькими способами может закончиться подбрасывание игрального кубика?

2) В корзинке сидят котята – 2 черных, 2 рыжих и 1 полосатый. Каждый со своим характером. Сколькими способами можно выбрать трех котят так, чтобы они все были разной окраски?

3) От Кашея до Бабы-Яги ведут 3 дороги, а от Бабы-Яги до Кикиморы – 2 дороги. Сколькими способами можно пройти от Кашея до Кикиморы, заходя к Бабе Яге?

4) У Васи на куртке 3 кармана. Каким числом способов он может положить в эти карманы 2 одинаковые монетки?

Решение задач заканчивается обсуждением, в ходе которого следует сделать вывод о том, что во всех этих задачах надо было найти число способов. Все перечисленные задачи можно отнести к комбинаторике – разделу математики, изучающему комбинации и перестановки наборов чисел или предметов.

3. Пауза

Составьте как можно больше слов, содержащих только буквы слова «комбинаторика»

4. Задачи конкурса «Кенгуру»

1) В шахматном турнире участвовали 5 игроков, и каждый с каждым сыграл по 1 партии. Сколько всего партий было сыграно?

2) В одном австралийском городе стоит памятник кенгуру. К площади ведет 6 улиц. По четырем из них разрешено двустороннее движение, а по двум – одностороннее, к площади. Водитель собирается приехать на площадь, посмотреть памятник, а затем покинуть площадь. Каким числом способов он может это сделать?

На дом желающим предлагается найти исторический материал по теме, имена и портреты математиков, имеющих отношение к комбинаторике, происхождение слова «комбинаторика». Здесь на усмотрение учителя можно предложить источники, к которым можно обратиться, а можно дать возможность проявить себя в поиске информации и самим ученикам.

Дополнительные задачи (можно дать на дом):

1) Даны три одинаковых по форме фасада домика: синий, желтый и красный – и три крыши: синяя, желтая и красная. Какие домики можно построить? Сколько всего комбинаций?

2) В школьной столовой на обед приготовили в качестве первых блюд суп с мясом и вегетарианский суп, на второе – мясо, котлеты и рыбу, на сладкое – мороженое, фрукты и пирог. Сколько существует различных вариантов обеда из трех блюд?

3) Древняя китайская задача. [3] Поиграйте с родителями или друзьями.

Для игры вам понадобятся: лист бумаги, линейка, карандаш, монеты различного достоинства. Разделите с помощью карандаша и линейки лист бумаги на 3 равные колонки. Разместите в левой колонке монеты таким образом, чтобы монета большего достоинства была ниже других, а остальные располагались снизу вверх от большей к меньшей.



Рис. 2. Китайская задача

Ваша задача разместить все монеты в самой правой колонке в том же порядке. При перемещении можно воспользоваться средней колонкой. При этом: за 1 ход можно переместить не более одной монеты. При любых перемещениях можно класть только монету меньшего достоинства на монету большего достоинства. Выигрывает тот, кто сможет переместить монеты за меньшее число ходов.

Занятие 2. Дерево возможных вариантов

Цель: формировать умение перебирать варианты путем построения дерева возможных вариантов.

План занятия:

1. Разминка [2].

1) На уроке физкультуры ученики выстроились в линейку на расстоянии одного метра друг от друга. Вся линейка растянулась на 25 метров. Сколько было учеников?

2) По улице идут два сына и два отца. Всего три человека. Может ли так быть?

3) Петух, стоя на одной ноге, весит 3 кг. Сколько он будет весить, стоя на двух ногах?

4) Сколькими способами можно посадить тигра и льва по одному в три разные пронумерованные клетки?

5) Отгадайте ребус:

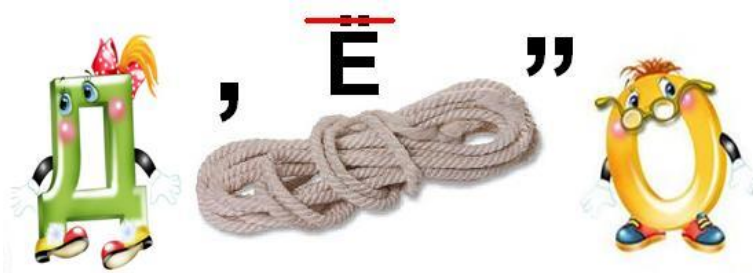


Рис. 3. Дерево

Почему именно это слово сегодня было загадано? Об этом чуть позже.

2. Выступления желающих (исторические материалы), фронтальная работа над задачами домашней работы. Надо быть готовым к тому, что может оказаться, что никто из детей не нашел информацию. Тогда следует учителю сказать о том, к каким источникам можно было обратиться и кратко рассказать об истории комбинаторики, связанных с этим разделом математики именами и показать их портреты [5].

3. Примеры задач на построение дерева возможных вариантов, их решение, ввести понятие «дерево возможных вариантов».

1) Можно начать с задачи о тигре и льве, которая предлагалась для разминки. Как можно графически перебрать все варианты?



Рис. 4 Тигр и лев

2) Записать все возможные двузначные числа, используя цифры 7 и 4.

3) Вспомните басню И. Крылова «Квартет»:

Проказница Мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка затеяли сыграть Квартет. Ударили в смычки, дерут, а толку нет... «Стой, братцы, стой! — кричит Мартышка. — Погодите! Как музыке идти? Ведь вы не так сидите».

Сколькими различными способами могут попытаться сесть эти музыканты? Может ли это улучшить качество их игры?

После решения задач путем изображения дерева возможных вариантов следует обсудить метод решения, выяснить, почему в ребусе было предложено слово «дерево»? Здесь же можно ввести и само понятие «дерева возможных вариантов».

3. Пауза (занимательный момент)

Составьте как можно больше слов из букв, содержащихся только в словосочетании «дерево вариантов».

Дополнительные задачи и задачи для домашней работы [6, 7]:

1) Сколько существует четных трехзначных чисел, составленных только из цифр 1 и 2?

2) Флаг некоторого государства состоит из трех горизонтальных полос одинаковой ширины, но разных цветов. Сколько разных таких флагов можно составить, используя только красный, белый, синий и зеленый цвет?

3) Из Акулово в Рыбницу ведут три дороги, а из Рыбницы в Китово – четыре дороги. Сколькими способами можно проехать из Акулово в Китово через Рыбницу?

4) Попробуйте сами, предложите родителям и друзьям. Положите перед собой на стол кусок веревки длиной 50-55 см. Возьмите концы веревки в руки. Можно ли завязать на веревке узел, не выпуская из рук ее концов?

Занятие 3. Правила комбинаторики

Цель: формировать умение подсчитывать количество вариантов, применяя правила сложения и умножения.

План занятия:

1. Разминка.

1) Мама купила 4 шара красного и голубого цветов. Красных шаров было больше, чем голубых. Сколько шаров какого цвета купила мама?

2) В коробке лежит 5 карандашей: 2 синих и 3 красных. Сколько карандашей надо взять из коробки, не заглядывая в нее, чтобы среди них был хотя бы 1 красный карандаш?

3) В клетке находятся три кролика. Три девочки попросили дать им по одному кролику. Просьба девочек была удовлетворена, каждой из них дали кролика. И все же в клетке остался один кролик. Как могло так случиться?

4) Как двум разбойникам разделить добычу, чтобы ни один из них не мог пожаловаться, что другой его обманул при дележе?

5) Одному пожилому человеку 100 лет, но день рождения он мог отпраздновать только 25 раз. Почему?

2. Обсуждение заданий домашней работы

3. Комбинаторные правила сложения и умножения [1].

1) Вспомним задачу про Васю, который раскладывал в 3 кармана 2 одинаковые монетки. (см. занятие 1) Рассмотрим 2 случая: Вася кладет монетки в разные карманы, и Вася кладет монетки в один карман. В обоих случаях существует 3 способа расположения монеток. Значит, монетки можно расположить в карманах $3+3$ – шестью способами. Здесь мы применили важный прием решения комбинаторных задач – основная задача разбивается на частные случаи, которые не могут происходить одновременно. Подсчитав число вариантов в каждом случае, надо сложить результаты. Такой прием называют правилом сложения.

2) Идя на соревнования, спортсмен одевает либо майку, либо футболку. Сколько вариантов у него существует, если мама постирала 3 майки и 4 футболки?

3) На полке лежат 12 разных книг и 15 разных дисков с мультфильмами. Коля собирается сегодня вечером почитать одну из книг или посмотреть мультфильм, имеющийся у него на диске. Сколькими способами он может провести вечер?

4) А теперь вспомним задачу про австралийский город, где есть памятник кенгуру. (см. занятие 1). Маршрут водителя должен состоять из 2 частей: до площади и от площади. На площадь можно попасть шестью способами, а уехать с площади – 4. Каждый вариант подъезда к площади может сочетаться с любым вариантом отъезда с нее. Значит, всего вариантов $6 \times 4 = 24$. Здесь мы применили комбинаторное правило умножения. Если 1 элемент можно выбрать n способами, а второй при любом выборе первого – m способами, то оба элемента можно выбрать mn способами.

5) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 4, если цифры могут (не могут) повторяться?

6) Сколько различных вариантов костюмов из блузки и юбки можно составить, если имеется 4 блузки и 4 юбки?

3. Пауза. Кто из людей, изображенных на рисунке, левша и почему? [4]

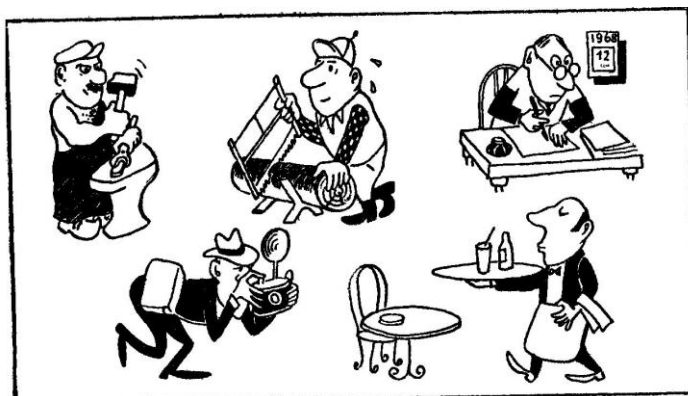


Рис. 5. Левша

Дополнительные задачи и задачи для домашней работы:

1) Сколько существует различных двузначных чисел, все цифры которых нечетные?

2) В автомашине пять мест. Сколькими способами пять человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только двое из них?

3) На пустую шашечную доску надо поместить две шашки – черную и белую. Сколько различных положений могут они занимать на доске?

4) Чтобы принести царю-батюшке молодильные яблоки, должен Иван-царевич найти единственный верный путь к волшебному саду. Встретил Иван-царевич на развилке трех дорог старого ворона и вот какие советы от него услышал:

а) иди сейчас по правой тропинке;

б) на следующей развилке не выбирай правую тропинку;

в) на третьей развилке не ходи по левой тропинке.

Пролетавший мимо голубь шепнул Ивану-царевичу, что только один совет ворона верный и что обязательно надо пройти по тропинкам разных направлений. Наш герой выполнил задание и попал в волшебный сад. Каким маршрутом он воспользовался?

5) Калейдоскоп цифр [3]. Подумайте сами, предложите родителям и друзьям.

Подготовьте лист картона, циркуль, карандаш, линейку, цветные карандаши. На листе картона с помощью циркуля начертите окружность. Не меняя раствора циркуля, отметьте на окружности точки, одну за другой. Таких точек будет 6. С помощью линейки соедините эти точки друг за другом отрезками. Проведите через центр окружности отрезки, соединив вершины шестиугольника между собой.

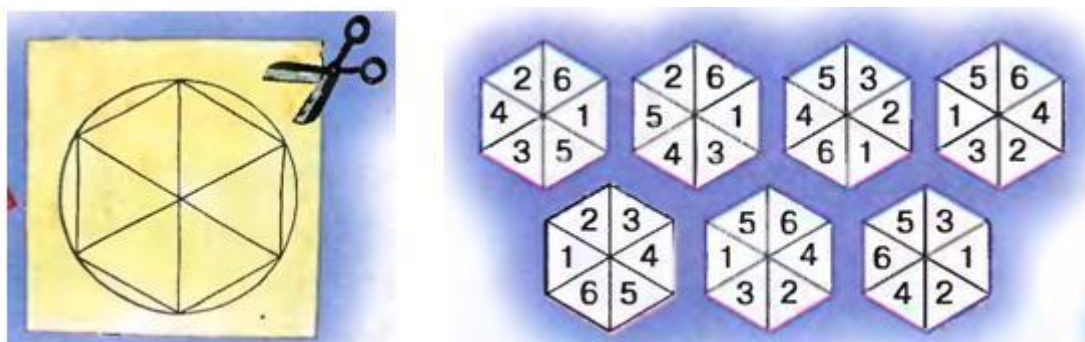


Рис. 6. Калейдоскоп цифр

Начертите еще 6 таких шестиугольников. Нанесите на них цифры от 1 до 6, как на рисунке. Обратите внимание на различное расположение цифр в каждой из фигур. Теперь вырежьте шестиугольники и перемешайте. Попробуйте приложить их друг к другу так, чтобы на совпадающих сторонах совпадали и цифры.

Ссылки на источники

1. Математический клуб «Кенгуру». Выпуск №9. – С-Пб, 2004. – 28 с.
2. Босова Л.Л., Босова А.Ю., Коломенская Ю.Г. Занимательные задачи по информатике. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 120 с.
3. Острун Н., Киселев А. Головоломки: 40 уникальных идей. – М.: Эгмонт Россия Лтд., 2002. – 92 с.
4. Болховитинов В.Н., Колтовой Б.И., Лаговский И.К. Твое свободное время. – М.: Детская литература, 1970. – 464 с.
5. Горев П. М., Утёмов В. В. Двадцать хитроумных задачек Совёнка: Учебное пособие. – Киров: Изд-во МЦИТО, 2015. – 30 с.
6. Горев П. М., Утёмов В. В. Уроки развивающей математики. 5–6 классы: Задачи математического кружка: Учебное пособие. Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. – 207 с.
7. Горев П. М. Уроки развивающей математики в 5–6-х классах средней школы // Концепт. – 2012. – № 10 (октябрь). – ART 12132. – URL: <http://e-koncept.ru/2012/12132.htm>.