ISSN 2304-120X
КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Горев П. М. Выездная олимпиада по математике для абитуриентов ВятГУ: положения, задания, анализ результатов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – № 5 (май). – 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2016/16091.htm.

ART16091 **УДК 372.851**

Горев Павел Михайлович,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной и компьютерной математики ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
pavel-gorev@mail.ru

Выездная олимпиада по математике для абитуриентов ВятГУ: положения, задания, анализ результатов

Аннотация. *В статье описывается опыт проведения выездной олимпиады по математике в Кировской области для абитуриентов Вятского государственного университета, организованной в 2015/2016 учебном году факультетом компьютерных и физико-математических наук. В олимпиаде представлены практико-ориентированные задания двух уровней сложности: базовые задачи, характерные для итоговой аттестации за курс основной школы, и кейс-задания из трех разделов математики: алгебры, математического анализа и теории вероятностей с усложняющимися заданиями. Представлен вариант работы с решениями и анализ обобщенной статистики результатов учащихся 10–11-х классов образовательных учреждений Кировской области, принявших участие в конкурсном отборе.*
Ключевые слова: *внутренние конкурсы вузов для абитуриентов, математические соревнования, практико-ориентированные задания, кейс-задания по математике, оценка качества математического образования школьников.*
Раздел: *(01) педагогика; история педагогики и образования; теория и методика обучения и воспитания (по предметным областям).*

В последние годы наблюдается тенденция организации высшими учебными заведениями различного рода конкурсов и олимпиад для школьников. Связано это в первую очередь с тем, чтобы дать возможность подготовленным абитуриентам, мотивированным на получение образования по конкретному направлению, получить дополнительные баллы при поступлении в вуз, что делает их более конкурентоспособными при конкурсном отборе на бюджетные места.

Факультет компьютерных и физико-математических наук Вятского государственного университета уже имеет опыт в проведении подобного рода мероприятий для старшеклассников: 4 года проводится олимпиада «Реальность. Задача. Алгоритм», состоящая из трех конкурсных вариантов письменной работы (по математике, физике и информатике); дважды проведен комплексный конкурс с активными формами организации познавательной деятельности «Математика плюс физика» [1, 2]; второй год проводится выездная олимпиада по математике, физике и информатике.

Проведение выездных олимпиад не является новшеством в работе с абитуриентами. Так, например, МФТИ ежегодно проводит такую олимпиаду в конце января силами студентов и аспирантов, начиная с 1962 года, во всех регионах страны [3]. Основной целью таких олимпиад служит конкурсный отбор наиболее талантливых и «сильных» абитуриентов для вуза.

При запуске выездной олимпиады по математике, физике и информатике мы руководствовались в первую очередь соображениями охвата региона конкурсным движением, в котором могли бы попробовать силы старшеклассники из удаленных мест, у которых нет возможности принять очное участие в конкурсах в областном центре. Таким образом, по замыслам организаторов должны создаваться равные условия для всех выпускников школ Кировской области. Проведение выездной олимпиады осуществляется силами студентов факультета, составление и проверка работ – преподавателями, имеющими опыт работы со школьниками.

В 2014/2015 учебном году конкурсный вариант выездной олимпиады по математике был составлен в традиционной форме: учащимся предлагалось решить 6 задач различного уровня сложности из разных разделов школьного курса математики. Приведем конкурсный вариант здесь без решений, отметив, что задачи заимствованы из известного пособия для абитуриентов «3000 конкурсных задач по математике» [4].

1 (*2 балла*). Самолёт сначала летел со скоростью 220 км/ч. Когда ему осталось лететь на 385 км меньше, чем он пролетел, скорость его стала равной 330 км/ч. Средняя скорость самолёта не всём пути 250 км/ч. Какое расстояние пролетел самолёт?

2 (*2 балла*). Решите уравнение, в котором x – натуральное число: $\frac{x-1}{x^2}+\frac{x-2}{x^2}+\frac{x-3}{x^2}+\cdots+\frac{1}{x^2}=\frac{7}{15}$.

3 (*3 балла*). Число 64 разбейте на два слагаемых так, чтобы сумма первого слагаемого с квадратом второго была наименьшей.

4 (*3 балла*). Вершины куба с ребром 1 являются центрами шаров одинакового радиуса. Объем части куба, расположенной вне шаров, равен 0,5. Какова длина части ребра куба, лежащей вне шаров?

5 (*4 балла*). В выпуклом четырёхугольнике *ABCD* длина отрезка, соединяющего середины диагоналей, равна длине отрезка, соединяющего середины сторон *AD* и *BC*. Найдите величину угла, образованного продолжениями сторон *AB* и *CD*.

6 (*4 балла*). Решите неравенство: $\log_{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}(x^2-3x+1)\geq 0$.

В 2015/2016 учебном году было решено изменить концепцию проведения конкурса и перейти от традиционного варианта письменной работы к новой форме – решению базовых задач с краткой записью решения и выполнению кейс-заданий с задачами с возрастающей сложностью. К тому же за основную идею была взята практическая ориентированность заданий. Это связано с тем, что знания предметного материала, умение решать задачи так или иначе показывает Единый государственный экзамен по математике, результаты которого итак представляются абитуриентом при поступлении на направления подготовки факультета. Однако умение применять полученные в школьном курсе математики знания и умения на практике достаточно сложно отследить по итогам ЕГЭ, хотя, общеизвестно, что именно практико-ориентированные знания и умения наиболее важны для дальнейшей профессиональной деятельности и показывают владение учеником предметным материалом на уровне применения, что говорит о высоком уровне математических знаний школьника [5].

Ниже приведен конкурсный вариант, предлагавшийся абитуриентам, с решениями задач и ссылками на источники заимствования заданий, где это было возможно указать.

А. Базовые задачи

1. Поезд проходит мимо светофора за 5 с, а мимо платформы длиной 150 м – за 15 с. Какова длина поезда.

Решение. Когда поезд проходит мимо платформы, он проезжает 150 м и свою длину. Поезд проходит свою длину за 5 с, значит, платформу длиной 150 м – за 10 с, и его скорость равна 15 м/с, следовательно, его длина 15 · 5 = 75 м.

2. На метеостанции заметили, что в течение некоторого периода времени, если утром шёл дождь, то вечером было ясно, а если дождь шёл вечером, то было ясно утром. Всего было 9 дождливых дней, причём 6 раз выпадали ясные вечера и 7 раз было ясным утро. Сколько дней охватывал весь этот период времени? [6]

Решение. Всего было 0,5 · (6 + 7 – 9) = 2 полностью ясных дней, следовательно, рассматриваемый период охватывал 9 + 2 = 11 дней.

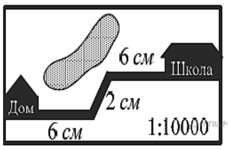
3. При температуре 0°C рельс имеет длину l_0 = 10 м. При прокладке путей при этой температуре между рельсами оставили зазор в 4,5 мм. При возрастании температуры длина рельса будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(^\circ C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура в градусах Цельсия. При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? [7]

ISSN 2304-120X

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Горев П. М. Выездная олимпиада по математике для абитуриентов ВятГУ: положения, задания, анализ результатов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – № 5 (май). – 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2016/16091.htm.

Решение. Величина зазора между рельсами будет определяться разностью $l - l_0$, то есть будет равна $l_0 \cdot \alpha \cdot t° = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot t°$, что должно быть не меньше 4,5 мм = $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ м. Из неравенства $1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot t° \geq 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ получаем $t° \geq 37{,}5$, значит наименьшая температура, необходимая для исчезновения зазора, составит 37,5 °C.



4. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, определите длину пути (в м), если масштаб 1 : 10 000 см [8].

Решение. На карте путь составит 14 см. При соответствующем масштабе это значение равно 140 000 см или 140 м.

5. Первый насос наполняет бак за 15 минут, второй – за 20 минут, а третий – за 2 часа. За сколько минут наполнят бак одновременно три насоса?

Решение. За 2 часа (120 минут) первый насос может наполнить 8 баков, второй – 6 баков и третий – 1 бак. Вместе за 120 минут они наполнят 15 баков, а значит, 1 бак за 120 : 15 = 8 минут.

Б. Кейс-задания

6. Предприятие, специализирующееся на производстве обуви, для производства ботинок и сапог использует сырье двух типов: кожу и резину. Нормы расхода каждого из них на производство единицы продукции каждого вида и объем расхода сырья за 1 день заданы таблицей:

Нормы расхода сырья на одну пару, усл. ед.	*Вид сырья:*	
	кожа	*резина*
Ботинки	2	3
Сапоги	2	5
Расход сырья на 1 день, усл. ед.	200	350

6.1. Пусть ежедневный объем выпуска сапог и ботинок составляет x_1, и x_2 соответственно. Запишите, какой будет математическая модель для нахождения ежедневного выпуска каждого вида обуви.

6.2. Рассчитайте ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

6.3. Какова будет стоимость сырья, затраченного на производство сапог, если стоимость условной единицы кожи составляет 200 рублей, а резины 90 рублей? [9]

Решение. 6.1. Очевидно, математической моделью выпуска обуви будет система из двух уравнений: $2x_1 + 2x_2 = 200$; $5x_1 + 3x_2 = 350$. **6.2.** Решая ее, получаем значения $x_1 = 25$ пар (сапог) и $x_2 = 75$ пар (ботинок). **6.3.** Соответственно, затраты сырья на производство сапог составят: (2 · 200 + 5 · 90) · 25 = 21 250 руб.

7. Из круглого бревна диаметром 30 см вытесывают балку с прямоугольным поперечным сечением, основание которого равно z и высота h. Оставшаяся часть бревна идет в отходы.

7.1. При каких размерах поперечного сечения балки количество отходов будет минимальным?

7.2. Каковы должны быть размеры поперечного сечения балки, чтобы ее прочность, пропорциональная величине $z\sqrt{h^3}$, была максимальной?

7.3. Пусть P_0 – прочность балки при максимально возможном квадратном поперечном сечении, а P_{max} – максимально возможная прочность балки. Каково значение отношения P_0/P_{max}? [10]

Решение. 7.1. Высота и основание сечения при заданном диаметре 30 см связаны соотношением, выражаемым по теореме Пифагора: $h^2 = 900 - z^2$. Составим функцию площади по переменной z: $s = z \cdot \sqrt{900 - z^2}$. Ее производная, заданная на интервале (0; 30), обращается в ноль при $z = 15\sqrt{2}$, что является точкой максимума. При этом значение высоты составит также $15\sqrt{2}$.

7.2. Составим функцию прочности $P = z \cdot (900 - z^2)^{\frac{3}{4}}$. Ее производная на интервале (0; 30) обращается в ноль при $z = 6\sqrt{10}$, что является точкой максимума. При этом значение высоты составит $6\sqrt{15}$, а максимальная прочность балки $P_{max} = 1080\sqrt[4]{15}$.

7.3. Несложно вычислить $P_0 = \left(15\sqrt{2}\right)^{\frac{5}{2}} = 450\sqrt[4]{450}$. Следовательно, искомое соотношение составит $\frac{450\sqrt[4]{450}}{1080\sqrt[4]{15}} = \frac{5}{12}\sqrt[4]{30}$.

8. В ящике лежат красные и чёрные носки. Василий Петрович, собираясь на работу, не глядя достаёт из ящика последовательно два носка.

8.1. Какое наименьшее число носков надо вынуть, чтобы гарантированно достать пару чёрных, если в ящике по дюжине носков каждого цвета?

8.2. Если в ящике лежит по три пары носков каждого цвета, то какова вероятность, что оба вынутых носка окажутся красными?

8.3. Какое наименьшее число носков каждого цвета должно содержаться в ящике, чтобы оба вынутых носка оказались красными с вероятностью 0,5? [11]

Решение. 8.1. Чтобы гарантированно достать 2 носка черного цвета (даже в самом худшем случае) потребуется вынуть из ящика 12 + 2 = 14 носков.

8.2. Всего в ящике лежит 12 носков, из которых 6 красные. Вынуть первый красный носок можно с вероятностью 6/12 = 1/2. После этого второй красный носок можно достать с вероятностью 5/11. По формуле произведения зависимых событий получаем 5/22, что и составит искомую вероятность.

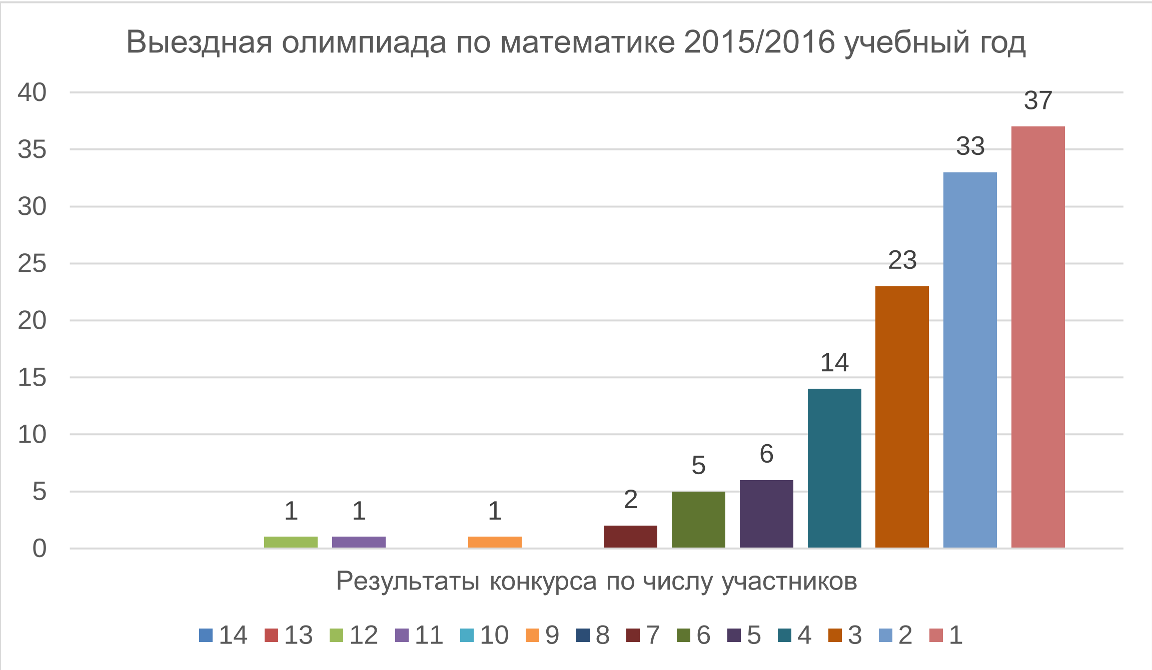
8.3. Пусть в ящике x красных и y черных носков. Вероятность достать красный носок составит $x / (x + y)$. Тогда второй красный носок будет вынут с вероятностью $(x - 1) / (x + y - 1)$. Произведение этих двух величин должно составлять ровно 0,5. Полагая для начала число черных носков равным 1, получаем число красных носков равным 3, то есть всего в ящике 4 носка. Заметим, что красных носков по условию задачи не может быть меньше двух, поэтому дальнейшее увеличение черных носков даст в ящике не менее 4-х носков в сумме, а, следовательно, 4 носка – минимально возможное количество носков в ящике.

Кратко остановимся на статистике конкурса.

Всего в конкурсном испытании приняли участие 162 человека, 123 из них имеют ненулевой результат по математике (т. е. выполняли работу и получили не менее одного балла). География участников – Кировская область, в том числе районные школы, лицеи, гимназии и сельские школы. Учащиеся областного центра к участию в конкурсе не допускались.

Задачи конкурса оценивались из расчета по 1 баллу за каждое верно выполненное задание с обоснованным решением. Таким образом можно было получить 5 баллов за базовую часть и 9 баллов за кейс-задания. Дробные баллы не ставились. Всего за конкурсные задания можно было получить 14 баллов.

Распределение участников по баллам показано на диаграмме.



Средний балл по всем 123 участникам, набравшим не менее одного балла, составил 2,72, что значительно менее половины возможных баллов. Этот результат также ниже, чем освоение базовых задач конкурса. При оценке заданий четко отслеживалось обоснованное решение задач. Правильные ответы без решения или объяснения оценивались 0 баллами. Особую сложность вызвали кейс-задания, решение которых практически отсутствует у участников конкурса.

Результаты конкурса говорят о том, что участвовавшие в нем школьники плохо решают практико-ориентированные задания и, возможно, не были готовы к тому, что подобного рода задачи могут быть предложены в качестве конкурсного испытания.

Возможно, что здесь сыграла свою роль и наблюдающаяся в последнее время тенденция «натаскивания» учеников на решение задач ЕГЭ, которые в большинстве своем не носят практическую ориентацию.

В целом же можно сделать вывод, что методической науке в ближайшее время необходимо усилить разработку подходов, которые могли бы способствовать сокращению разрыва между необходимым современному обществу уровнем развития учащихся с их творческим потенциалом и умением решать практико-ориентированные задачи и курсом преподаваемой в школе математики.

Ссылки на источники

1. Горев П. М., Толмачёва М. И. Организация и содержание конкурса для старшеклассников по решению межпредметных задач «Математика плюс физика» // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – № 6 (июнь). – С. 91–95. – URL: http://e-koncept.ru/2015/15191.htm.
2. Горев П. М., Толмачёва М. И. Межпредметный конкурс для старшеклассников как элемент непрерывного физико-математического образования // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2015. – № 7. – С. 104–109.
3. Выездная олимпиада МФТИ. – URL: http://abitu.net/mycity.
4. 3000 конкурсных задач по математике / Е. Д. Куланин, В. П. Норин, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – М.: Рольф, 2000. – 624 с.
5. Позняк Т. А., Рыманова Т. Е., Саввина О. А., Симоновская Г. А. Воспитание и развитие учащихся при обучении математике. – Елец: ЕГУ им. И. А. Бунина. – 2001. – 107 с.
6. Тригг Ч. Задачи с изюминкой. – М.: Мир, 2000. – 277 с.
7. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. – URL: http://mathege.ru.
8. Образовательный портал Д. Гущина. – URL: https://sdamgia.ru.
9. Единый портал Интернет-тестирования в сфере образования. – URL: http://www.i-exam.ru.
10. Там же.
11. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. – М.: Наука, 1975. – 112 с.

Pavel Gorev,
Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor at the chair of Fundamental and Computational Mathematics, Vyatka State University, Kirov
pavel-gorev@mail.ru

Visiting Olympiad in mathematics for students VSU: situation, tasks, analysis of the results

Abstract. The article describes the experience of visiting the Olympiad in mathematics in the Kirov region for applicants Vyatka State University, organized in the 2015/2016 academic year, the Faculty of Computer and Physical and Mathematical Sciences. The competition presents practice-oriented assignment of two difficulty levels: Basic tasks that are typical of the final certification for the course of the primary school, and case-assignment of the three branches of mathematics: algebra, mathematical analysis and probability theory with increasingly complex tasks. A version works with solutions and analysis of the generalized statistical results of pupils of 10–11 classes of educational institutions of the Kirov region, took part in the competition.

Key words: internal competitions for students of high schools, math competitions, practice-oriented assignments, case assignments in mathematics, mathematical evaluation of the quality of education students.

References

1. Gorev P. M. & Tolmachjova M. I. (2015) Organizacija i soderzhanie konkursa dlja starsheklassnikov po re-sheniju mezhpredmetnyh zadach “Matematika pljus fizika” // *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal «Koncept»*.№ 6 (ijun'). P. 91–95. URL: http://e-koncept.ru/2015/15191.htm (in Russian).
2. Gorev P. M. & Tolmachjova M. I. (2015) Mezhpredmetnyj konkurs dlja starsheklassnikov kak jelement nepre-ryvnogo fiziko-matematicheskogo obrazovanija // *Vestnik Vjatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta*. № 7. P. 104–109 (in Russian).
3. Vyezdnaja olimpiada MFTI. URL: http://abitu.net/mycity (in Russian).
4. 3000 konkursnyh zadach po matematike (2000) / E. D. Kulanin, V. P. Norin, S. N. Fedin, Ju. A. Shevchenko. – Moscow: Rol'f, 624 p. (in Russian).
5. Poznjak, T. A., Rymanova, T. E., Savvina, O. A. & Simonovskaja, G. A. (2001). *Vospitanie i razvitie uchashhihsja pri obuchenii matematike*, EGU im. I. A. Bunina, Elec, 107 p. (in Russian).
6. Trigg Ch. (2000) *Zadachi s izjuminkoj*. Moscow: Mir, 277 p. (in Russian).
7. Otkrytyj bank zadanij EGE po matematike. URL: http://mathege.ru (in Russian).

8. Obrazovatel'nyj portal D. Gushhina. URL: https://sdamgia.ru (in Russian).
9. Edinyj portal Internet-testirovanija v sfere obrazovanija. URL: http://www.i-exam.ru (in Russian).
10. Ibid.
11. Mosteller F. (1975) Pjat'desjat zanimatel'nyh verojatnostnyh zadach s reshenijami. Moscow: Nauka,112 p. (in Russian).

Рекомендовано к публикации:
Некрасовой Г. Н., доктором педагогических наук,
членом редакционной коллегии журнала «Концепт»

Поступила в редакцию *Received*	20.05.16	Получена положительная рецензия *Received a positive review*	23.05.16
Принята к публикации *Accepted for publication*	23.05.16	Опубликована *Published*	31.05.16

ISSN 2304-120X
www.e-koncept.ru