КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
Смыкова Н. В. Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами» // Концепт. – 2013. – № 06 (июнь). – ART 13133. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13133.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.
ART 13133 УДК 372.851
Смыкова Наталия Владимировна,
учитель математики ГАОУ ДОД «Центр творческого развития и гуманитарного образования для одаренных детей «Поиск»», г. Ставрополь
smykova@inbox.ru

Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами»

Аннотация. *В статье приводится разработка занятия школьного математического кружка для VI класса, в которой подобран материал для начального знакомства учащихся с имеющим важное прикладное значение понятием – графами.*
Ключевые слова: *обучение математике, математический кружок, граф, степень вершины, решение задач.*

Интерес к дополнительному математическому образованию школьников, в частности учеников 5–6-х классов, неуклонно растет. Об этом говорят многочисленные публикации по обозначенной тематике, в том числе и на страницах журнала «Концепт» [1–3]. В этой статье мы затронем вопрос о содержании занятия математического кружка в VI классе по теме «Знакомство с графами».

В школьной программе по математике термин «граф» отсутствует. При этом в последнее время теория графов стала простым, доступным и мощным средством решения вопросов, относящихся к широкому кругу проблем. Это проблемы проектирования интегральных схем и схем управления, исследования автоматов, логических цепей, блок-схем программ, экономики и статистики, химии и биологии, теории расписаний и дискретной оптимизации. Кроме того, задачи с использованием графов часто встречаются на математических олимпиадах всех уровней. Поэтому так важно познакомить школьников с этим математическим объектом и его свойствами.

Цели занятия: сформировать у учащихся представление о возможностях широкого использования графов как средства моделирования реального мира, познакомить их с задачами теории графов, подготовить школьников к восприятию этих понятий при дальнейшем обучении.

Задачи занятия:

– ознакомление учащихся с основными понятиями и методами решения задач с помощью графов;

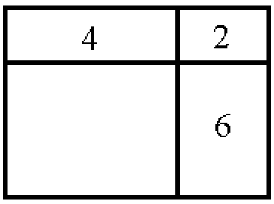
– формирование умения распознавать задачи, решаемые с помощью графов;

– развитие логического мышления школьников.

Занятие начинается с разминки – решения задач о «титулованных» особах, заимствованных из пособия [4].

1. Синьор Помидор со свитой движется из пункта *A* в пункт *B* со скоростью 5 км/ч. Каждый час он высылает гонцов в *B*, которые движутся со скоростью 20 км/ч. С какими интервалами прибывают гонцы в *B*? Ответ дайте в минутах. (Ответ: 45 минут).

2. У графини Вишни есть 5 одинаковых рубинов, 6 одинаковых изумрудов и 7 одинаковых сапфиров. Сколькими способами она может выбрать из них 4 камня для броши? (Ответ: 15 способов).



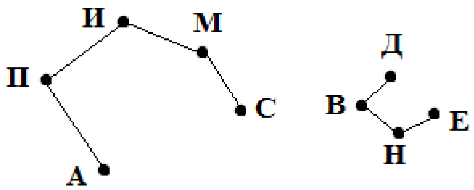
3. Царь Горох разделил свое царство на четыре части. Три участка он отдал в приданое своим дочерям-царевнам. Старшая дочь получила участок площадью 6 тысяч км^2, средняя – 4 тыс. км^2, младшая – 2 тыс. км^2 (рисунок справа). Найдите площадь исходного царства. (Ответ: 24 тыс. км^2).

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13133 УДК 372.851
Смыкова Н. В. Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами» // Концепт. – 2013. – № 06 (июнь). – ART 13133. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13133.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Познакомимся с титулованной персоной в математике. Для этого рассмотрим вводные задачи.

Пример 1 [5]. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор – Диме и Никите, Евгений – сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться ночью к Никите за яблоками?

Решение. Ответить на вопрос задачи сразу нелегко. Выпишем имена мальчиков и соединим соседей линиями:

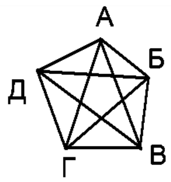


Изображение ситуации, описанной в условии задачи, помогает сделать вывод: Пётр не может огородами пробраться к Никите, так как они не соседи.

Ответ: нет, не может.

Пример 2 [6]. Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

Решение. Повторим ту же идею: изобразим ситуацию из условия задачи на рисунке. Пусть каждому из пяти молодых людей соответствует определенная точка на плоскости, названная первой буквой его имени, а производимому рукопожатию – отрезок или часть кривой, соединяющая конкретные точки – имена (рисунок справа).



Если подсчитать число линий, изображенных на рисунке, то это число и будет равно количеству совершенных рукопожатий между пятью молодыми людьми. Их 10.

Ответ: всего было сделано 10 рукопожатий.

Решение этих двух внешне не похожих задач объединяет общая идея: графическое изображение условия. При этом получившиеся рисунки тоже оказались похожими: они представляют собой набор точек, некоторые из которых соединены линями. Такой рисунок в математике называется графом.

Определение. Графом называется конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями. Точки называются вершинами графа, а соединяющие линии – рёбрами. Каждое ребро соединяет ровно две вершины.

С помощью графов удобно и наглядно изображается информация о разных объектах и отношениях между ними. Примерами графов могут служить схемы авиалиний, метро, дорог, электросхемы, чертежи многоугольников.

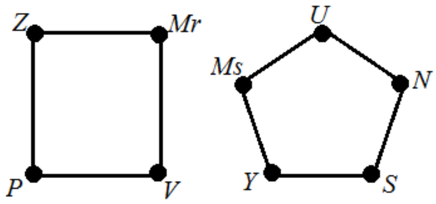
Кстати, с дворянским титулом «граф» их связывает общее происхождение от латинского слова «графио» – пишу.

В дальнейшем вершины графа мы будем обозначать латинскими буквами *A*, *B*, *C*, *D*. Иногда граф в целом будем обозначать одной заглавной буквой.

Задача 1 [7]. Между 9-ю планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс, Юпитер – Нептун и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13133 УДК 372.851
Смыкова Н. В. Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами» // Концепт. – 2013. – № 06 (июнь). – ART 13133. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13133.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Решение. Построим граф: планетам будут соответствовать вершины графа, а соединяющим их маршрутам – ребра.



Что же получилось в итоге? По полученному графу понятно, что долететь от Земли до Марса нельзя.

Ответ: нет, нельзя.

Задача 2. Гарри Поттер умеет превращать жабу в принцессу, гриб в жабу и грушу, грушу в яблоко, огрызок от яблока в котёнка и ёжика, котёнка в грушу или яблоко, ёжика в грушу, а яблоко – только в огрызок. Сейчас у него есть яблоко. Сможет ли он превратить его в принцессу?

Решение. Поставив в соответствие каждому объекту точку и соединив точки, связанные отношением «превращение» линией, получим граф, в котором объекты «яблоко» и «принцесса» не связаны между собой.

Ответ: нет, нельзя.

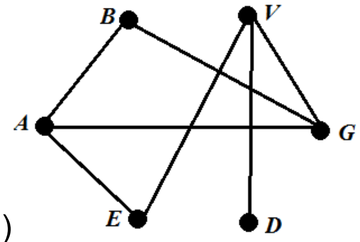
Задача 3. В стране Цифра есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Два города соединены авиалинией только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делиться на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Решение. Построим граф: города изобразим вершинами графа, а авиалинии – ребрами. Вершины 3, 5, 9 связаны между собой, но не связаны с остальными. Значит, долететь из города 1 в город 9 нельзя.

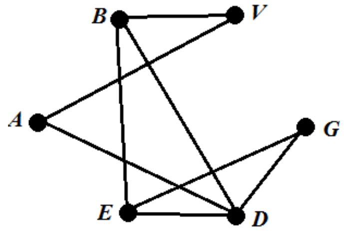
Ответ: нет, нельзя.

Задача 4. В первенстве класса по настольному теннису принимали участие 6 учеников: Андрей, Борис, Виктор, Галина, Дмитрий и Елена. Первенство проводится по круговой системе – каждый из участников играет с каждым из остальных один раз. К настоящему моменту некоторые игры уже проведены: Андрей сыграл с Борисом, Галиной и Еленой; Борис, как уже говорилось, с Андреем и ещё с Галиной; Виктор – с Галиной, Дмитрием и Еленой. Сколько игр проведено к настоящему моменту и сколько ещё осталось?

Решение. Изобразим данные задачи а виде графа. Участников первенства будем изображать точками: Андрея – точкой А, Бориса – точкой В и т. д. Если двое участников уже сыграли между собой, то будем соединять соответствующие вершины графа ребрами. Тогда число игр, проведенных к настоящему моменту, равно числу ребер, т. е. 7 (рисунок а). Чтобы найти число игр, которые осталось провести, построим еще один граф с теми же вершинами, но ребрами будем соединять тех участников, которые еще не играли друг с другом (рисунок б).



а)



б)

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13133 УДК 372.851
Смыкова Н. В. Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами» // Концепт. – 2013. – № 06 (июнь). – ART 13133. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13133.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

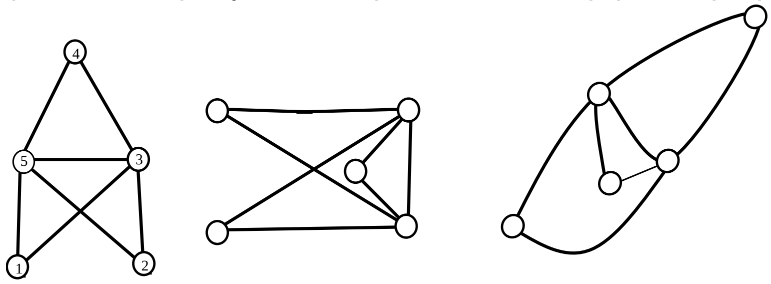
Ребер у этого графа оказалось 8, значит, осталось провести 8 игр.

Ответ: проведено 7 игр, осталось провести 8 игр.

Граф для одной и той же задачи можно нарисовать разными способами; и наоборот для разных задач можно нарисовать одинаковые по виду графы.

Полезно представить граф как набор пуговиц, некоторые из которых соединены нитями. При этом, где именно расположены пуговицы, и как проходят нити – не важно: граф от этого не меняется, важно лишь то, какие пары пуговиц (вершины) соединены нитями.

Такие одинаковые, но, быть может, по-разному нарисованные графы принято называть *изоморфными*. На рисунке изображены изоморфные графы.



Задача 5. На рисунке выше приведены изображения изоморфных графов. Вершины одного из них пронумерованы. Пронумеруйте соответствующие вершины оставшихся графов так чтобы одинаково пронумерованные вершины были одинаково соединены.

Определение*.* Количество рёбер, выходящих из вершины, называется степенью этой вершины. Вершина называется четной, если из нее выходит четное число ребер, и нечетной, если из нее выходит нечетное число ребер.

Обозначение: $p(A)$ – степень вершины A. Например, на рисунке 6: $p(1) = 2$, $p(2) = 2$, $p(3) = 4$, $p(4) = 2$, $p(5) = 4$.

Задача 6. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединён с пятью другими?

Решение. Предположим, что это возможно. Рассмотрим граф, вершины которого соответствуют телефонам, а рёбра – соединяющим их проводам. В этом графе 15 вершин, степень каждой из которых равна пяти. Подсчитаем количество рёбер в этом графе. Для этого сначала просуммируем степени всех его вершин. Ясно, что при таком подсчете каждое ребро учтено дважды. Поэтому число рёбер графа равно $(12 \cdot 5) : 2$. Но это число нецелое, а значит, такого графа не существует, следовательно, соединить телефоны требуемым образом невозможно.

Ответ: нет, нельзя.

Задача 7. На концерте каждую песню исполняли двое артистов, и никакая пара не выступала вместе более одного раза. Всего было 12 артистов, каждый выступил по 5 раз. Сколько было песен?

Решение. Рассмотрим граф, вершинами которого являются выступавшие артисты. Соединим пару артистов ребром, если они вместе пели. Получим граф с 12 вершинами степени 5, каждой песне соответствует ребро. Аналогично предыдущему примеру, в графе $(12 \cdot 5) : 2 = 30$ рёбер, то есть было 30 песен.

Ответ: 30 песен.

Обратите внимание на то, что рёбра считать легче, чем песни или провода. Рёбра легко изображать, именно это свойство (наглядность) обусловило столь широкое распространение графов.

Смыкова Н. В. Занятие математического кружка в VI классе «Знакомство с графами» // Концепт. – 2013. – № 06 (июнь). – ART 13133. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13133.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Домашнее задание.

1. Сева нарисовал 10 точек, некоторые из которых соединил отрезками. После этого он спрятал рисунок в чемодан, чемодан закрыл на ключ, а ключ проглотил. В ответ на это Наташа заслала в его чемодан разведывательного таракана, который сообщил, что из точек выходит соответственно 5, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 1 отрезка. Сколько отрезков нарисовал Сева? (Ответ: 15 отрезков).

2. В некотором государстве 40 городов и из каждого выходит по 7 дорог. Сколько всего в государстве дорог? (Каждая дорога соединяет какие-то два города.) (Ответ: 140 дорог).

3. В деревне Пятнашкино 15 домов. Электрик решил соединить проводами каждый дом ровно с девятью другими. Сможет ли он это сделать? (Ответ: нет).

4. В компьютерном классе 17 компьютеров. Некоторые из них соединены проводами. Известно, что от каждого компьютера отходит по четыре провода, а каждый из проводов имеет длину 15 метров. Найдите общую длину проводов в компьютерном классе. (Ответ: 510 м).

Ссылки на источники

1. Горев П. М. Приобщение школьников к опыту творческой деятельности по математике через систему задач, реализующих интегративные связи // Концепт. – 2 квартал 2011, ART 11-2-01. – Киров, 2011 г. – URL: http:// www.covenok.ru/koncept/2011/11201.htm.
2. Горев П. М. Уроки развивающей математики в 5–6-х классах средней школы // Концепт. – 2012. – № 10 (октябрь). – ART 12132. – 0,6 п. л. – URL: http://www.covenok.ru/koncept/2012/12132.htm.
3. Ончукова Л. В. Логические задачи в школьном курсе математики // Концепт. – 2012. – № 12 (декабрь). – ART 12178. – 0,9 п. л. – URL: http://www.covenok.ru/ koncept/2012/12178.htm.
4. Подготовка школьников к олимпиадам по математике. 5–6 классы. / Авт.-сост. Г. И. Григорьева. – М.: Изд-во «Глобус», 2009. – 152 с.
5. Гуровиц В. М., Ховрина В.В. Графы. – М.:МЦНМО, 2008. – 32 с.
6. Подготовка школьников... Указ. соч.
7. Гуровиц В. М. Указ. соч.

Smykova Natalia,
Math teacher, head of the State Mathematics methodical association of autonomous educational institutions of further education of children "Center for Creative Development and Humanitarian Education for gifted children "Search ", Stavropol
smykova@inbox.ru

Lesson mathematical circle in Grade 6 "Introduction to graphs"

Abstract. The article presents the development of school mathematics classes mug for Class VI, in which the material is chosen for the initial acquaintance with students who have important implications concept – the graphs.
Keywords: learning math, math circle graph, the degree of node, problem solving.

ISSN 2304-120X

Рекомендовано к публикации:
Горевым П. М., кандидатом педагогических наук, главным редактором журнала «Концепт»;
Утёмовым В. В., кандидатом педагогических наук.