КОНЦЕПТ научно-методический электронный журнал
ISSN 2304-120X

Дубынина Т. В., Рогозина М. Л., Шайкина В. Н. Задачи с параметрами как средство активизации мыслительной деятельности обучающихся с высоким потенциалом развития // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № 5 (май).– 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2017/170120.htm.

ART 170120 УДК 372.851

Дубынина Татьяна Владимировна,
учитель математики МОУ СОШ № 13 им. Ю. А. Гагарина, г. Челябинск
sosh13@edu.kyshtym.org

Рогозина Марина Леонидовна,
учитель математики МОУ СОШ № 13 им. Ю. А. Гагарина, г. Челябинск
nsfsusu@yandex.ru

Шайкина Виктория Николаевна,
старший преподаватель ГБУ ДПО «Челябинский институт переподготовки и повышения квалификации работников образования», г. Челябинск
sh-vn@yandex.ru

Задачи с параметрами как средство активизации мыслительной деятельности обучающихся с высоким потенциалом развития

Аннотация. *В статье рассматривается проблема использования на уроках математики основных приёмов мыслительной деятельности, при помощи которых можно достичь максимальной эффективности процесса усвоения знаний через классификацию и систематизацию, анализ и синтез. Приведены примеры задач с параметром, проиллюстрированы некоторые особенности учебной деятельности.*
Ключевые слова: *мышление, учебная деятельность, задачи с параметром, модуль, алгебраические преобразования, программированное обучение.*
Раздел: *(01) педагогика; история педагогики и образования; теория и методика обучения и воспитания (по предметным областям).*

В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления.
В. П. Ермаков

Формирование мышления и развитие интеллектуальных способностей обучающихся – одна из принципиальных целей всякого образования. Теоретическими предпосылками этого является теория человеческой деятельности и общения, рассматриваемого в качестве одного из видов деятельности человека, и теория управления и управленческой деятельности. Согласно утверждению А. Н. Леонтьева, сущность человека, его свойства и качества проявляются в различных видах деятельности. Деятельность предметна, сознательна и целенаправленна. Как система она управляема и направляема на целедостижение. Согласно теории Л. С. Выготского о единстве субъекта, объекта и процесса деятельности, человек как объект общественных воздействий становится субъектом этих воздействий в результате собственной деятельности [1–3].

В обучении активизация мыслительной деятельности, усвоение знаний и формирование адекватной системы учебных действий протекает как единый процесс. Поэтому необходимо учитывать основные приёмы мыслительной деятельности, разрабатывая которые можно достичь максимальной эффективности процесса усвоения знаний посредством формирования, классификации и систематизации приёмов учебной математической деятельности. Для этого необходимо выработать у обучающихся умение искать, фиксировать, понимать, преобразовывать, применять, представлять и оценивать достоверность получаемой информации [4].

Учебная деятельность относится к ведущим видам мыслительной деятельности, в процессе которой происходит контролируемое присвоение основ социального и когнитивного опыта в виде ключевых компетенций. Процесс обучения в значительной мере зависит от изыскания дидактических и психологических возможностей, которые сделают доступным для обучающихся глубокое усвоение учебного материала при минимальных затратах времени [5, 6]. При этом следует учитывать такие функции мыслительной деятельности, как индукция, дедукция и аналогия. В упрощённом варианте эти функции применительно к учебной математической деятельности можно рассматривать следующим образом: индукция – способ упрощения задачи, дедукция – достоверный вывод из одного или нескольких утверждений, аналогия – сходство нетождественных объектов в некоторых качествах. Одним из путей активизации учебной деятельности является путь формирования обобщённых методов анализа и синтеза учебного материала как метода эффективного, сознательного усвоения знаний.

Обучающиеся, сознательно усваивающие учебный материал, активно открывают для себя всё новые и новые свойства. Включая объект в новые связи, обучающийся осознаёт его в новых качествах и тем самым получает новые знания об объекте. Особую роль в эффективности усвоения математических знаний играет поэтапное формирование мыслительных действий на ориентировочной основе. А основное средство активизации мыслительной деятельности – постановка учебных задач.

Особенности ориентировочной основы определяют время и качество обучения. Н. Ф. Талызина выделяет в составе ориентировочной основы три типа [7, 8]:

1) неполный состав; ориентиры выделяются самим субъектом путём слепых проб;
2) состав содержит все условия для выполнения действия; условия даются субъекту в готовом виде и в конкретной форме, пригодной для ориентировки лишь в одном частном случае;
3) состав содержит полный набор ориентиров в обобщённом виде, характерном для целого класса задач.

При этом следует учитывать, что поэтапное формирование часто требуется не для всего действия, а лишь для некоторых его элементов, остальные могут быть выполнены сразу в умственной форме.

По нашему мнению, наиболее эффективным средством активизации мыслительной деятельности являются задачи с параметрами. Именно при решении таких задач одновременно происходит знакомство с новым математическим аппаратом и повторение ранее пройденного материала. Они способствуют формированию обобщённости знаний в целях наиболее их эффективного усвоения. Задачи с параметрами призваны запускать сложную аналитико-синтетическую работу мышления обучающегося, направленную на вычленение существенных признаков нового материала, отчленение их от несущественных и объединение в единое целое (индукция, дедукция, аналогия). Такие задачи, на наш взгляд, являются средством активизации мыслительных приёмов – анализа и синтеза. Приведём примеры задач, иллюстрирующих выделенные типы ориентировочной основы, и некоторые особенности учебной деятельности по их решению.

В одном из вариантов подготовки к ЕГЭ в 2016 г. была предложена следующая задача под номером 18 (позднее такая задача встретилась в вариантах репетиционного ЕГЭ, правда, немного в другой формулировке).

Задача [9]. Найти все значения параметра *a*, для каждого из которых уравнение

$$8x^6 + (a - |x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

Условие может вызвать первоначальное затруднение, так как в данном случае его ориентировочная основа имеет первый тип. Если же задача будет предложена ученикам при изучении темы «Решение уравнений высших степеней методом замены переменной» (можно продемонстрировать с её помощью упрощение алгебраических выражений – индукция), то она может быть решена по известному алгоритму для подобных задач. Подготовленный ученик способен с ней справиться, следовательно, необходимо обеспечить непрерывную подготовку к решению подобных задач. Приведём один из возможных методов решения.

Внимательно посмотрим на выражение и применим к первым двум слагаемым формулу суммы кубов (формула известна с 7-го класса) (анализ):

$$(2x^2)^3+(a-|x|)^3+2x^2-|x|+a=0;$$
$$(2x^2+a-|x|)((2x^2)^2-2x^2(a-|x|)+(a-|x|)^2)+(2x^2-|x|+a)=0.$$

Вынесем общий множитель (синтез):

$$(2x^2-|x|+a)((2x^2)^2-2x^2(a-|x|)+(a-|x|)^2+1)=0.$$

Рассмотрев распадающееся уравнение, определим две возможности (дедукция):

$$2x^2-|x|+a=0 \text{ и } 2)(2x^2)^2-2x^2(a-|x|)+(a-|x|)^2+1=0.$$

Преобразуем второе уравнение, выделяя полный квадрат (анализ):

$$(2x^2)^2-4x^2\frac{(a-|x|)}{2}+\frac{4(a-|x|)^2}{4}+1=0;$$

$$(2x^2)^2-4x^2\frac{(a-|x|)}{2}+\frac{(a-|x|)^2}{4}+\frac{3(a-|x|)^2}{4}+1=0;$$

$$\left(2x^2-\frac{(a-|x|)}{2}\right)^2+\frac{3(a-|x|)^2}{4}+1=0.$$

Оценим левую часть:

$$\left(2x^2-\frac{(a-|x|)}{2}\right)^2+\frac{3(a-|x|)^2}{4}+1\geq 1.$$

Из этого следует отсутствие действительных корней у второго уравнения. Таким образом, только первое уравнение может иметь более трёх различных решений (дедукция).

Рассмотрим: 1) $2x^2-|x|+a=0$.

Эту часть задачи в качестве укрупнения дидактической единицы «квадратный трёхчлен» можно предлагать детям с высоким потенциалом развития на факультативных занятиях уже в 8-м классе, если рассмотреть её без «оболочки». Например, определите количество корней квадратного уравнения в зависимости от значений параметра.

Уравнение, используя свойства модуля и замену переменной, приводим к квадратному уравнению с параметром и условием неотрицательности корней:

$$2|x|^2-|x|+a=0;$$

$$|x|=t, t\geq 0;$$

$$3)\ 2t^2-t+a=0.$$

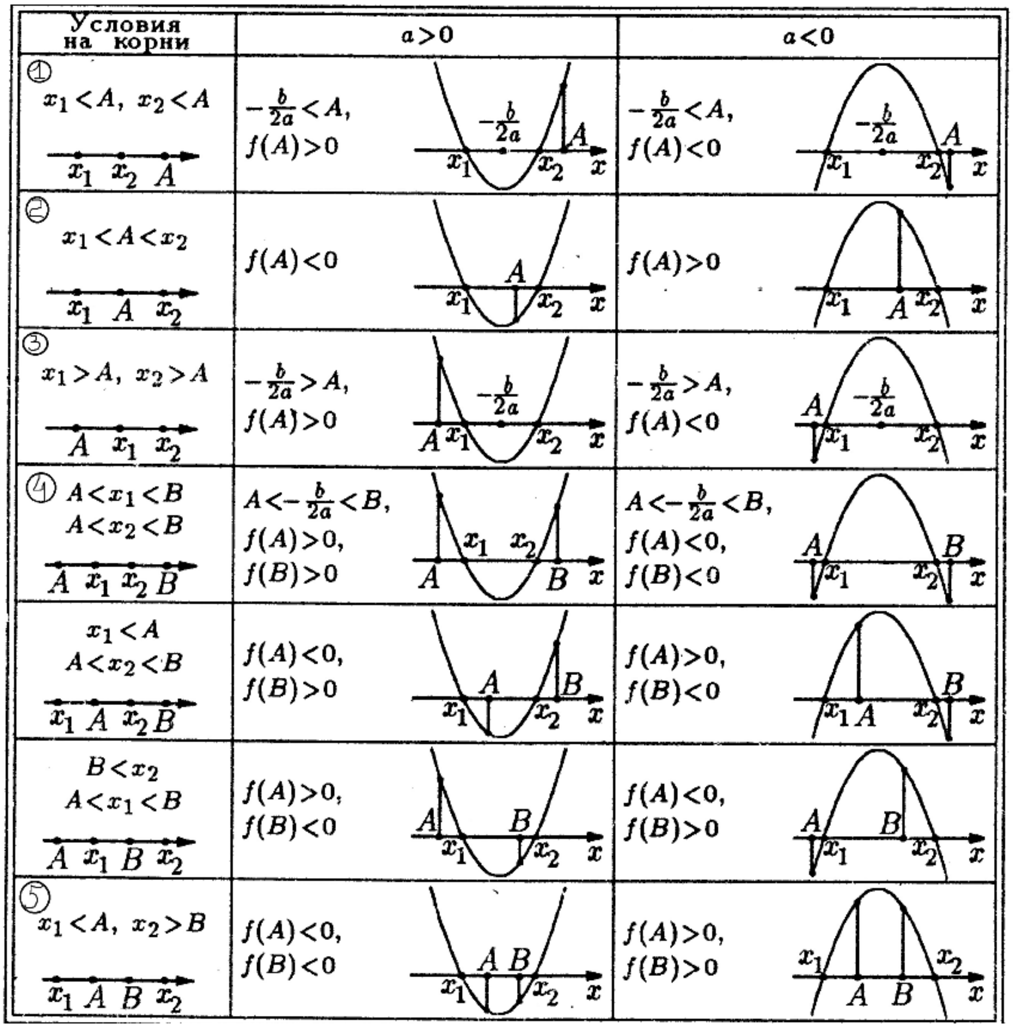
В курсе 9-го класса такую задачу можно предложить с условием: «При каких значениях параметра оба корня уравнения положительны, отрицательны, разного знака, и др.?»

ISSN 2304-120X
КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Дубынина Т. В., Рогозина М. Л., Шайкина В. Н. Задачи с параметрами как средство активизации мыслительной деятельности обучающихся с высоким потенциалом развития // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № 5 (май).– 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2017/170120.htm.

Уравнение 1) будет иметь более трёх различных решений, а именно четыре, если уравнение 3) будет иметь два различных положительных корня.

Задача сводится к распределению корней квадратного трёхчлена. Возможные случаи распределения корней квадратного трёхчлена представлены на рис. 1, где x_1 и x_2 – корни многочлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, $D = b^2 - 4ac > 0$, $a \neq 0$.



Условия на корни	$a>0$	$a<0$
① $x_1<A,\ x_2<A$	$-\frac{b}{2a}<A$, $f(A)>0$	$-\frac{b}{2a}<A$, $f(A)<0$
② $x_1<A<x_2$	$f(A)<0$	$f(A)>0$
③ $x_1>A,\ x_2>A$	$-\frac{b}{2a}>A$, $f(A)>0$	$-\frac{b}{2a}>A$, $f(A)<0$
④ $A<x_1<B$, $A<x_2<B$	$A<-\frac{b}{2a}<B$, $f(A)>0$, $f(B)>0$	$A<-\frac{b}{2a}<B$, $f(A)<0$, $f(B)<0$
$x_1<A$, $A<x_2<B$	$f(A)<0$, $f(B)>0$	$f(A)>0$, $f(B)<0$
$B<x_2$, $A<x_1<B$	$f(A)>0$, $f(B)<0$	$f(A)<0$, $f(B)>0$
⑤ $x_1<A,\ x_2>B$	$f(A)<0$, $f(B)<0$	$f(A)>0$, $f(B)>0$

Рис. 1. Условия для основных случаев распределения корней квадратного трехчлена

Обобщённые и упрощённые условия для основных случаев распределения корней, отмеченных на рис. 1 под пунктами 1, 2, 3, 4, 5, приведены под соответствующими номерами.

1. Оба корня будут строго меньше числа *A*, тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} D \geq 0; \\ x_0 < A; \\ af(A) > 0. \end{cases}$$

2. Число A лежит между корнями уравнения, т. е. $x_1 < A < x_2$ тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} D > 0; \\ af(A) < 0. \end{cases}$$

3. Оба корня будут больше числа *A*, тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} D \geq 0; \\ x_0 > A; \\ af(A) > 0. \end{cases}$$

4. Оба корня лежат на интервале (A, B) тогда и только тогда, когда выполнены условия:

$$\begin{cases} D \geq 0; \\ x_0 \in (A; B); \\ af(A) > 0; \\ af(B) > 0. \end{cases}$$

5. Отрезок $[\mathrm{A}; \mathrm{B}]$ целиком лежит в интервале $(\mathrm{x}_1; \mathrm{x}_2)$ тогда и только тогда, когда выполнены условия:

$$\begin{cases} D > 0; \\ af(A) < 0; \\ af(B) < 0. \end{cases}$$

Вернемся к нашей задаче. Возможные случаи представлены на рис. 1 под пунктом 3, обобщённые и упрощенные условия для которого имеют следующий вид: оба корня будут больше числа $A = 0$ тогда и только тогда, когда выполняются следующие неравенства:

$$\begin{cases} D > 0; \\ x_0 > 0; \\ f(0) > 0. \end{cases}$$

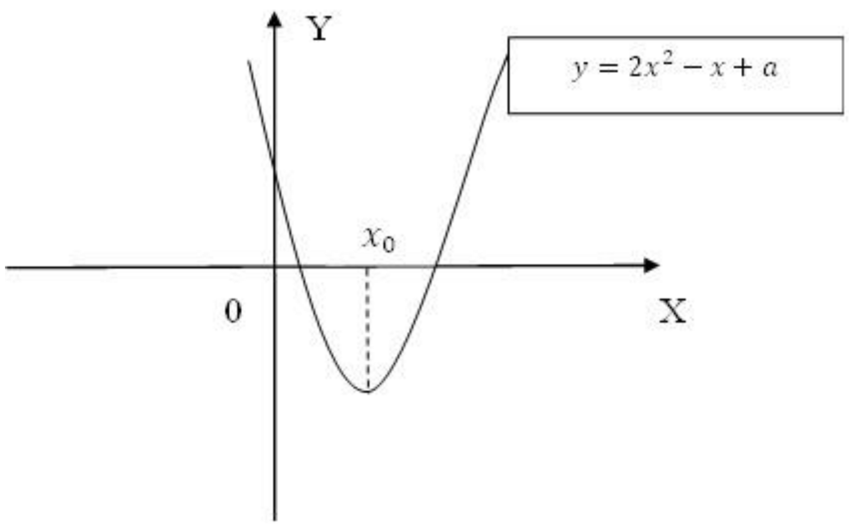


Рис. 2. Геометрическая иллюстрация условий неотрицательности корней квадратного трёхчлена

Составляем систему неравенств $\begin{cases} 1 - 8a > 0; \\ \frac{1}{4} > 0; \\ a > 0 \end{cases}$, из которой получаем $a \in \left(0; \frac{1}{8}\right)$.

Конечно, такие задачи целесообразно решать с детьми высокомотивированными или обладающими высоким потенциалом развития. При этом ориентировочная основа задач должна иметь второй или третий тип.

Модуль, алгебраические преобразования и формулы сокращённого умножения изучаются в курсе 8-го класса и не вызывают особых затруднений у успевающих учеников, а установление связей с конечным результатом – итоговой аттестацией – всегда способствует повышению интереса к обучению у детей с высоким потенциалом развития. Впоследствии для учеников 11-го класса такая задача станет простым повторением ранее пройденного, что способствует формированию когнитивных компетенций.

Приведённый пример основан на одной из задач программы усвоения Н. Ф. Талызиной [10], согласно которой на протяжении всего обучения осуществляется подбор системы заданий, необходимых для формирования универсальных учебных действий. Каждое задание выступает как порция материала, а шаг формирования УУД неравномерен и изменяется по мере накопления запаса познавательных действий.

По мнению психологов, уровень усвоения знаний определяется педагогическими условиями, в которых они формируются, т. е. степенью самостоятельности и активности обучающихся, которая зависит от характера управления процессом обучения [11]. Многолетний опыт позволяет утверждать, что базовый уровень знаний эффективно достигается только в рамках концепции программированного обучения. Однако следует отметить, что по достижении этого уровня навязывание усреднённого принудительного темпа овладения знаниями, усреднённой методики объяснения, инструктажа и контроля не может инициировать познавательную активность учащихся. Компетентность и творческая самостоятельность возникают в результате заинтересованной и активной, осознанной и целенаправленной самостоятельной учебной деятельности, которая начинается с возникновения желания проявить свою активность и продолжается при наличии достаточно сильных внутренних побуждений. Первоочередная задача учителя состоит в формировании стойких познавательных потребностей на основе возбуждения разнообразной положительной мотивации. Это требует индивидуального подхода к управлению работой каждого учащегося и выбора соответствующих средств и методов [12–14]. Мы в своей деятельности в качестве такого средства используем задачи с параметром.

Мастерство учителя заключается в том, чтобы укреплять и развивать математические способности учащихся, помочь ребенку поверить в себя, в свои способности, в умении сделать содержание своего предмета богатым, глубоким, разнообразным, а способы познавательной деятельности детей – творческими, продуктивными. Опыт нашей работы в данном направлении с использованием задач с параметром был обобщен в рамках методологических семинаров. Проведение семинаров наряду с другими направлениями повышения квалификации способствует освоению новых профессиональных компетенций посредством изучения как нового содержания, так и новых способов профессиональной деятельности, необходимых для эффективного достижения качества образования [15].

Ссылки на источники

1. Спутник исследователя по педагогике / сост. А. М. Баскаков, Ю. Г. Соколова. – Челябинск: Изд-во ООО «Полиграф-мастер», 2008. – 600 с.
2. Лунгу К. Н. Систематизация приёмов учебной деятельности студентов при обучении математике: монография. – М.: Ком. Книга, 2007. – 424 с.
3. Сериков Г. Н. Педагогика. Книга 1: Объект исследований. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2005. – 440 с.
4. Пяткова О. Б., Аверина Т. Г. Приемы смыслового чтения на уроках химии // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – Т. 31. – URL: http://e-koncept.ru/2017/970198.htm.
5. Спутник исследователя по педагогике.
6. Сериков Г. Н. Указ. соч.
7. Спутник исследователя по педагогике.

8. Лунгу К. Н. Указ. соч.
9. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. – М.: Изд-во «Национальное образование», 2016. – 256 с. – (ЕГЭ. ФИПИ – школе).
10. Спутник исследователя по педагогике.
11. Сериков Г. Н. Указ. соч.
12. Лунгу К. Н. Указ. соч.
13. Сериков Г. Н. Указ. соч.
14. Формирование личностных, предметных и метапредметных результатов обучения по предметам естественно-математического и технологического циклов посредством предпрофильной и профильной подготовки обучающихся: сборник материалов стажировки / авт.-сост.: Н. В. Рыженкова, В. А. Забанова, А. Г. Обоскалов, И. С. Бегашева и др. – Челябинск: ЧИППКРО, 2016. – 76 с.
15. Сагателова Л. С. Методика формирования проектировочных умений у учителя математики // Научное обеспечение системы повышения квалификации кадров. – Челябинск, 2016. – № 1. – С. 93–100.

Tatiana Dubinina,
Teacher of Mathematics, School № 13, Chelyabinsk
tdubynina@yandex.ru
Marina Rogozina,
Teacher of Mathematics, School № 13, Chelyabinsk
rogozina1959@inbox.ru
Viktoriya Shaikina,
Senior Lecturer, Chelyabinsk Institute of Teachers' Professional Retraining and Further Education, Chelyabinsk
sh-vn@yandex.ru

Tasks with parameters as a means of cogitative activity improvement for the students with high development potential

Abstract. The article presents the problem of mental activity basic techniques using at the mathematics lessons. With their help it is possible to achieve maximum efficiency of learning process through classification and systematization, analyses and synthesis. The authors give examples of the tasks with parameter and illustrate some features of educational activities.

Key words: thinking, educational activities, tasks with parameter, modulus, algebraic transformation, programming training.

References

1. Baskakov, A. M. & Sokolova, Ju. G. (2008). *Sputnik issledovatelja po pedagogike*, Izd-vo OOO "Poligrafmaster", Cheljabinsk, 600 p. (in Russian).
2. Lungu, K. N. (2007). *Sistematizacija prijomov uchebnoj dejatel'nosti studentov pri obuchenii matematike: monografija,* Kom. Kniga, Moscow, 424 p. (in Russian).
3. Serikov, G. N. (2005). *Pedagogika. Kniga 1: Ob#ekt issledovanij*, Gumanit. izd. centr VLADOS, Moscow, 440 p. (in Russian).
4. Pjatkova, O. B. & Averina, T. G. (2017). "Priemy smyslovogo chtenija na urokah himii", *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal "Koncept",* t. 31. Available at: http://e-koncept.ru/2017/970198.htm (in Russian).
5. Baskakov, A. M. & Sokolova, Ju. G. (2008). Op. cit.
6. Serikov, G. N. (2005). Op. cit.
7. Baskakov, A. M. & Sokolova, Ju. G. (2008). Op. cit.
8. Lungu, K. N. (2007). Op. cit.
9. Jashhenko, I. V. (eds.) (2016). *EGJe. Matematika. Profil'nyj uroven': tipovye jekzamenacionnye varianty: 36 variantov,* Izd-vo "Nacional'noe obrazovanie", Moscow, 256 p. (EGJe. FIPI – shkole) (in Russian).
10. Baskakov, A. M. & Sokolova, Ju. G. (2008). Op. cit.
11. Serikov, G. N. (2005). Op. cit.
12. Lungu, K. N. (2007). Op. cit.
13. Serikov, G. N. (2005). Op. cit.
14. Ryzhenkova, N. V., Zabanova, V. A., Oboskalov, A. G., Begasheva I. S. et al. (2016). *Formirovanie lichnostnyh, predmetnyh i metapredmetnyh rezul'tatov obuchenija po predmetam estestvenno-matematicheskogo i tehnologicheskogo ciklov posredstvom predprofil'noj i profil'noj podgotovki obuchajushhihsja: sbornik materialov stazhirovki,* ChIPPKRO, Cheljabinsk, 76 p. (in Russian).
15. Sagatelova, L. S. (2016). "Metodika formirovanija proektirovochnyh umenij u uchitelja matematiki", *Na-uchnoe obespechenie sistemy povyshenija kvalifikacii kadrov*, Cheljabinsk, № 1, pp. 93–100 (in Russian).

Рекомендовано к публикации:
Утёмовым В. В., кандидатом педагогических наук;
Горевым П. М., кандидатом педагогических наук,
главным редактором журнала «Концепт»

ISSN 2304-120X

www.e-koncept.ru

Поступила в редакцию *Received*	17.05.17	Получена положительная рецензия *Received a positive review*	25.05.17
Принята к публикации *Accepted for publication*	25.05.17	Опубликована *Published*	30.05.17

© Концепт, научно-методический электронный журнал, 2017
© Дубынина Т. В., Рогозина М. Л., Шайкина В. Н., 2017