

Горев Павел Михайлович,

кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной и компьютерной математики ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
pavel-gorev@mail.ru



Бурданова Юлия Викторовна,

студентка факультета компьютерных и физико-математических наук ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
yulib94@mail.ru

**Технология работы с банком нестандартных задач
в дополнительном математическом образовании
учащихся 5–6-х классов средней школы**

Аннотация. Статья посвящена вопросам использования нестандартных задач в дополнительном математическом образовании учащихся 5–6-х классов средней школы. Предлагаются технологические подходы к формированию дидактических материалов для учащихся с различными образовательными потребностями через использование электронного банка нестандартных математических задач, которые структурированы как по уровням сложности, так и условно разделяются на типы: задачи комбинаторного и логического характера, а также задачи, решаемые арифметическим способом и задачи с геометрическим содержанием.

Ключевые слова: обучение математике, дополнительное математическое образование школьников, нестандартные задачи по математике, дидактические материалы по математике, средства обучения математике.

Раздел: (01) педагогика; история педагогики и образования; теория и методика обучения и воспитания (по предметным областям).

В обстоятельствах современных преобразований в экономике, политике, социокультурной сфере как никогда ранее на первый план выходит проблема развития интеллектуального потенциала вообще и отдельных личностей в частности. Высокие технологии, стремительными темпами овладевающие всеми сторонами жизни современного человека, требуют, чтобы выпускник школы был не только вооружен базовыми знаниями и умениями, но и смог бы самостоятельно добывать их и правильно оценивать результаты своей деятельности. Постоянное пополнение знаний и умений, самообразование являются для современного человека показателями успешности в жизни. Поэтому важно со школьных лет прививать детям стремление к получению высоких образовательных результатов, используя все возможности изучаемого предмета, его содержание, средства, методы и формы учебной работы.

Как известно, основная цель обучения математике в школе заключается в формировании системы математических знаний и умений учащихся. Однако федеральные государственные образовательные стандарты выдвигают новые требования к результатам освоения образовательных программ: помимо предметных результатов учащиеся должны планомерно развивать и достигать личностных и метапредметных результатов своей образовательной деятельности.

Эффективное достижение поставленных задач немыслимо только в рамках реализации основных образовательных программ: необходимо всецело использовать потенциал дополнительного образования школьников, в частности математического.

Ценность дополнительного математического образования состоит в том, что оно усиливает составляющую общего математического образования, способствует применению на практике знаний и навыков, полученных в школе, стимулирует обучающихся к познанию. А главное – в условиях дополнительного математического образования дети могут развивать свой творческий потенциал, навыки адаптации к современному обществу и получают возможность полноценной организации свободного времени [1]. Дополнительное математическое образование является неотъемлемой частью всего образования школьников, в процессе которого учащиеся получают возможность приобщиться к математическому творчеству через реализацию общекультурного потенциала математики, применяя при этом полученные знания в практической деятельности [2]. В связи с этим существенную роль в дополнительном математическом образовании школьников играют формы организации познавательной деятельности обучающихся [3], важное место среди которых занимают занятия по решению математических задач различных форматов.

Занятия в дополнительном математическом образовании школьников обязаны отвечать следующим требованиям:

- обладать развивающим характером, а точнее, являться сосредоточенными на становление у учащихся естественных задатков и заинтересованностей, тем самым способствуя достижению личностных и метапредметных результатов;
- быть разнообразными по содержанию и организационным формам;
- базироваться на всевозможных технологиях и методиках дополнительного математического образования школьников.

При выполнении этих требований в образовательной организации может быть создана эффективная система дополнительного математического образования, где основной формой являются учебные занятия (занятия математического кружка в младших классах, спецкурсы – в старших), которые несут основную содержательную нагрузку через задачный материал [4].

Любой математический курс, в том числе и в дополнительном математическом образовании школьников, невозможно представить без определенного набора задач. Задачи – эффективное средство усвоения школьниками понятий, методов, математических теорий, наиболее действенное средство развития культуры мышления учащихся, незаменимое средство привития учащимся умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач хорошо служит достижению всех тех целей, которые устанавливаются перед обучением математике.

В методических исследованиях на основе деятельностного подхода к обучению изучаются закономерности решения задач, выявляется роль мыслительных операций и математического мышления в этом процессе (В. И. Крупич, А. К. Артёмов, М. Б. Волович, Л. О. Денищева, Ю. М. Колягин, А. К. Артёмов, В. М. Монахов, К. И. Нешков, Д. Пойа, Г. И. Саранцев, В. А. Далингер, А. Д. Семушин, З. И. Слепкань, А. А. Столяр, Л. М. Фридман, П. М. Эрдниев и др.). Сюда можно отнести и работы отечественных психологов (Г. А. Балл, Е. А. Машбиц, Л. М. Фридман, А. Ф. Эсаулов и др.), которые занимались изучением влияния учебных задач на развитие мышления. Из зарубежных математиков и педагогов большой интерес к различным вопросам психологии решения задач проявили Ж. Адамар, А. Крыговская, Д. Пойа, А. Пуанкаре, А. Реньи, Г. Штейнгауз, У. Сойер, А. Фуше.

В трудах перечисленных выше авторов формулируются общие и специальные приемы и методы решения разных классов задач, а кроме того нужны для их решения приемы. Также показано то, что овладение специальными способами учебной математической деятельности открывает перед учащимися возможность общего

подхода к решению задач, делает знание обобщенным, осмысленным и позволяет самостоятельно построить целостную систему знаний.

Для достижения общих целей обучения недостаточно какой-то одной, конкретной задачи. В учебном процессе необходимо использовать определённую систему задач. Немало разных рекомендаций по построению систем задач находятся в работах Т. М. Калинкиной, Г. В. Токмазова, Э. Г. Готмана, Е. С. Канина, Н. С. Мельник, В. И. Мишина, П. М. Эрдниева и других. Основами построения систем задач посвящены работы В. И. Крупича, Л. В. Виноградовой, Е. Ю. Мигановой, М. И. Денисовой, В. А. Далингера, О. Б. Епишевой, Г. И. Саранцева, А. А. Папышева и других.

Обучение через задачный материал является основой учебных занятий в дополнительном математическом образовании школьников, в частности на математическом кружке в 5–6-х классах. Содержательная сторона вопроса по снабжению курсов дополнительного образования задачным материалом в этом случае сводится к рассмотрению так называемых «нестандартных» математических задач (занимательных математических задач, задач олимпиадного характера и им подобных).

В ходе решения «нестандартных» задач развиваются творческая и прикладная стороны мышления. Поэтому одной из важнейших целей решения таких задач в 5–6-х классах является развитие интереса школьников к математике, формирование мотивации к систематическим занятиям математикой, повышение качества математического образования. Именно в 5–6-х классах необходимо сформировать познавательную деятельность учащихся, чтобы в дальнейшем они могли самостоятельно ориентироваться в задачных ситуациях. Отметим, что развитие мышления учеников при решении «нестандартных» задач должно осуществляться целенаправленно. Оно должно быть неразрывно связано с основными задачами обучения и воспитания, и на современном этапе развития математического образования большое значение для этого имеет формирование учебно-познавательной деятельности учащихся, для активизации которой особую роль играют именно «нестандартные» задачи.

При решении математических задач у учащихся складывается особенный образ мышления: выполнение формально логической схемы рассуждений, краткое представление идей, точная расчлененность хода мышления, достоверность символики. Также в первую очередь задача воспитывает своей интригой, текстовым содержанием. Способность решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие независимости мышления, здравого смысла, уникальности и находчивости – это и есть владение математикой. Необходимо хорошо понимать тот факт, что любая математическая задача, решаемая на уроках, на внеклассных занятиях или дома, должна обязательно чему-либо научить детей. Решение каждой задачи обязано быть шагом вперёд в развитии математических знаний, умений и навыков школьников, должно обогащать их знания опытом, учить ориентироваться в различных задачных ситуациях.

Однако при всех плюсах использования задач в обучении математике, на сегодняшний день в методике дополнительного математического образования еще недостаточно полно сложилась система использования «нестандартных» задач, а именно остро стоит проблема отбора содержания, в частности для проведения учебных занятий в формате кружка в 5–6-х классах.

При огромном количестве литературы, где рассматриваются «нестандартные» задачи, будь то дополнительные главы к школьным учебникам, задачники с различных конкурсов или олимпиад, тематические сборники заданий для проведения кружка, перед учителем возникает задача отобрать материал таким образом, чтобы он в наибольшей степени соответствовал уровню его учеников, среди которых могут быть дети с различными образовательными потребностями и потенциальными уровнями

овладения математическим материалом. Необходимым для практической деятельности педагога становится такой дидактический материал, который позволял бы подготовить занятие кружка по различным образовательным траекториям для разных групп обучающихся, учитывая при этом как тематическую составляющую материала (должна быть одна тема для всех), так и организационную (разным группам учеников должны быть предоставлены разные по сложности задачи).

Остановимся на тематической стороне вопроса, проецируя разговор на содержание математического кружка в 5–6-х классах. На наш взгляд, исходя из наиболее крупных блоков типизации «нестандартных» заданий, они могут быть разбиты на четыре группы: задачи комбинаторного, логического характера, способствующие развитию соответствующих составляющих мышления, а также задачи, решаемые арифметическим способом и задачи с геометрическим содержанием [5, 6].

Рассмотрим, как некоторые из них формируют математическое мышление.

С помощью **комбинаторных задач** в математическом мышлении формируется навык неупорядоченного перебора возможных вариантов. И на основе этого навыка в последующем можно будет обучать учащихся организации систематического перебора, то есть учащиеся смогут научиться перебирать возможные варианты в определенном порядке, который был предусмотрен заранее, что позволяет им не допускать повторений случаев и пропускать возможные варианты.

Например, могут быть предложены следующие задания, заимствованные из задачного материала международного конкурса «Кенгуру».

Задача 1. Арина разбирает мамины бусы. Она хочет снять 5 темных бусин. Какое наименьшее количество белых бусин ей потребуется снять для этого?



С помощью подобного рода задач школьники учатся перебирать возможные варианты решения. Таким образом, учащиеся убеждаются, что можно составить только ограниченное количество вариантов, других быть не может.

Задача 2. Число 100 Толя умножил то ли на 2, то ли на 3, прибавил к результату то ли 1, то ли 2, а потом поделил результат то ли на 3, то ли на 4. Получилось натуральное число. Какое?

С помощью таких задач школьники получают возможность научиться решать комбинаторные задачи с использованием схем. Такие схемы напоминают дерево, отсюда и их название – дерево возможных вариантов. При правильном построении дерева ни один из перебранных возможных вариантов не будет потерян.

С помощью **логических задач** у учащихся формируется математическая строгость мышления; они учатся сравнивать математические объекты и выполнять математические операции.

Задача 3. В примере справа три цифры заменили звездочками. Какова сумма этих цифр?

$$\begin{array}{r}
 1\star3 \\
 +1\star4 \\
 \hline
 1\star5 \\
 \hline
 402
 \end{array}$$

С помощью такой задачи учащиеся научатся логически понимать операцию сложения и затем с помощью сравнения найти сумму цифр.

Задача 4. Когда четверых ребят спросили, сколько из них вчера ходили на каток, Саша ответила, что никто, Коля – что один человек, Тоня – что два, а Женя – что три. Известно, что правду сказали только те, кто ходил на каток. Сколько ребят ходило вчера на каток?

Начертив «логическую» таблицу, учащиеся размещают известные запреты из условия задачи и далее находят, сколько ребят ходило вчера на каток.

Технологическая (организационная) сторона решения проблемы отбора содержания для занятий математического кружка в 5–6-х классах может быть рассмотрена с позиций создания специальных средств, позволяющих учителю полноценно и в короткие сроки осуществлять подбор заданий при подготовке к занятию.

В качестве такого средства может выступать банк математических задач, который может быть оформлен в различных вариантах представления электронных баз данных, например, в формате сайта.

Общим подходом к формированию такого банка у учителя математики может стать трехэтапная технологическая модель, суть которой заключается в следующем.

На **первом этапе** при подготовке к занятиям учитель, учитывая специфику класса и требования к составлению систем «нестандартных» задач, всецело опираясь на свой педагогический опыт, самостоятельно делает подборку задач из различных источников. Все подобранные задачи (желательно с большим запасом) заносятся в электронную базу данных. Из этих задач делаются подборки для проведения занятия кружка в нескольких вариациях, например, для «сильных» учеников и для «средних». В базе этим задачам сопоставляется некоторая числовая характеристика, определяющая их сложность. Помимо этого, задачи сразу же распределяются по описанным выше типам и по принадлежности к той или иной теме школьного курса и/или курса «олимпиадной» математики. Тем самым база при подготовке к каждому занятию частично заполняется задачами, которым на уровне экспертной оценки учителя даются определенные характеристики.

Конечно, это трудоемкий процесс, требующий большого опыта проведения кружковых занятий, и не каждый учитель возьмется за такую работу, однако, такой процесс подготовки к занятию не только ценен с позиции отработки методики обучения математике в дополнительном образовании, но и существенно влияет на профессиональный рост учителя математики.

На **втором этапе** происходит непосредственная апробация задач в образовательном процессе при проведении кружка по математике в 5–6-х классах. При этом, какая бы методика не была избрана учителем для проведения занятий, всегда можно сделать выводы относительно той или иной группы учащихся о сложности подобранных задач, о возможности предлагать задачи подобного уровня сложности для этих групп учеников в дальнейшем. Тем самым происходит коррекция заявленного уровня сложности «нестандартных» задач. Лучшим вариантом для отслеживания выполнения задач учащимися является проведение позадачного мониторинга для каждого ученика. В этом случае можно не только скорректировать уровень сложности задач, но и правильно распределить учащихся по группам возможностей изучения математики на уровне «нестандартных» задач.

Третий этап работы с банком «нестандартных» задач происходит после непосредственной их апробации. На этом этапе учитель корректирует характеристики задач в базе данных, комментирует выполнение их учениками. Все это делается для того, чтобы при дальнейшем использовании банка «нестандартных» задач наиболее плотно подойти к успешному освоению учащимися их решения.

На первых этапах реализации такой технологической модели нами были приняты попытки создания начального банка «нестандартных» задач и его частичной апробации в образовательном процессе основной школы. База данных оформлена в формате сайта [7], на котором информация структурирована так, чтобы и учитель и учащиеся могли свободно пользоваться ей.

Банк задач сформирован на основе заданий конкурсов «Кенгуру» (2010–2015 годы) и «Золотой ключик» (2013, 2015, 2016 годы) и организован так, что позволяет

получать подборки задач по определенным категориям. Отдельным списком сформированы «нестандартные» задачи из учебников по математике для 5-го и 6-го классов авторского коллектива под руководством С. М. Никольского [8, 9].

В каждом из предложенных годов задачи конкурсов «Кенгуру» и «Золотой ключик» разбиты на задачи комбинаторного, логического характера, способствующие развитию соответствующих составляющих мышления, а также задачи, решаемые арифметическим способом и задачи с геометрическим содержанием. Задачи конкурса «Кенгуру» разбиваются по уровню сложности: оцениваемые в 3 балла, 4 балла и 5 баллов в соответствии с теми предложениями, которые внесли составители конкурса. Задачи конкурса «Золотой ключик» разбиваются на задачи первой и второй части, в зависимости в каком виде предлагается ответ на задачи.

Такой банк «нестандартных» задач в виде сайта позволяет свободно пользоваться им как ученикам, так и учащимся.

Рассмотрим на примере заданий конкурса «Кенгуру» отдельные организационные моменты работы с банком «нестандартных» задач.

1. Учитель формирует карточку с заданиями комбинаторного характера все уровни сложности. Для этого в банке задач выбирается страница «Кенгуру», год, который необходим, и далее определяется нужный тип задач, затем на усмотрение учителя выбираются непосредственно задачи. Задачи берутся по уровню сложности от простых (оцениваемых в 3 балла) до сложных задач (оцениваемых в 5 баллов). Также есть возможность «скачать» ответы, чтобы проверить правильность решения.

При работе с задачами разных уровней сложности можно придерживаться следующих форм организации познавательной деятельности обучающихся:

- при решении задач, оцениваемых в 3 балла: учащиеся решают устно задачи, отвечают с места;
- при решении задач, оцениваемых в 4 балла: школьники решают устно задачи, но если задача сложная, то она разбирается вместе с учителем;
- при решении задач, оцениваемых в 5 баллов: учащиеся вместе с учителем подробно разбирают задачу повышенной сложности.

2. Учитель формирует карточку с заданиями различного типа одного уровня сложности. В этом случае в банке задач учитель выбирает страницу «Кенгуру», выбирает год и далее ищет нужный тип задач такого или иного уровня сложности. Также скачиваются ответы, чтобы проверить правильность решения.

В этом случае занятие можно организовать в форме соревнования. Учащиеся делятся на группы, каждой группе дается по одной задаче. Затем дается время на решение задачи, и от каждой группы выступает один ученик, рассказывающий решение задачи. Далее обсуждается решение задачи с другими учащимися. Все задания в итоге разбираются вместе с учителем.

Использование банка «нестандартных» задач играет особую роль в подготовке учителя по формированию математического мышления учащихся. При его использовании у учащихся повышаются общеучебные умения решения задач; формируются первоначальные представления о процессе математического моделирования и развиваются исследовательские умения и навыки.

Отметим, что «нестандартные» задачи в настоящее время могут являться одним из основных средств формирования познавательного интереса к предмету и могут активно использоваться учителями в дополнительном математическом образовании школьников. В дальнейшем банк нестандартных задач будет расширяться, в него будут добавлены новые задачи в соответствии с описанной выше технологией.

Ссылки на источники

1. Горев П. М. Инновационная деятельность образовательного учреждения как одно из условий повышения качества образования // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – № 7 (июль). – URL: <http://e-koncept.ru/2015/15233.htm>.
2. Горев, П. М. Приобщение к математическому творчеству: дополнительное математическое образование: монография. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2012. – 156 с.
3. Горев П. М. Основные формы организации дополнительного математического образования в средней школе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – № 5. – URL: <http://e-koncept.ru/2013/13116.htm>.
4. Горев П. М. Направления совершенствования школьного математического образования // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Выпуск 17: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. – С. 224–236.
5. Горев П. М. Уроки развивающей математики в 5–6-х классах средней школы // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2012. – № 10 (октябрь). – URL: <http://e-koncept.ru/2012/12132.htm>.
6. Горев П. М., Утёмов В. В. Уроки развивающей математики. 5–6 классы: Задачи математического кружка. – Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. – 207 с.
7. Банк нестандартных задач. – URL: <http://yulib94.wixsite.com/bankzadach>.
8. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2015. – 256 с.
9. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2015. – 272 с.

Pavel Gorev,

Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor at the chair of Fundamental and Computational Mathematics, Vyatka State University, Kirov

pavel-gorev@mail.ru

Julia Burdanova,

Student of the Faculty of Computer and Physics and Mathematics, Vyatka State University, Kirov

Yulib94@mail.ru

The technology of working with the bank of non-standard problems in the supplementary mathematical education of students of the 5-6th grades of secondary school

Abstract. The article is devoted to the use of non-standard problems in the supplementary mathematical education of pupils of the 5-6th grades of the secondary school. Technological approaches are proposed for the formation of didactic materials for students with different educational needs through the use of an electronic bank of non-standard mathematical problems that are structured both in complexity levels and conditionally divided into types: combinatorial and logical problems, as well as arithmetic tasks and tasks with geometric content.

Key words: teaching mathematics, additional mathematical education of schoolchildren, non-standard problems in mathematics, didactic materials on mathematics, teaching aids to mathematics.

References

1. Gorev, P. M. (2015) Innovacionnaja dejatel'nost' obrazovatel'nogo uchrezhdenija kak odno iz uslovij povyshenija kachestva obrazovaniya. *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal «Koncept»*. № 7. URL: <http://e-koncept.ru/2015/15233.htm> (in Russian).
2. Gorev, P. M. (2012) *Priobshhenie k matematicheskomu tvorchestvu: dopolnitel'noe matematicheskoe obra-zovanie*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing. 156 p. (in Russian).
3. Gorev, P. M. (2013) Osnovnye formy organizacii dopolnitel'nogo matematicheskogo obrazovaniya v srednej shkole. *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal «Koncept»*. № 5. URL: <http://e-koncept.ru/2013/13116.htm> (in Russian).
4. Gorev, P. M. (2015) Napravlenija sovershenstvovaniya shkol'nogo matematicheskogo obrazovaniya. *Mate-maticheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vjatskogo regiona*. Vypusk 17. Kirov: Izd-vo ООО «Raduga-PRESS». P. 224–236 (in Russian).
5. Gorev, P. M. (2012) Uroki razvivajushhej matematiki v 5–6-h klassah srednej shkoly. *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal «Koncept»*. № 10). URL: <http://e-koncept.ru/2012/12132.htm> (in Russian).
6. Gorev, P. M. & Utjomov, V. V. (2014) *Uroki razvivajushhej matematiki. 5–6 klassy: Zadachi matematicheskogo kruzhka*. Kirov: Izd-vo MCITO. 207 p. (in Russian).
7. Bank nestandartnyh zadach. URL: <http://yulib94.wixsite.com/bankzadach>.

8. *Matematika. 6 klass* (2015): ucheb. dlja obshheobrazovat. organizacij / S. M. Nikol'skij, M. K. Potapov, N. N. Reshetnikov, A. V. Shevkin. M.: Prosveshhenie. 256 p. (in Russian).
9. *Matematika. 5 klass* (2015): ucheb. dlja obshheobrazovat. organizacij / S. M. Nikol'skij, M. K. Potapov, N. N. Reshetnikov, A. V. Shevkin. M.: Prosveshhenie. 272 p. (in Russian).

Рекомендовано к публикации:

Некрасовой Г. Н., доктором педагогических наук, профессором,
 членом редакционной коллегии журнала «Концепт»



Поступила в редакцию <i>Received</i>	05.04.17	Получена положительная рецензия <i>Received a positive review</i>	07.04.17
Принята к публикации <i>Accepted for publication</i>	07.04.17	Опубликована <i>Published</i>	31.05.17

© Концепт, научно-методический электронный журнал, 2017

© Горев П. М., Бурданова Ю. В., 2017