ISSN 2304-120X
КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Майер Р. В. Методика использования электронных таблиц Excel для моделирования колебательных процессов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № V16. – 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2017/170140.htm.

ART 170140 **УДК 37.02**

Майер Роберт Валерьевич,
доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры физики и дидактики физики ФГОУ ВПО «Глазовский государственный педагогический институт», г. Глазов
robert_maier@mail.ru

Методика использования электронных таблиц Excel для моделирования колебательных процессов

Аннотация. *Развитие методики обучения методам компьютерного моделирования требует разработки несложных компьютерных моделей физических систем. В статье предлагаются макросы, созданные в Visual Basic Application, которые позволяют методом компьютерного моделирования изучить: 1) вынужденные колебания пружинного маятника; 2) хаотические колебания маятника Дафинга; 3) автоколебания Ван-дер-Поля; 4) аттрактор Лоренца; 5) электрические колебания в колебательном контуре. Разработанные программы обеспечивают проведение серии вычислительных экспериментов при различных параметрах исследуемой системы, начальных условиях и внешних воздействиях.*
Ключевые слова: *вычислительный эксперимент, дидактика, информатика, компьютерное моделирование, колебания, методика, программирование.*
Раздел: *(01) отдельные вопросы сферы образования.*

Совершенствование методики изучения основ компьютерного моделирования предполагает разработку простых компьютерных моделей физических, технических, биологических и социальных систем, которые были бы понятны студентам и школьникам [1, 2]. При этом следует применять такие программные средства, которые не вызовут сложностей в процессе обучения. Курсы информатики для школ и вузов предполагают освоение электронных таблиц Excel. Это многофункциональный табличный процессор, включающий в себя электронные таблицы, средства визуального программирования и графический модуль, с помощью которого можно получить круговые и столбчатые диаграммы, построить графики и поверхности [3, 4]. Пакет Excel позволяет решить множество различных задач, связанных с нахождением производных, интегралов, численным решением дифференциальных уравнений, построением графиков и т. д. Можно предположить, что применение табличного процессора Excel при изучении физики и компьютерного моделирования будет способствовать более глубокому пониманию рассматриваемых вопросов.

Проблема использования процессора MS Excel при изучении информатики, математики, физики и других дисциплин неоднократно поднималась различными учеными-методистами [5–7]. Известные руководства по Excel (например, [8, 9]) не дают полного представления обо всех особенностях применения электронных таблиц при моделировании физических систем. Настоящая статья посвящена использованию макросов VBA (Visual Basic Application) для решения задач школьного и вузовского курсов физики по теме «Колебательное движение». Методологической основой этой работы являются монографии и учебные пособия Л. А. Булавина, Н. В. Выгорницкого, Н. И. Лебовки [10], В. Д. Боева, Р. П. Сыпченко [11], М. Вулфсона, Г. Перта [12], Х. Гулда, Я. А. Тобочника [13], Н. Джиордано [14], Н. Н. Калиткина [15], С. Кунина [16], С. В. Поршнева [17], В. И. Ращикова, А. С. Рошаль [18], В. А. Саранина [19], А. Самарского, А. П. Михайлова [20], Н. Д. Угриновича [21].

Существует два способа решения задач с помощью табличного процессора Excel: 1) табулирование функций и построение графиков без использования макросов; 2) написание макроса – небольшой программы, создаваемой пользователем в специальном блоке. Макрос создается в специальном окне на языке Visual Basic; он может содержать цикл по времени, координате, использоваться для нахождения интеграла, производной, многократного пересчета элементов массива и т. д. В некоторых задачах с помощью программ VBA рассчитываются координаты движущихся частиц, решается соответствующее уравнение в частных производных, проводится серия испытаний и т. д. Для создания макроса в Excel 2010 нужно выбрать: Вид → Макросы. В появившееся окно следует ввести или скопировать текст программы, которую будет выполнять компьютер после нажатия на клавишу F5. Макрос берет данные из соответствующих ячеек документа Excel и, выполнив расчеты, записывает результаты вычислений в другие ячейки. Получается таблица, на основе которой с помощью графического модуля можно получить графики той или иной зависимости.

Метод компьютерного моделирования [22, 23] целесообразно применять тогда, когда другие способы исследования изучаемой системы менее результативны либо слишком трудоемки и сложны с математической точки зрения. Это в полной мере относится к расчету механических и электрических колебаний. Ниже представлена серия задач на моделирование колебательных процессов в различных механических и электрических системах путем создания макросов в Excel. При этом используется метод Эйлера, который приводит к правильному результату при достаточно малом шаге по времени $\Delta\tau$ [24–31]. В предлагаемых задачах для измерения физических величин используются условные единицы. Обсуждаемые методы могут применяться и для моделирования других систем.

Задача 1. Методами компьютерного моделирования изучите вынужденные колебания пружинного маятника при различных параметрах системы и начальных условиях x_0 и υ_0. Постройте графики $x(\tau)$, $\upsilon_x(\tau)$, $a_x(\tau)$, а также фазовую кривую в осях x и υ_x.

Из второго закона Ньютона следует:

$$ma_x = -kx - r\upsilon_x + F_m \sin(\omega\tau),\ m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_m \sin(\omega\tau),\ F^t = F_m \sin(\omega\cdot\tau),$$

$$a_x^{t+1} = (F^t - kx^t - r\upsilon_x^t)/m,\ \upsilon_x^{t+1} = \upsilon_x^t + a_x^{t+1}\Delta\tau,\ x^{t+1} = x^t + \upsilon_x^{t+1}\Delta\tau,\ \tau = t\cdot\Delta\tau.$$

Используется программа 1, получающиеся графики представлены на рис. 1. Видно, что $x(\tau)$ и $a_x(\tau)$ колеблются в противофазе, а $\upsilon_x(\tau)$ опережает $x(\tau)$ на четверть периода (фаза $\pi/2$).

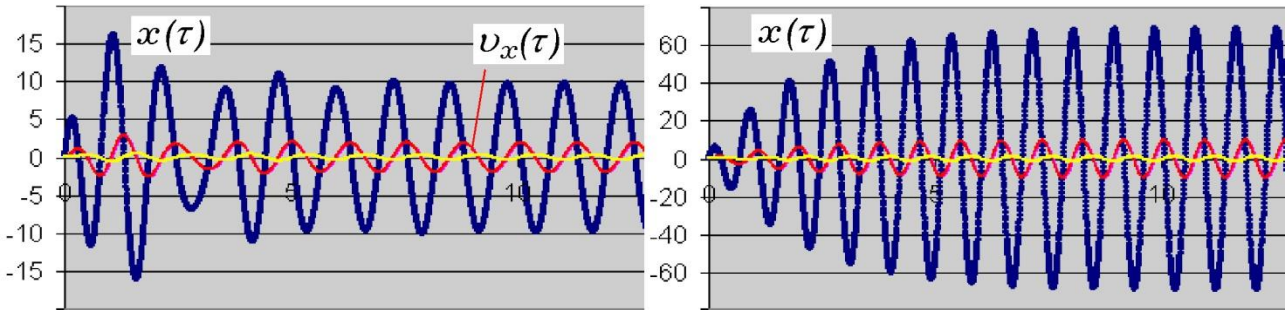

Рис. 1. Вынужденные колебания при различных частотах вынуждающей силы ω

Программа 1

```
m = 0.3: k = 15: r = 0.15: w = 6: dt = 0.002: t = 0
While t < 25
t = t + dt: i = i + 1: F = 3 * Sin(w * t): a = (F – k * x – r * v) / m: v = v + a * dt
x = x + v * dt: Cells(i, 1) = t: Cells(i, 2) = a: Cells(i, 3) = v: Cells(i, 4) = x
Wend
```

Предложенная компьютерная модель позволяет убедиться в том, что при $t \to \infty$ фазовая траектория стремится к некоторому множеству точек фазовой плоскости, которое называется аттрактором (рис. 2). Допустим, система имеет параметры: $m =$ 0.2, $k = 10$, $r = 0.2$, частота вынуждающей силы $\omega = 8$. Промоделируем вынужденные колебания и рассчитаем фазовые траектории при начальных условиях: 1) $x = 0.5$, $\upsilon_x = -2$; 2) $x = -0.8$, $\upsilon_x = 2$. Получившиеся результаты приведены на рис. 2.1 и 2.2 соответственно. Независимо от начального состояния (оно показано черной точкой) через некоторое время система переходит в установившийся режим, соответствующий одному и тому же эллиптическому аттрактору. То, что аттрактором является эллипс, доказывает правильность решения.

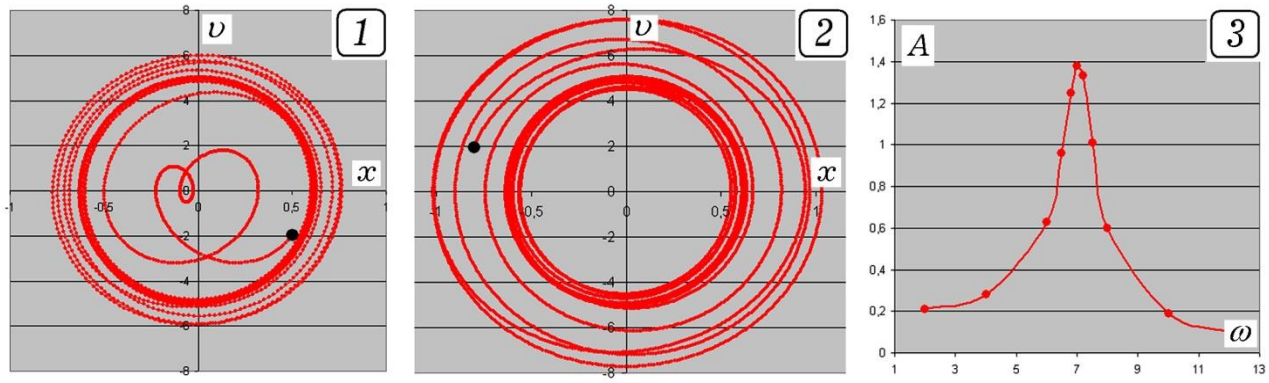

Рис. 2. Фазовые кривые на плоскости x и υ_x. Резонансная кривая $A(\omega)$

Задача 2. Используя решение предыдущей задачи, проведите серию вычислительных экспериментов при различных частотах ω и постройте резонансную кривую $A = A(\omega)$.

Механический резонанс состоит в резком увеличении амплитуды вынужденных колебаний A, когда частота вынуждающей силы ω совпадает с собственной частотой колебательной системы $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Вычислим частоту собственных колебаний ω_0 (если $m = 0.2$, $k = 10$, то $\omega_0 \approx 7$). С помощью программы 1 промоделируем вынужденные колебания, когда частота вынуждающей силы ω изменяется вблизи ω_0. По получающимся таблице или графику $x(\tau)$ определим установившуюся амплитуду колебаний A при различных ω. На основе полученных результатов построим график зависимости амплитуды колебаний от частоты вынуждающей силы $A = A(\omega)$ (рис. 2.3). При приближении ω к собственной частоте ω_0 происходит увеличение амплитуды вынужденных колебаний, наступает механический резонанс.

Задача 3. Промоделируйте автоколебательную систему, описанную уравнением Ван-дер-Поля: $m\ddot{x} + kx = b(1 - x^2)\dot{x}$.

Автоколебательная система состоит из колебательной системы, источника энергии, клапана и цепи обратной связи. Колебательная система воздействует посредством положительной обратной связи на клапан, регулируя тем самым поступление энергии от источника. Амплитуда колебаний растет до тех пор, пока энергия потерь за период не будет равна энергии, поступающей от источника за то же время. Учитывая, что $\dot{x} = \upsilon_x$ и $\ddot{x} = a_x$, получаем:

$$a_x^{t+1} = (b(1-(x_x^t)^2)\upsilon_x^t - kx_x^t)/m\,,\ \upsilon_x^{t+1} = \upsilon_x^t + a_x^{t+1}\Delta\tau\,,\ x^{t+1} = x^t + \upsilon_x^{t+1}\Delta\tau\,.$$

Используется программа 2; она выводит результаты вычислений через 20 оборотов цикла.

Программа 2

```
t = 0: dt = 0.003: m = 0.7: k = 0.6: b = 0.15: x = 0.02
While t < 200
t = t + dt: i = i + 1: a = (b * (1 – x * x) * v – k * x) / m
v = v + a * dt: x = x + v * dt
If i Mod 20 = 0 Then
Cells(i / 20, 1) = t: Cells(i / 20, 2) = a
Cells(i / 20, 3) = v: Cells(i / 20, 4) = x: End If
Wend
```

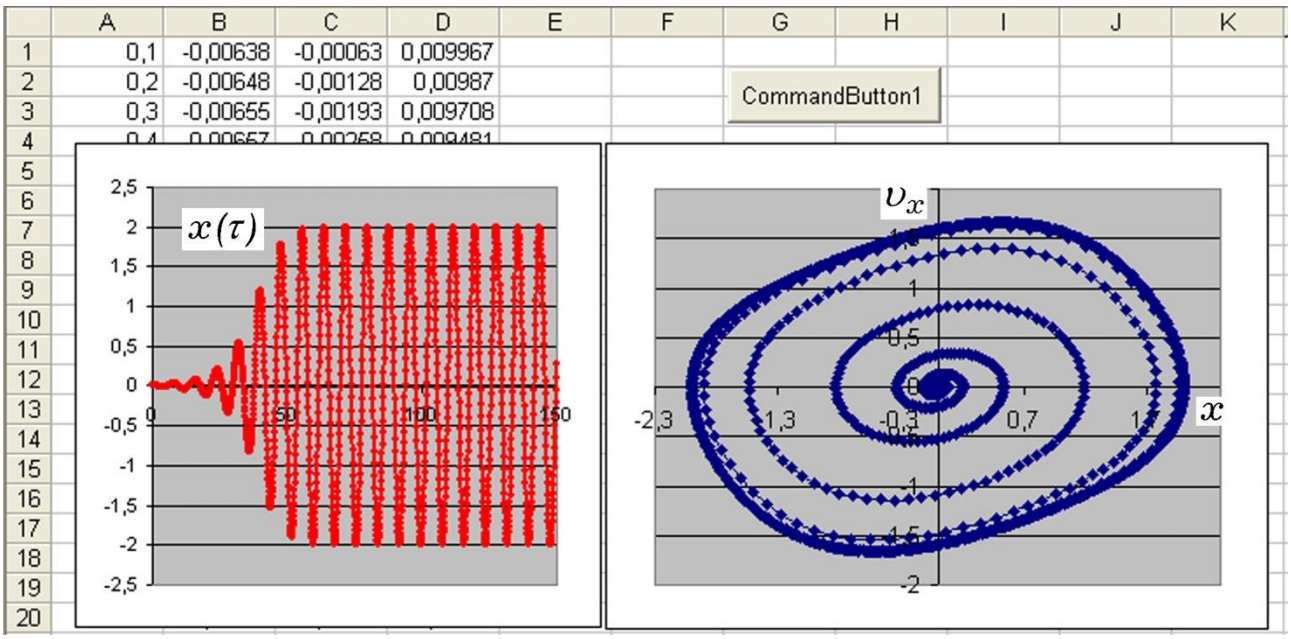

Рис. 3. Моделирование генератора Ван-дер-Поля

Полученные таблица и графики приведены на рис. 3. Как и в случае с вынужденными колебаниями, при $\tau \to \infty$ фазовая кривая автоколебаний стремится к аттрактору. Форма и размеры аттрактора не зависят от начальных условий, а определяются особенностями системы и ее параметрами (то есть видом дифференциального уравнения и входящими в него коэффициентами). В этом легко убедиться, повторив моделирование при других начальных условиях x_0 и υ_0.

Задача 4. К источнику переменного напряжения регулируемой частоты подключен последовательный колебательный контур, состоящий из резистора R, конден-

сатора C и катушки индуктивности L. Рассчитайте емкостное X_C, индуктивное X_L, полное сопротивления цепи Z и силу тока I на разных частотах ω. Постройте резонансные кривые $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ и фазочастотную характеристику $\varphi(\omega)$.

Для моделирования резонанса напряжений используются формулы:

$$X_L = \omega L,\ X_C = 1/(\omega C),\ Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},\ I = U/Z,$$
$$U_L = IX_L,\ U_C = IX_C,\ \varphi = arctg[(X_L - X_C)/R],\ \omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

Здесь ω_0 – собственная частота колебательного контура. Программа 3 создает таблицу, в столбцах которой записываются значения частоты ω, силы тока I, напряжения на резисторе U_R, на катушке индуктивности U_L, на конденсаторе U_C и тангенса сдвига фаз φ.

Сдвиг фаз между током и напряжением φ вычисляют в седьмом столбце с помощью стандартной функции ATAN( ), исходя из значений в шестом столбце. Вблизи собственной частоты контура $\omega_0 \approx 1291$ рад/с имеет место резонанс напряжений: $X_L(\omega_0) = X_C(\omega_0)$, $U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0)$, а $\varphi = 0$. Получившиеся графики $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ изображены на рис. 4.

Программа 3

```
R = 10: L = 0.02: C = 0.00003: U = 120
For i = 1 To 50
w = 200 + 50 * i: XL = w * L: XC = 1 / w / C
Z = Sqr(R * R + (XL – XC) * (XL – XC))
Tok = U / Z: UR = Tok * R: UL = Tok * XL: UC = Tok * XC
Cells(i, 1) = w: Cells(i, 2) = Tok: Cells(i, 3) = UR:
Cells(i, 4) = UL: Cells(i, 5) = UC: Cells(i, 6) = (XL – XC) / R
Next
```

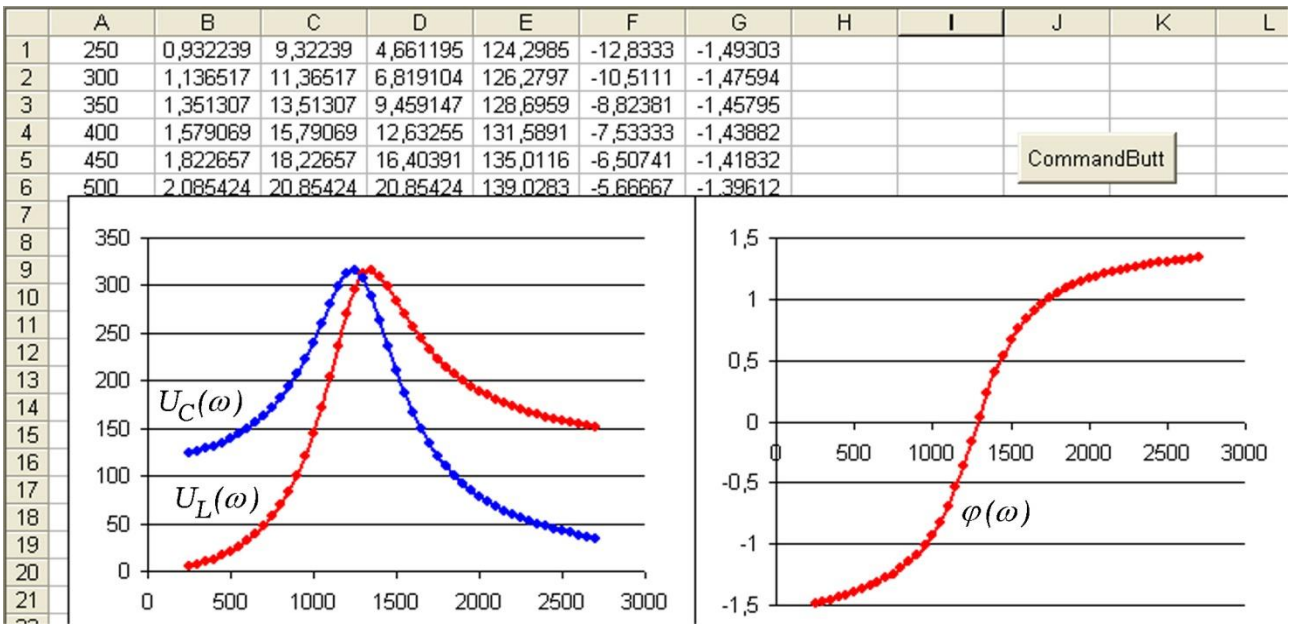

Рис. 4. Электрический резонанс: графики $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ и $\varphi(\omega)$

Задача 5. Маятник Дафинга представляет собой шарик, находящийся внутри потенциальной ямы с двумя углублениями так, что его потенциальная энергия $U(x) = k(x^4/4 - x^2/2)$. Изучите хаотические колебания шарика в случае, когда на него действует периодически изменяющаяся сила $F_x(\tau) = F_m \cos(\omega \cdot \tau)$.

На шарик внутри потенциальной ямы действует возвращающая сила: $F'_x = -U'_x = -k(x^3 - x)$. Вынужденные колебания маятника Дафинга описываются уравнением: $m\ddot{x} + r\dot{x} + k(x^3 - x) = F_m \cos(\omega \cdot \tau)$. Для его решения может быть использована программа 4.

Программа 4

```
F = 1: k = 4: r = 0.5: m = 1: w = 2.3: dt = 0.001: fi = 2.64: faza = 1: t=0
While t < 80
j = j + 1: t = t + dt: z = Cos(w * t + faza)
a = (F * Cos(w * t) – k * (x * x * x – x) – r * v) / m
v = v + a * dt: x = x + v * dt
If j Mod 20 = 0 Then
Cells(j / 20, 1) = t: Cells(j / 20, 2) = x : Cells(j / 20, 3) = v
End If
Wend
```

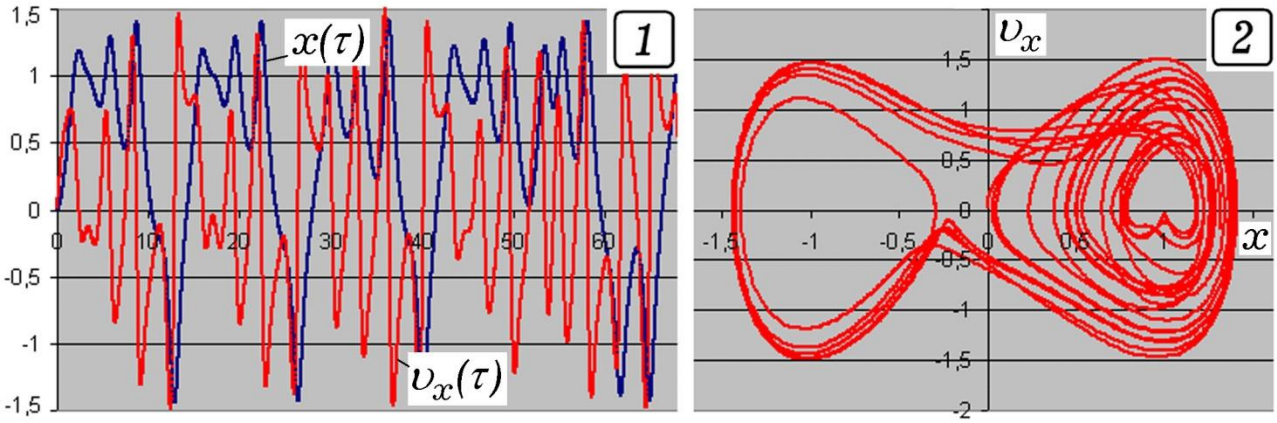

Рис. 5. Маятник Дафинга: графики $x(t)$, $\upsilon_x(t)$ и фазовая кривая.

Получившиеся графики $x(\tau)$, $\upsilon_x(\tau)$ и фазовая кривая представлены на рис. 5. Видно, что при заданных параметрах системы, амплитуде и частоте вынуждающей силы происходят хаотические колебания. Шарик, совершив несколько колебаний в одном углублении, перескакивает в другое. Его движение неустойчивое, сильно зависит от начальных условий; фазовая кривая имеет многочисленные самопересечения.

Задача 6. Промоделируйте странный аттрактор Лоренца, уравнения которого имеют вид: $\dot{x} = a(-x + y)$, $\dot{y} = bx - y - xz$, $\dot{z} = -cz + xy$.

Эта система дифференциальных уравнений описывает движение конвекционных потоков в атмосфере. Конечно-разностные уравнения выглядят так:

$$\upsilon_x^{t+1} = a(-x^t + y^t),\ \upsilon_y^{t+1} = bx^t - y^t - x^t z^t,\ \upsilon_z^{t+1} = -cz^t + x^t y^t,$$

$$x^{t+1} = x^t + \upsilon_x^{t+1}\Delta\tau,\ y^{t+1} = y^t + \upsilon_y^{t+1}\Delta\tau,\ z^{t+1} = z^t + \upsilon_z^{t+1}\Delta\tau.$$

Используется программа 5. Получившиеся фазовая кривая и график хаотических колебаний приведены на рис. 6. Система эволюционирует так, что фазовая кривая описывает закрученную восьмерку, захватывающую две большие области фазового пространства, образованного осями x, y и z. Аттрактор Лоренца называется странным потому, что его фазовая кривая имеет фрактальную структуру.

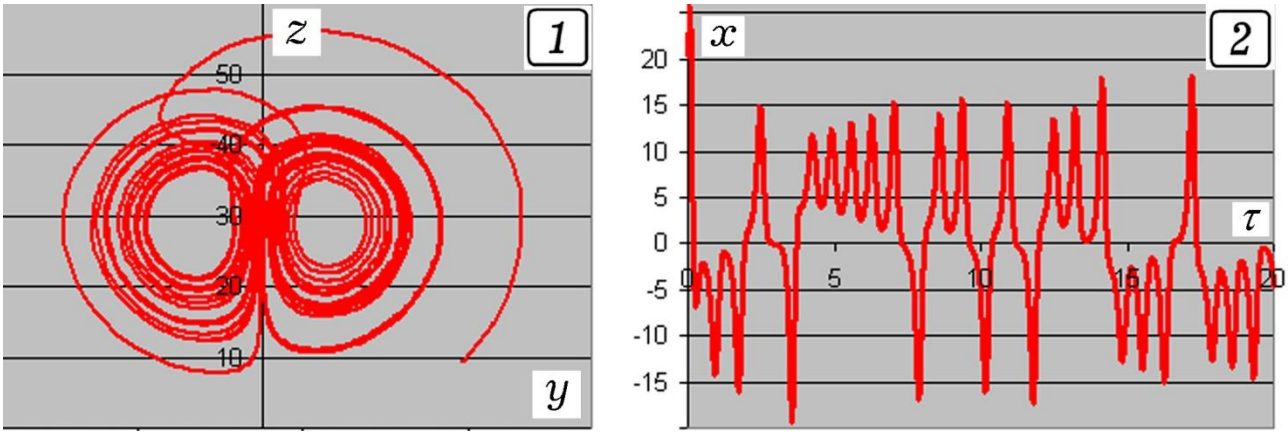

Рис. 6. Страный аттрактор Лоренца: хаотическое движение

Программа 5

```
a = 15: b = 30: c = 2.2: dt = 0.001
x = 20: y = 20: z = 5
While i< 20000
i = i + 1: x = x + a * (-x + y) * dt
y = y + (b * x – y – x * z) * dt: z = z + (-c * z + x * y) * dt
If i Mod 10 = 0 Then Cells(i / 10, 1) = i * dt
If i Mod 10 = 0 Then Cells(i / 10, 2) = x
If i Mod 10 = 0 Then Cells(i / 10, 3) = y
If i Mod 10 = 0 Then Cells(i / 10, 4) = z
Wend
```

Рассмотренные выше задачи рассчитаны на студентов педагогических вузов, обучающихся по профилям «Физика», «Математика», «Информатика». Их использование предусматривает формирование профессиональной компетентности в области компьютерного моделирования систем и применения вычислительных экспериментов в учебном процессе. Некоторые из представленных выше компьютерных моделей могут быть проанализированы на уроках информатики в школе.

Выбор электронных таблиц Excel обусловлен тем, что этот программный продукт имеет большие возможности и изучается в современной школе. Если преподаватель вуза хорошо ориентируется в других средах программирования или специализированных пакетах программ, то он может несколько занятий посвятить созданию компьютерных моделей и решению задач на другом языке программирования. При этом наличие решения той или иной задачи в среде Excel только упрощает дело. В любом случае освоение дисциплины «Компьютерное моделирование» требует изучения простых и эффективных алгоритмов, позволяющих численно интегрировать дифференциальные уравнения и моделировать простые явления, а также овладения методами создания несложных программ простыми средствами.

При обсуждении задач на моделирование колебательного движения в педагогическом вузе может быть использована следующая методика. Преподаватель на

лекции формулирует условие той или иной задачи, создает рисунок, записывает дифференциальные и конечно-разностные уравнения, объясняет алгоритм решения и обсуждает используемые компьютерные программы. На следующем занятии, проводимом в компьютерном классе, студенты создают соответствующий файл Excel, набирают программы в модуле для макросов, отлаживают их и проводят серию вычислительных экспериментов. Условия задачи, программу и результат решения студенты записывают в тетрадь. Каждая программа позволяет решить целую совокупность задач при различных параметрах системы, начальных условиях и внешних воздействиях. При необходимости преподаватель создает PDF-документ, который содержит список заданий и программы макросов; он размещается на всех компьютерах класса. Студенты работают самостоятельно; те, кто быстро справился с первым заданием, переходят ко второму и т. д. Решение большего числа задач приводит к получению более высокой оценки.

Настоящая работа содержит решение проблемы использования электронных таблиц MS Excel для моделирования некоторых физических систем, которая имеет существенное значение в области внедрения ИТ в учебный процесс школы и вуза. Автор лично использовал эти и другие компьютерные модели в работе со студентами педагогического вуза и убедился в том, что их применение способствует пониманию численных методов решения дифференциальных уравнений, установлению межпредметных связей между математикой, физикой, информатикой и повышению интереса к этим дисциплинам. Они могут быть использованы на практических занятиях по компьютерному моделированию, при выполнении различных конкурсных, курсовых и дипломных работ, организации учебно-исследовательских проектов.

Ссылки на источники

1. Кунин С. Вычислительная физика. – М.: Мир, 1992. – 518 с.
2. Майер Р. В. Компьютерное моделирование: учебно-методическое пособие для студентов педагогических вузов [Электронное учебное издание на компакт диске]. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2015. – 24,3 Мб (620 с.)
3. Васильев А. Н. Научные вычисления в Microsoft Excel. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 512 с.
4. Excel TABLE, работа с таблицами: сайт. – URL: http://exceltable.com.
5. Богуславский А. А., Щеглова И. Ю. Моделирование физических задач в электронных таблицах MS Excel // Информатика и образование. – 2004. – № 7. – С. 70–74.
6. Попова О. Н. Моделирование сетевых задач средствами MathCad и Excel // Информатика и образование. – 2003. – № 12. – С. 68–78.
7. Решение типовых задач по информационным технологиям / Е. А. Ракитина, С. А. Бешенков, И. В. Галыгина, Л. В. Галыгина // Информатика и образование. – 2004. – № 4. – С. 59–73.
8. Васильев А. Н. Указ. соч.
9. Богуславский А. А., Щеглова И. Ю. Указ. соч.
10. Булавин Л. А., Выгорницкий Н. В., Лебовка Н. И. Компьютерное моделирование физических систем. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2011. – 352 с.
11. Боев В. Д., Сыпченко Р. П. Компьютерное моделирование. – М.: ИНТУИТ.РУ, 2010. – 349 с.
12. Woolfson M. M., Pert G. J. An Introduction to Computer Simulation. – Oxford University Press, 1999. – 311 p.
13. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: в 2 ч. Ч. 2. – М.: Мир, 1990. – 400 с.
14. Giordano N. J. Computational Physics. – New Jersey: Prentice Hall, 1997. – 419 p.
15. Калиткин Н. Н. Численные методы. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
16. Кунин С. Указ. соч.
17. Поршнев С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 592 с.
18. Ращиков В. И., Рошаль А. С. Численные методы решения физических задач: учеб. пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2005. – 208 с.

19. Saranin V. A. About behavior of electrostatic pendulum near conducting or dielectric plate // Journal of Electrostatics. –2014. – № 72. – P. 235–241.
20. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
21. Угринович Н. Д. Исследование информационных моделей. Элективный курс: учеб. пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 183 с.
22. Майер Р. В. Решение физических задач в электронных таблицах Excel: учеб. пособие [Электронное учебное издание на компакт-диске]. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2016. – 148 с.
23. Майер Р. В. Компьютерное моделирование физических явлений. – Глазов: ГГПИ, 2009. – 112 с.
24. Булавин Л. А., Выгорницкий Н. В., Лебовка Н. И. Указ. соч.
25. Боев В. Д., Сыпченко Р. П. Указ. соч.
26. Woolfson M. M., Pert G. J. Op. cit.
27. Гулд Х., Тобочник Я. Указ. соч.
28. Giordano N. J. Op. cit.
29. Калиткин Н. Н. Указ. соч.
30. Поршнев С. В. Указ. соч.
31. Ращиков В. И., Рошаль А. С. Указ. соч.

Robert Mayer,
Doctor of pedagogical science, professor at the chair of physics and didactic of physics, Glazov Korolenko State Pedagogical Institute, Glazov
robert_maier@mail.ru

Technique of the processor Excel using for oscillation phenomena modeling

Abstract. The improvement of the teaching technique of the computer modeling bases assumes development of the simple computer models of the physical systems, which would be clear to the students and pupils. In article are offered the Visual Basic Application macroses, which allows by method of the computer simulation to study: 1) the forced oscillations of a spring pendulum; 2) the chaotic fluctuations of Duffing's pendulum; 3) the Van-der-Pole's auto oscillations; 4) the Lorenz's attractor; 5) the electrical oscillations in the LC-circuit. The developed programs provide realization a series of the computing experiments at various parameters of researched system, initial conditions and external influences.

Key words: computing experiment, didactics, computer science, computer modeling, oscillations, technique, programming.

References

1. Kunin, S. (1992). *Vychislitel'naja fizika*, Mir, Moscow, 518 p. (in Russian).
2. Majer, R. V. (2015). *Komp'juternoe modelirovanie: uchebno-metodicheskoe posobie dlja studentov pedagogicheskih vuzov [Jelektronnoe uchebnoe izdanie na kompakt diske*], Glazov. gos. ped. in-t, Glazov, 24,3 Mb (620 p.) (in Russian).
3. Vasil'ev, A. N. (2004). *Nauchnye vychislenija v Microsoft Excel*, Izdatel'skij dom "Vil'jams", Moscow, 512 p. (in Russian).
4. *Excel TABLE, rabota s tablicami: sajt*. Available at: http://exceltable.com (in Russian).
5. Boguslavskij, A. A. & Shheglova, I. Ju. (2004). "Modelirovanie fizicheskih zadach v jelektronnyh tablicah MSExcel", *Informatika i obrazovanie*, № 7, pp. 70–74 (in Russian).
6. Popova, O. N. (2003). "Modelirovanie setevyh zadach sredstvami MathCad i Excel", *Informatika i obrazovanie,* № 12, pp. 68–78 (in Russian).
7. Rakitina, E. A., Beshenkov, S. A., Galygina, I. V. & Galygina, L. V. (2004). "Reshenie tipovyh zadach po informacionnym tehnologijam", *Informatika i obrazovanie*, № 4, pp. 59–73 (in Russian).
8. Vasil'ev, A. N. (2004). Op. cit.
9. Boguslavskij, A. A. & Shheglova, I. Ju. (2004). Op. cit.
10. Bulavin, L. A., Vygornickij, N. V. & Lebovka, N. I. (2011). *Komp'juternoe modelirovanie fizicheskih sistem,* Izdatel'skij dom "Intellekt", Dolgoprudnyj, 352 p. (in Russian).
11. Boev, V. D. & Sypchenko, R. P. (2010). *Komp'juternoe modelirovanie*, INTUIT.RU, Moscow, 349 p. (in Russian).
12. Woolfson, M. M. & Pert, G. J. (1999). *An Introduction to Computer Simulation*, Oxford University Press, 311 p. (in English).
13. Guld, H. & Tobochnik, Ja. (1990). *Komp'juternoe modelirovanie v fizike: v 2 ch*. Ch. 2, Mir, Moscow, 400 p. (in Russian).
14. Giordano, N. J. (1997). *Computational Physics*, Prentice Hall, New Jersey, 419 p. (in English).
15. Kalitkin, N. N. (2011). *Chislennye metody,* BHV-Peterburg, St. Petersburg, 592 p. (in Russian).

16. Kunin, S. (1992). Op. cit.
17. Porshnev, S. V. (2003). *Komp'juternoe modelirovanie fizicheskih processov v pakete MATLAB*, Gorjachaja linija – Telekom, Moscow, 592 p. (in Russian).
18. Rashhikov, V. I. & Roshal', A. S. (2005). *Chislennye metody reshenija fizicheskih zadach: ucheb. posobie,* Izdatel'stvo “Lan'”, St. Petersburg, 208 p. (in Russian).
19. Saranin, V. A. (2014). “About behavior of electrostatic pendulum near conducting or dielectric plate”, *Journal of Electrostatics*, № 72, pp. 235–241 (in English).
20. Samarskij, A. A. & Mihajlov, A. P. (2001). *Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery*, Fizmatlit, Moscow, 320 p. (in Russian).
21. Ugrinovich, N. D. (2004). *Issledovanie informacionnyh modelej. Jelektivnyj kurs: ucheb. posobie*, BINOM. Laboratorija znanij, Moscow, 183 p. (in Russian).
22. Majer, R. V. (2016). *Reshenie fizicheskih zadach v jelektronnyh tablicah Excel: ucheb. posobie [Jelektronnoe uchebnoe izdanie na kompakt-diske],* Glazov. gos. ped. in-t, Glazov, 148 p. (in Russian).
23. Majer, R. V. (2009). *Komp'juternoe modelirovanie fizicheskih javlenij,* GGPI, Glazov, 112 p. (in Russian).
24. Bulavin, L. A., Vygornickij, N. V. & Lebovka, N. I. (2011). Op. cit.
25. Boev, V. D. & Sypchenko, R. P. (2010). Op. cit.
26. Woolfson, M. M. & Pert, G. J. (1999). Op. cit.
27. Guld, H. & Tobochnik, Ja. (1990). Op. cit.
28. Giordano, N. J. (1997). Op. cit.
29. Kalitkin, N. N. (2011). Op. cit.
30. Porshnev, S. V. (2003). Op. cit.
31. Rashhikov, V. I. & Roshal', A. S. (2005). Op. cit.

Рекомендовано к публикации:
Некрасовой Г. Н., доктором педагогических наук,
членом редакционной коллегии журнала «Концепт»

Поступила в редакцию *Received*	01.06.17	Получена положительная рецензия *Received a positive review*	09.06.17
Принята к публикации *Accepted for publication*	09.06.17	Опубликована *Published*	30.06.17

ISSN 2304-120X
www.e-koncept.ru

© Концепт, научно-методический электронный журнал, 2017
© Майер Р. В., 2017