КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)

Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Дербасов Александр Николаевич,
кандидат технических наук, доцент кафедры динамики, прочности машин и сопротивления материалов ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева», г. Нижний Новгород
a.n.derbasov@mail.ru

Практика применения конечно-элементного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов»

Аннотация. *Метод конечных элементов является современным стандартным инструментом определения напряженно-деформированного состояния инженерных конструкций. Традиционный курс сопротивления материалов ориентирован на «ручные» методы расчета, возраст которых превышает 100 лет. Статья посвящена интегрированию конечно-элементного анализа в курс сопротивления материалов в виде задач, решаемых студентами на практических занятиях.*
Ключевые слова: *конечно-элементный анализ, метод конечных элементов, проблемно-ориентированные языки, брус, рама, напряжения, деформации, центр изгиба.*

Традиционный курс «Сопротивление материалов» рассчитан на подготовку пользователей расчетных формул в области расчета на прочность и жесткость простейших конструктивных элементов инженерных сооружений.

Современное производство требует подготовки пользователей, как расчетных формул, так и пользователей различных конечно-элементных пакетов.

В результате хорошо традиционно подготовленные студенты понимают явление, но не в состоянии рассчитать мало-мальски сложную конструкцию, которую выдвигает производство и с этих позиций вызывают претензии к качеству подготовки студентов.

На производстве активно используются CAD-системы и бывшему студенту приходится доучиваться или переучиваться на различных курсах и семинарах.

Раньше, до середины – конца XX века работали методы расчета, которые изучались в курсе сопротивления материалов и на них строились такие дисциплины как строительная механика машин, кораблей, летательных аппаратов, гражданских сооружений и т. д. Теперь, например, трудно представить, чтобы где-нибудь в конструкторской работе на производстве применялся бы метод сил при раскрытии статической неопределимости и построении эпюр внутренних усилий или метод начальных параметров, возраст которых превышает 100 лет.

Из всего вышесказанного проистекает настоятельная необходимость ознакомления студентов с современными методами расчета на прочность и жесткость, в основу которых, в результате эволюции численных методов, положен метод конечных элементов, как наиболее хорошо адаптированный к цифровым технологиям.

Первые попытки применения конечно-элементного анализа, предпринятые более 20-ти лет тому назад в дисциплине «Сопротивление материалов» не имели успеха, так как требовали умения программировать на том или ином алгоритмическом языке программирования (Fortran, Pascal, Si, Basic и др.), что требовало огромных трудозатрат. В глобальном смысле этот процесс алгоритмизировался, компьютеризировался и сейчас на рынке появились мощные системы конечно-элементного анализа, такие как COSMOS, MSC Patran@Nastran, ANSYS и др., то есть на смену алгоритмическим языкам пришли проблемно-ориентированные языки.

Чем привлекателен метод конечных элементов в курсе «Сопротивление материалов» в методическом плане?

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

1. В его основу полностью положены расчетные формулы сопротивления материалов при балочной аппроксимации конструкции (брус, рама, гипотеза плоских сечений, гипотезы прочности).

2. Благодаря современному интерфейсу (за развитие которого борются все производители конечно-элементных пакетов) студент в реальности на экране видит объект с разных точек зрения, его деформацию, напряжения и все это в анимации, в цветовой гамме, чего преподаватель на доске не в состоянии сделать.

3. Быстрота получения результата, что позволяет многократно пропускать разные объекты, тем самым, формируя понимание явления в применении к сколь угодно сложным объектам, вместо того, чтобы перебирать числа, за которыми часто теряется физический смысл.

4. Студент приобретает навыки работы в профессиональных пакетах (сейчас, например, обязательным стало изучение в школах и вузах графического пакета AUTOCAD в инженерной графике).

5. На экране студент в состоянии видеть не упрощенную расчетную схему, а конечно-элементную модель, максимально приближенную к реальному объекту.

Чем не привлекателен метод конечных элементов в курсе «Сопротивление материалов»?

1. Трудность освоения студентом интерфейса того или иного конечно-элементного пакета, но её легко преодолеть, так как объекты сопротивления материалов требуют простейших геометрических построений и нет необходимости изучать весь интерфейс пакета.

2. Трудность получения конечно-элементного пакета студенту в домашнее пользование, но её также легко преодолеть, так как ведущие производители пакетов предлагают студентам бесплатные учебные версии.

Методика изложения теоретической части метода конечных элементов полностью строится на понятиях и методике дисциплины «Сопротивление материалов» [1].

Ознакомление студентов с интерфейсом конечно-элементного пакета осуществляется в процессе выполнения расчетно-графических работ в дисплейном классе кафедры. Оформление работ выполняется студентами дома в текстовом и графическом редакторах. Во всех задачах, выполненных методом конечных элементов, дается сравнение с традиционным «ручным расчетом».

Расчетно-графическая часть курсовой работы по сопротивлению материалов, выполненной методом конечных элементов, состоит из 6 задач.

Задача 1. Построить эпюры внутренних усилий и деформированный вид стального бруса, используя балочный элемент BEAM2D с размерами поперечного сечения 10 × 3 см. Дать сравнение с методом Мора.

На рис. 1–3 приводятся конечно-элементная балочная модель бруса и результаты расчета в виде эпюры изгибающих моментов и упругой линии бруса. Основные результаты расчета сведены в табл. 1.

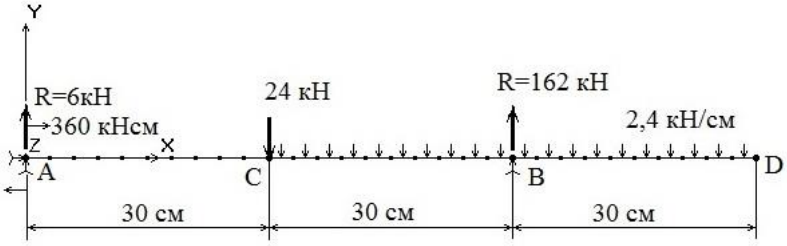


Рис. 1. Конечно-элементная балочная модель бруса (BEAM2D)

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

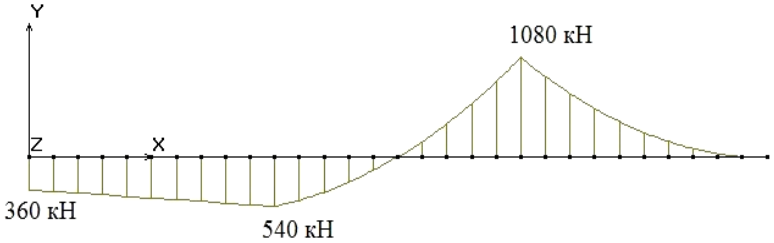


Рис. 2. Эпюра изгибающих моментов, полученная по балочной технологии

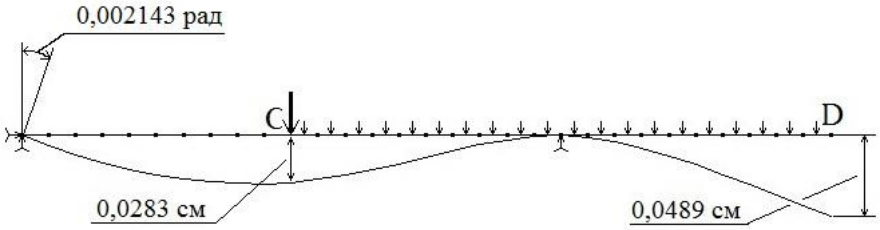


Рис. 3. Упругая линия бруса, полученная по балочной технологии

Задача 2. Определить напряженно-деформированное состояние бруса, загруженного так же, как и в задаче 1, используя плоский конечный элемент PLANE2D. Дать сравнение с расчетом по методу Мора и с результатами расчета в задаче 1.

На рис. 4–6 приводятся конечно-элементная модель балки-стенки, распределение нормальных и касательных напряжений по деформированному состоянию бруса. Основные результаты расчета сведены в табл. 1.

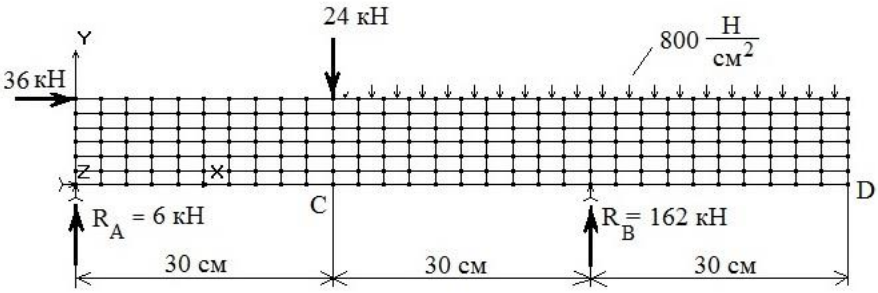


Рис. 4. Двухмерная конечно-элементная модель бруса (PLAN2D)

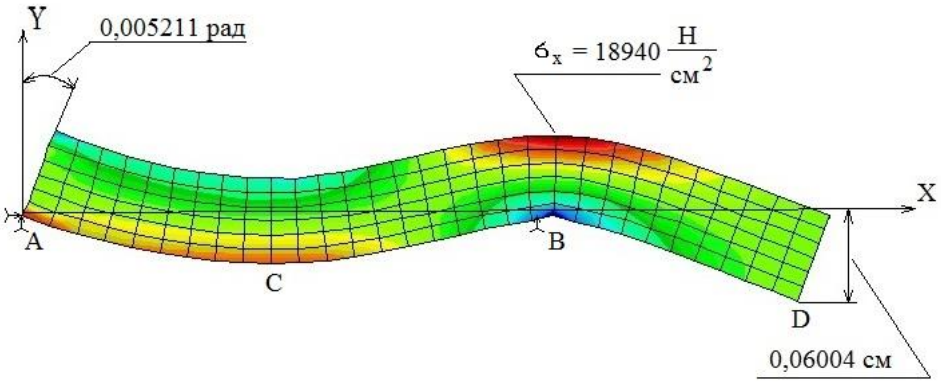


Рис. 5. Деформированный вид и распределений нормальных напряжений σ_x

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

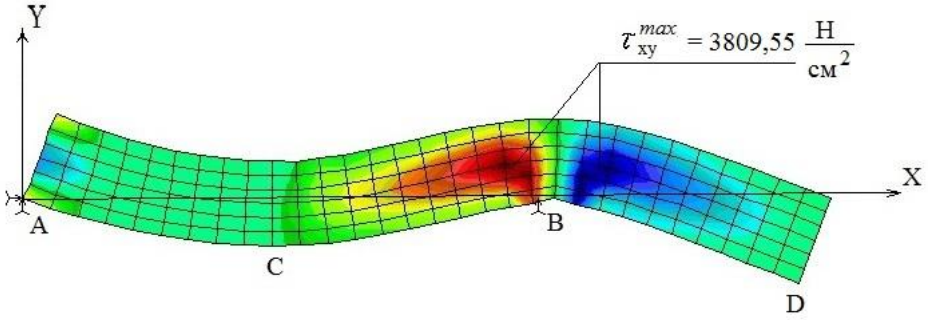


Рис. 6. Деформированный вид и распределение касательных напряжений τ_{xy}

Задача 3. Определить напряженно-деформированное состояние бруса, загруженного так же, как и в задаче 1, используя объёмный конечный элемент SOLID. Дать сравнение с расчетом по методу Мора и с результатами расчета в предыдущих задачах 1 и 2.

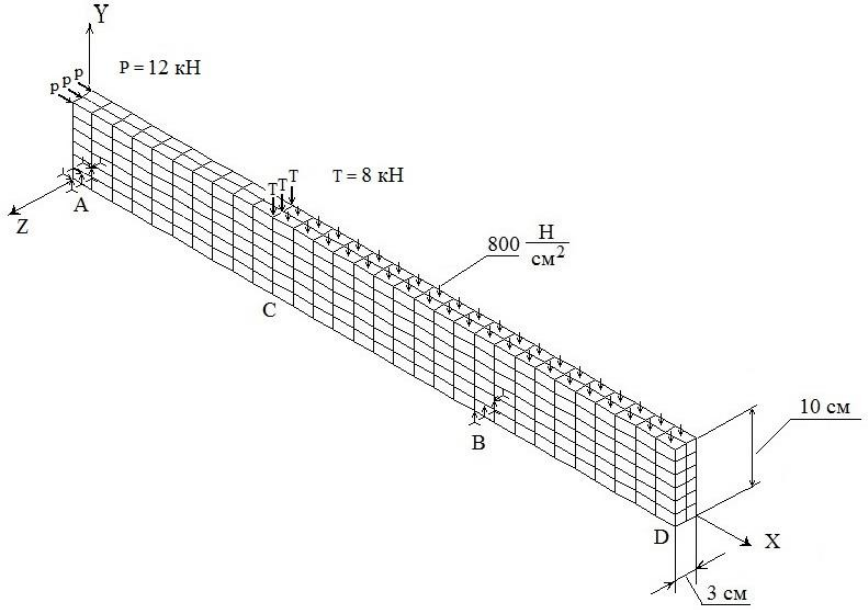


Рис. 7. Объёмная конечно-элементная модель бруса (SOLID) и схема нагружения

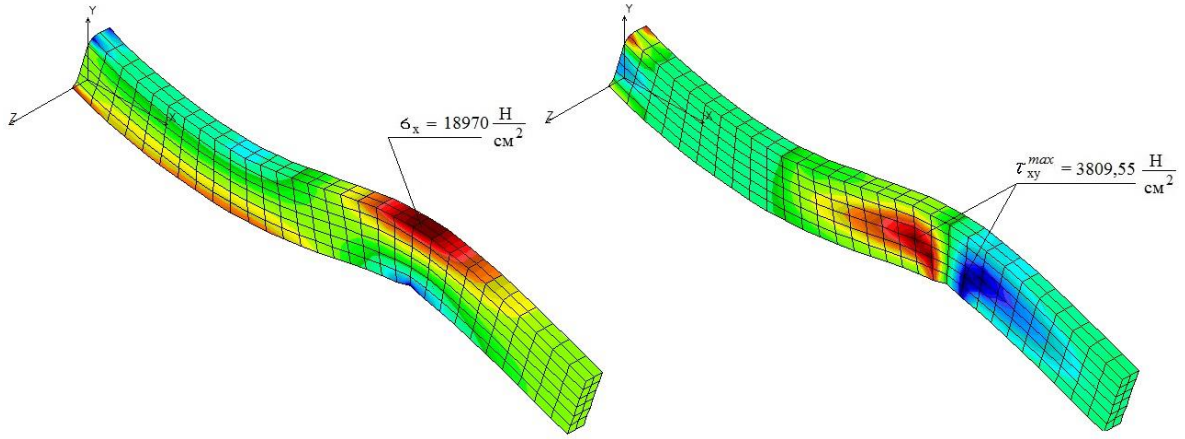


Рис. 8. Распределение нормальных (σ_x) и касательных (τ_{xy}) напряжений по деформированному объему бруса

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Задачи 1–3 демонстрируют различные подходы к определению напряженно-деформированного состояния бруса. Из сравнения рис. 3, 5 и 8 видно, насколько информативнее подходы с применением конечных элементов PLANE2D и SOLID, чем с применением элемента BEAM2D. В то же время расчет с применением конечного элемента BEAM2D более нагляден и менее трудоёмок, чем расчет по традиционной методике сопротивления материалов. В частности, на рис. 5, 6, и 8 отчетливо видна гипотеза плоских сечений, на которой строится основной аппарат сопротивления материалов.

Сравнение результатов традиционного и конечно-элементных расчетов напряженно-деформированного состояния бруса в задачах 1–3 студенты приводят в виде табл. 1.

Таблица 1

Сравнение основных результатов расчетов в задачах 1,2,3

	Метод Мора	***Метод конечных элементов***		
		BEAM2D	***PLANE2D***	***SOLID***
R_A	6000 Н	6000 Н	6000 Н	6000 Н
R_B	162000 Н	162000 Н	162000 Н	162000 Н
Δ_C	0,02828 см	0,02829 см	0,03378 см	0,03336 см
Δ_D	0,04886 см	0,04886 см	0,06004 см	0,05995 см
θ_A	0,002143 рад	0,002143 рад	0,005211 рад	0,002577 рад
M_z^{max}	1080000 Н·см	1080000 Н·см	–	–
σ_x^{max}	21600 $\frac{Н}{см^2}$	21600 $\frac{Н}{см^2}$	18940 $\frac{Н}{см^2}$	18970 $\frac{Н}{см^2}$

Задача 4. В общем виде построить эпюру изгибающих моментов и деформированный вид рамы, используя балочный конечный элемент BEAM2D. Дать сравнение с расчетом методом сил.

На рис. 9 и 10 приводятся схема нагружения и результаты конечно-элементного расчета рамы. Основная ценность данной задачи состоит в том, что студент на экране видит правильно построенные эпюры внутренних усилий, а также деформированный вид рамы, построение которого при традиционном подходе потребовало бы больших трудозатрат со стороны студента.

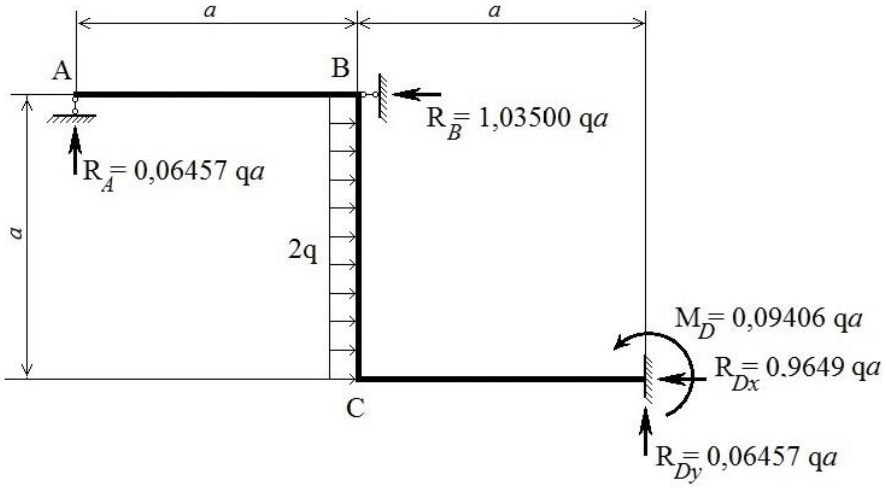


Рис. 9. Схема нагружения рамы и реакции опор

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

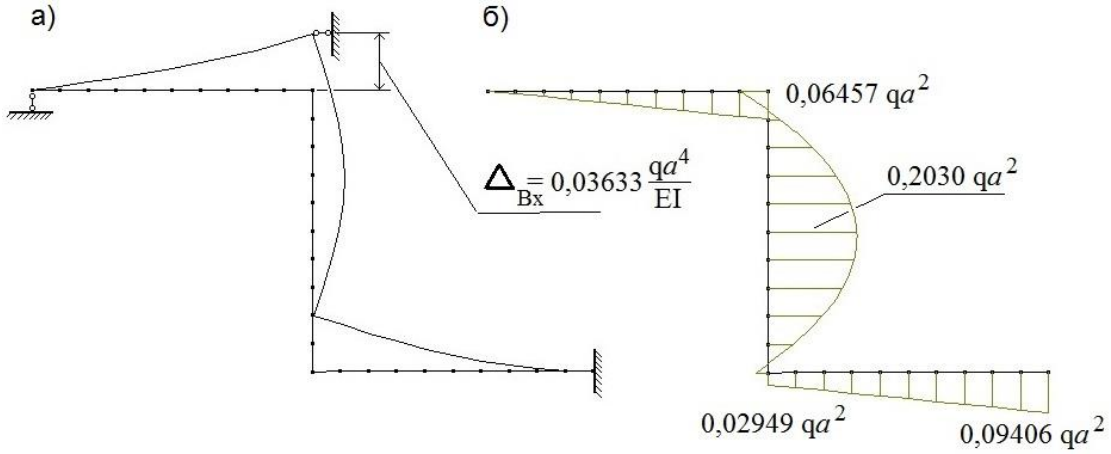


Рис. 10. Результаты расчета рамы по балочной технологии (BEAM2D): а) упругая линия рамы; б) эпюра изгибающих моментов.

Задача 5. Провести численный эксперимент по определению положения центра изгиба в вертикальном направлении для стального, тонкостенного, консольно-закреплённого бруса длиной 100 см, выполненного из швеллера № 20 и уголка 160 × 50 × 14 мм. При проведении опыта применить пластинчатый конечный элемент SHELL.

У каждого студента по заданию своя форма поперечного сечения, по которой ранее он определял геометрические характеристики. Здесь рассматривается один из вариантов задания. На рис. 11 приводятся размеры поперечного сечения тонкостенного бруса.

Для определения положения центра изгиба в вертикальном направлении предлагается процедура, как и при проведении натурного эксперимента: прикладывается сосредоточенная сила в разных точках сечения и по показаниям индикаторов графически определяется положение центра изгиба [2], которое затем уточняется перемещением точки (узла) приложения силы. При численном эксперименте показаниями индикаторов являются вертикальные перемещения наблюдаемых узлов *C* и *D*. Для устранения местных перемещений в сечении приложения силы при построении конечно-элементной модели сформирована кница (ребро жесткости), как это делается в реальных конструкциях. На рис. 12 видно, что при приложении вертикальной силы в центре изгиба, кручение бруса отсутствует, и все сечения перемещаются вертикально.

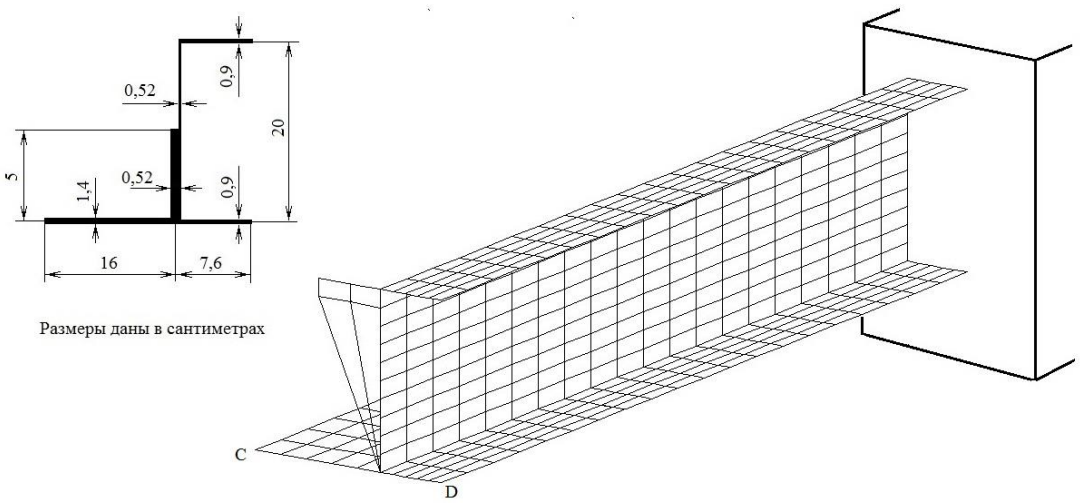


Рис. 11. Размеры поперечного сечения тонкостенного бруса

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)
Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Аналогично можно найти центр изгиба и в горизонтальном направлении. Пересечение вертикальной линии, проходящей через центр изгиба в вертикальном направлении, с горизонтальной линией, проходящей через центр изгиба в горизонтальном направлении, даст общий центр изгиба. Общий центр изгиба интересен тем, что при приложении в нём силы в любом направлении, он будет испытывать только изгиб относительно главных центральных осей сечения.

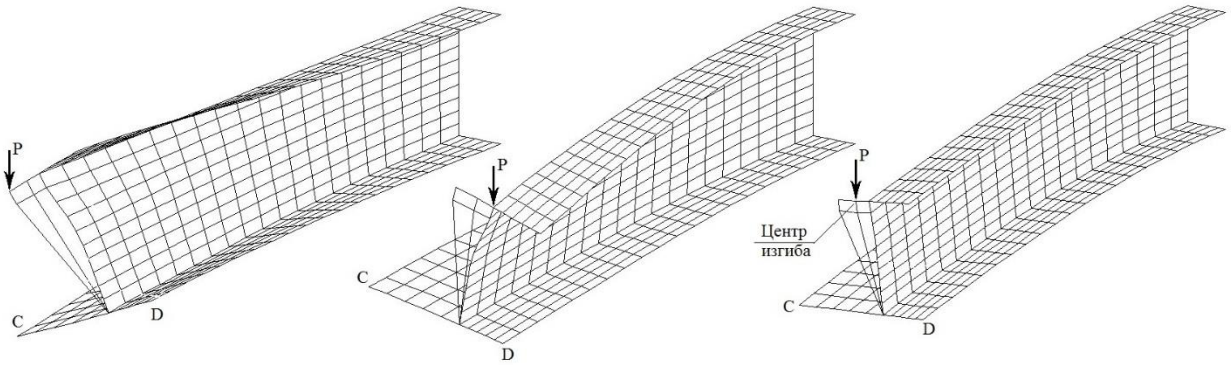


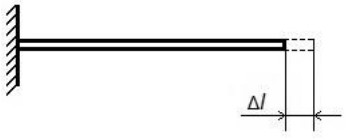
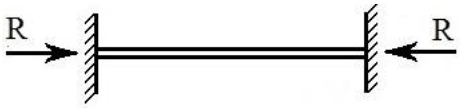
Рис. 12. Деформации тонкостенного бруса в зависимости от точки приложения силы

Задача 6. Исследовать деформацию стального тонкостенного бруса, имеющего поперечное сечение, как и в задаче 5, при различных видах нагрева на 100° С. Дать сравнение с аналитическим решением там, где это возможно.

В табл. 2 в виде тестов дано сравнение с аналитическим решением при равномерном нагреве бруса при различных закреплениях. На рис. 13 приводится деформированный вид бруса при нагреве верхней полки швеллера на 100° С.
Конечно-элементное решение этой задачи дает студенту наглядное представление о деформации бруса при тепловом нагружении.

Таблица 2

Результаты тестирования при нагреве тонкостенного бруса

Равномерный нагрев бруса на 100℃	***Аналитическое решение***	***Конечно-элементное решение***
Тест 1 	$\Delta l = \alpha \cdot t^{\circ} \cdot l = 0{,}1200$ см	$\Delta l = 0{,}1214$ см
Тест 2 	$\sigma_z = -\alpha \cdot t^{\circ} \cdot E = -25200 \frac{н}{см^2}$	$\sigma_z = -25820 \frac{н}{см^2}$

Выше рассмотренные задачи выполняют студенты второго курса очной формы обучения по направлению 151600.62 «Прикладная механика», профиль подготовки «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры» в рамках курсовой работы по сопротивлению материалов.

Ценность конечно-элементного подхода в преподавании курса сопротивления материалов состоит в следующем:

– осуществляется адаптация студентов к профессиональным пакетам, применяемым на предприятиях;

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 13236 УДК 378.147:539.3/6(076)

Дербасов А. Н. Практика применения конечно-элементарного анализа в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13236. – 0,5 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13236.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

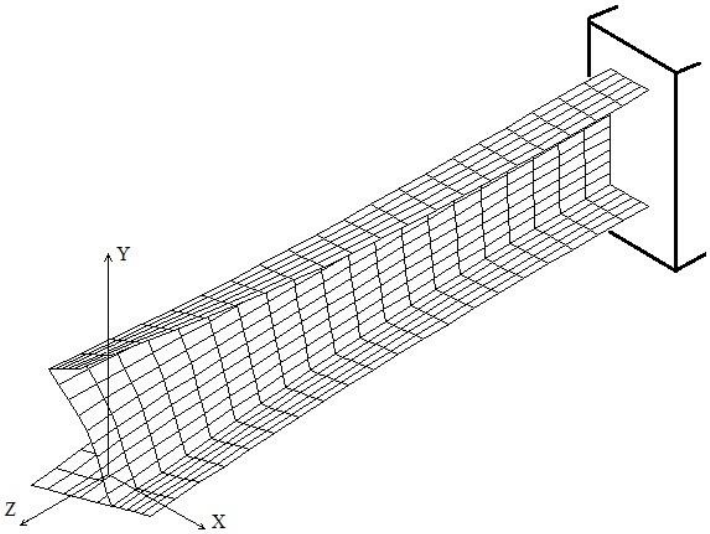


Рис. 13. Деформация тонкостенного бруса при нагреве верхней полки швеллера

– дорогостоящий натурный эксперимент заменяется численным (компьютерным) экспериментом;

– на экране студент в реальности видит деформацию объекта, что в традиционном изложении курса показать практически невозможно;

– сравнение конечно-элементных результатов с традиционными расчетами по сопротивлению материалов даёт студенту уверенность в правильности получаемых результатов и в более глубокое понимание рассматриваемого явления;

– все строится на традиционных понятиях сопротивления материалов.

Ссылки на источники

1. Дербасов А. Н., Ильичев Н. А., Сергеева С. А. Роль конечно-элементных представлений в преподавании курса «Сопротивление материалов» // Концепт. – 2012. – 10 (октябрь). – ART12143. – 0,3 п. л. – URL:http://www.covenok.ru/koncept/2012/12143.htm.
2. Афанасьев А. М., Марьин В. А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975.

Alexander Derbasov,
Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor at the chair of dynamics, machine solidity and strength of materials, Nizhni Novgorod State Technical University, Nizhni Novgorod, Russia
a.n.derbasov@mail.ru

Practice of finite element analysis usage in teaching the course «Strength of materials»

Abstract. Finite element method is a modern standard tool for determining the stress-strain state of structural engineering. The traditional course of strength of materials is focused on «manual» methods of calculation of an age exceeding 100 years. The article is devoted to the integration of finite element analysis in the course of strength of materials in the form of tasks, solved by the students on practical lessons.

Keywords: finite element analysis, finite element method, problem-oriented languages, beams, frame, stress, strain, the center of the bend.

ISSN 2304-120X
11
9 772304 120135

Рекомендовано к публикации:
Горевым П. М., кандидатом педагогических наук, главным редактором журнала «Концепт»