ISSN 2304-120X
КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Раздел 13.00.00 Педагогические науки

ART 191040 | 2019, № 6 (июнь) | УДК 372.851:004.9

Формирование понятий в процессе обучения геометрии школьников в электронной образовательной среде

Подаева Наталия Георгиевна[1]
Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина, Елец, Россия
podaeva@mail.ru

Подаев Михаил Валерьевич[2]
Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина, Елец, Россия
podaev86@gmail.com

Агафонов Павел Александрович[3]
Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина, Елец, Россия

Аннотация. В контексте постнеклассической общенаучной парадигмы современный мир представляется нелинейным, динамическим и непредсказуемым. Выпускнику школы точку опоры следует искать в самом себе и самому вносить хоть какую-то определенность в глобальную неопределенность мира. В связи с этим учитель математики должен развивать те умения обучающегося, которые вносят значительный вклад в формирование понятийного мышления. Проведенный анализ позволил выявить закономерность: овладение школьником обобщенным способом выполнения геометрических построений и доказательств в ситуации учения/обучения положительно влияет на освоение им геометрических понятий. Процесс овладения школьником обобщенным способом выполнения геометрических построений и доказательств значительно облегчается в результате использования ресурса динамической системы GeoGebra, который можно идентифицировать с электронной образовательной средой (ЭОС). Цель исследования – разработка теоретических основ методического сопровождения процесса освоения геометрических понятий учащимися 8–9-х классов основной школы в условиях электронной образовательной среды. Дидактическим условием эффективности формирования геометрических понятий выступала специальным образом организованная учебная деятельность с использованием динамической системы GeoGebra и специальная система заданий в рамках кружка «Конструктивная геометрия на евклидовой плоскости» для учащихся 8–9-х классов. Результаты анализа статистических данных подтвердили гипотезу о значимом влиянии уровня математической подготовки (уровень значимости 0,003), уровня влияния ЭОС в сочетании с апробируемой методикой (уровень значимости 0,001), продолжительности обучения с использованием апробируемой методики (уровень значимости 0,01). Методическое сопровождение процесса освоения геометрических понятий посредством ресурса ЭОС оказывает более интенсивное положительное воздействие на динамику освоения понятий школьниками, чем без данного сопровождения. При этом от продолжительности обучения с использованием апробируемой методики зависит успешность эксперимента.

Ключевые слова: социокультурно ориентированное обучение геометрии, методическое сопровождение, электронная образовательная среда, информационные технологии.

Поступила в редакцию *Received*	28.03.2019	Получена положительная рецензия *Received a positive review*	29.05.2019
Принята к публикации *Accepted for publication*	29.05.2019	Опубликована *Published*	29.06.2019

Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

---

[1] **Подаева Наталия Георгиевна,** доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики ее преподавания ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина», г. Елец, Россия
[2] **Подаев Михаил Валерьевич,** кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики ее преподавания ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина», г. Елец, Россия
[3] **Агафонов Павел Александрович,** учитель ГБОУ СОШ № 2070, г. Москва, Россия

Введение

В контексте постнеклассической общенаучной парадигмы современный мир представляется нелинейным, динамическим, и непредсказуемость будущего – атрибут процесса его познания. Как отмечают психологи, еще примерно десять лет назад в мире было немало мест, где события развивались предсказуемо. По нашему мнению, такую точку опоры обеспечивает выделение компонентов обучения, направленных на овладение учебными умениями, позволяющими развивать качества мышления с заданными свойствами. Прежде всего, учитель математики должен развивать те умения обучающегося, которые влияют на формирование понятийного мышления, формируют способности ученика связывать причину со следствием, понимать эту связь.

Помимо этого каждый учитель по математике должен понимать, что в любом учебном предмете можно выделить группу умений, которые определяют общую культуру школьника. В силу этого предлагается новый контекст рассмотрения проблемы обучения математике (геометрии) – социокультурный. В традиционных исследованиях по методике обучения математике преимущественно речь идет о трансляции знаний, в то время как социокультурный подход предполагает самореализацию личности в этом знании, социализацию. В связи с этим геометрия – один из важнейших компонентов математического образования, имеющий яркую историю, связанную с именами выдающихся ученых, вносит значительный вклад в формирование ценностного отношения к математике, в развитие логического мышления.

С другой стороны, современные тенденции в образовании предполагают смещение акцента с результата обучения на сам учебный процесс. Этим объясняется целесообразность использования *электронной образовательной среды* (ЭОС) – единой многофункциональной системы, включающей интерактивные модули, компьютерные модели, динамические системы математики, всевозможные средства дистанционных технологий. ЭОС имеет инновационную структуру и способствует развитию интеллектуального потенциала школьника в результате интеграции доступности, запоминаемости, интерактивности и дистанционности обучения. В частности, процесс овладения школьником обобщенным способом выполнения геометрических построений и доказательств в ситуации учения/обучения, а также непосредственно связанный с ним процесс освоения геометрических понятий значительно облегчается в результате использования ресурса динамической системы GeoGebra в силу целого ряда причин, среди которых – ограниченность способностей школьника к воображению и мысленному экспериментированию, ограниченность временных ресурсов для обследования генеральной совокупности возможных ситуаций в решении задачи и др.

Между тем наличие ресурса GeoGebra, который можно было бы идентифицировать с ЭОС, явно недостаточно, напротив, необходимо методическое сопровождение образовательного взаимодействия учащихся в этой среде. В данном аспекте актуальной представляется проблема методического сопровождения процесса освоения школьниками геометрических понятий в электронной образовательной среде. Принципиальное отличие концепции методического сопровождения от традиционных образовательных подходов состоит в том, что меняется стиль образовательного взаимодействия (от управления – к соорганизации, соупорядочению, поддержке), целевая ориентация (от знаний, умений, навыков – к социально и личностно ориентированной деятельности), а также степень активности обучаемых (от обучения – к самообразованию).

Обзор отечественной и зарубежной литературы

Роль понятийного мышления глубоко проработана в науке. Л. С. Выготский [1, 2] выделял пять этапов перехода к формированию понятий. Ученый писал, что понятийное мышление формируется в процессе изучения наук и освоения научных понятий. И далее указывал, что, следовательно, не все взрослые люди обладают понятийным мышлением. Этот вывод подтвердил в экспериментальном исследовании мышления студентов и научных сотрудников Л. М. Веккер [3]. Он указывает, что несовпадение объема и содержание понятия, умозаключение от частного к частному, нелогичность выводов, то есть различные «дефекты» допонятийного мышления, свойственны не только детям, что доказано множеством экспериментов, но почти в той же мере и взрослым.

Он приводит такой пример: «Если в списке имеются два камня, три ведра, семь собак и две лошади, то на вопрос "чего здесь больше – живых существ или физических тел?" взрослые люди, заведомо знающие, что живые существа тоже остаются физическими телами, тем не менее в большинстве случаев отвечают, что живых существ в списке больше, чем физических тел».

Жан Пиаже [4, 5], обобщая «физические, математические и другие стороны реального мира, которые пытается познать интеллект», в двух основных, фундаментальных категориях – «состояние» и «преобразование» – соотносит с этими понятиями, касающимися объективного содержания познавательных процессов, самую общую классификацию самих познавательных форм. В логике, указывает Ж. Пиаже, есть два вида основных инструментов познания: «...с одной стороны, дескрипторы, характеризующие состояния или преобразования, с другой стороны, операторы или комбинаторы, позволяющие воспроизводить преобразования и оперировать ими, учитывая их начальное и конечное состояния».

Аналогичная классификация, базирующаяся на фактическом материале экспериментальных исследований, по мнению Ж. Пиаже, существует и в психологии. И именно психологическую классификацию он кладет в основу своих обобщений. В этой классификации дескрипторам соответствуют такие психические процессы или их аспекты, которые «по существу, связаны с конфигурациями реального мира и могут быть названы фигуративными... В основном фигуративные функции охватывают состояния, а когда они направлены на преобразования, они выражают их в виде фигур или состояний (например, в качестве так называемой "хорошей формы")».

Н. Ф. Талызина выделила этапы формирования научных понятий [6, 7]. М. А. Холодная занималась разработкой приемов формирования понятийного мышления в контексте формирования когнитивного компонента ментального опыта личности как показателя уровня сформированности конвергентных способностей личности [8].

Процесс усвоения школьниками математических понятий исследовался в работах Ю. И. Веринга, Н. Я. Виленкина и др.

Ю. И. Веринг полагал, что развитие мыслительной деятельности только через изучение учебных предметов, в том числе и математики, является малоэффективным [9]. По его мнению, такой подход не обеспечивает полноценного усвоения приемов мышления, что приводит к необходимости организовывать специальные учебные курсы по логике.

Н. Я. Виленкин изучал вопросы развития личности при обучении математике [10]. Особое внимание процессу овладения понятиями традиционно уделяется при анализе изучения школьного курса геометрии (Г. Х. Воистинова [11] и др.).

Фальберг-Стояновская, Стояновский [12] обнаружили, что использование GeoGebra положительно влияет на мотивацию обучающихся и в целом на повышение уровня знаний.

Айдин и Монаган [13] в своих исследованиях сочли, что с помощью GeoGebra учащимся предоставляется возможность увидеть математику в повседневной жизни, используя такую динамическую систему геометрии в классе.

В своих исследованиях Тамби и Эу [14] исследовали успеваемость учащихся с помощью дробей с использованием программного обеспечения GeoGebra. Их исследование сравнивало достижения двух групп учащихся четвертого класса. Результаты показали значительную разницу между средними баллами контрольной и экспериментальной групп учащихся. Было установлено, что учащиеся экспериментальной группы показали исключительные результаты при использовании GeoGebra над контрольной группой с традиционным методом обучения.

В своем исследовании Зенгин, Фуркан и Кутлука [15] обнаружили, что программное обеспечение для динамической математики, такое как GeoGebra, оказало значительное влияние на обучение элементам тригонометрии.

Холл и Шамбли [16] пришли к выводу, что основным механизмом улучшения преподавания и изучения математики является внедрение программного обеспечения GeoGebra. Они почувствовали, что их личный опыт использования методик обучения на основе GeoGebra для преподавателей средних и старших классов до и после обучения способствовал развитию математического мышления и оказал большое влияние на обучение учителей, поощряя заранее подготовленные занятия по математике для учащихся высокого уровня.

Результаты Закария и Ли [17] показали, что учителя математики в средних школах положительно относятся к использованию GeoGebra. Они приходят к выводу, что математика является абстрактным предметом и требует коллективного воображения обучающихся и преподавателей, особенно в области геометрии и преобразований. Использование технологии предоставляет учащимся возможность учиться без ограничений, а также способствует обучению, ориентированному на ученика, когда учитель выступает в роли помощника даже при использовании готовых файлов GeoGebra. Ожидается, что программное обеспечение GeoGebra поможет учителям математики разнообразить свои методы обучения, чтобы облегчить понимание студентами понятий математики посредством эффективного преподавания и обучения.

На основании результатов, полученных в рамках эксперимента, Такачи, Станков и Миланович [18] определили, что программа GeoGebra значительно помогла всем учащимся с изучением математических понятий. При составлении графиков и проверочных функций уровень знаний учащихся значительно вырос благодаря работе в группах. Исследование подытожило, что GeoGebra продвигает эффективную среду обучения в качестве инструмента для улучшения функций и построения графиков.

Арбейн и Шукор [19] в своих исследованиях утверждают, что изучение и преподавание математики должно быть сосредоточено не только на чисто теоретических, но и на разнообразных подходах к обучению, которые предполагают использование учебных пособий, доказавших свою способность стимулировать интерес учащихся к математике. Программное обеспечение по математике, доступное на рынке или даже онлайн, облегчило задачу учителя передать знания, полезные для студентов. Тем не менее они чувствуют, что от учителя зависит, как они будут использовать существующие материалы без необходимости выделять дополнительное время для разработки других учебных пособий. В итоге их исследование показало,

что программное обеспечение GeoGebra оказывает положительное влияние на успеваемость обучающихся.

Очков и Богомолова [20] в своем исследовании пришли к выводу, что компьютеры могут взять на себя рутинную математическую работу, устраняя утомительную сторону математики и, таким образом, позволяя учителю и ученикам создавать что-то более увлекательное в процессе обучения.

Методологическая база исследования

В психологии освоение понятий – это *процесс формирования определенной системы действий и операций*, продуктом которых они являются. Без формирования системы действий понятие не осваивается обучающимся, то есть не понимается (психодидактические задачи осознания, освоения и обобщения), не усваивается (задачи запоминания, систематизации и профилактики забывания) и не применяется (задачи формирования умений, стандартного применения, творческого применения) в дальнейшем к решению задач.

С позиций формальной логики математическое понятие – *сложная система взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений, возникающая при изучении соответствующего математического объекта* [21]. Это не так легко увидеть и понять, ибо традиционно мы привыкли лишь выделять «содержание» и «форму» понятия (см., например, работы [22–24]), и феномен «математическое понятие» неоправданно подменять «математическим объектом» (такой принцип понимания сложился в сознании учителей и методистов, и его очень трудно преодолеть). Но все же попытаемся разглядеть суть формирования математического понятия как системы действий и системы суждений.

Выделим следующие этапы процесса освоения понятия.

Работа с определением – *первый этап* процесса освоения понятия. Основная цель – овладеть понятием как системой свойств и признаков – взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений. Формирование таких систем суждений составляет сущность освоения геометрического понятия на вербально-логическом уровне и представляется возможным в ситуации обучения геометрическим доказательствам.

Между тем традиционно в школе акцент смещается на работу с математическим объектом (формируется понятие на уровне представлений: образ-перцепт, образ-концепт – предпонятие). Формирование понятия на вербально-логическом уровне оказывается вне поля зрения.

Второй этап – определение понятия – включается в действия обучающихся, выполняемые с соответствующими математическими объектами. С помощью этих действий и операций выстраивается понятие.

Третий этап – при выполнении различных действий с объектами обучающиеся ориентируются на содержание определения.

Выделим компоненты целостной психической структуры, обеспечивающей в ситуации учения/обучения геометрии формирование действий по освоению геометрических понятий: «*Представление (образ-перцепт) – предпонятие (образ-концепт) – понятие – ценностное отношение*». Схематично этапы развития данной структуры были представлены в виде четырех блоков, соответствующих уровням усвоения понятия. Содержание этапов определяется содержанием деятельностной компоненты геометрических понятий, включающей предметные действия и целостные операции.

Как показывает анализ методических исследований [25–29], формирование геометрического понятия на вербально-логическом уровне представляется возможным в ситуации обучения доказательству теорем и решению задач на доказательства. Особая ценность задач на построение состоит в том, что на этапе построения формируется определенная система действий и операций, продуктом которых являются геометрические понятия, в то время как на этапах анализа и доказательства формируется математическое понятие как система суждений. При решении конструктивных задач формируются умения как умственные действия, являющиеся производными операциями от предметных действий, в наглядно-обобщенной форме. Формируется способность обучающегося мобилизовать образное мышление, что облегчает процесс *понимания* (задачи осознания, осмысления, обобщения) и *усвоения* (задачи запоминания, профилактики забывания). Речь идет о приобретении познавательного опыта, освоении *процедурных* знаний (знаний о том, «как») – знаний практического типа о способах деятельности. В результате простого заучивания сформировать понятие невозможно. Необходимо постепенное выстраивание в когнитивном опыте обучающегося понятийных структур (табл. 1). Как отмечают психологи [30, 31], *понятийные психические структуры* – это интегральные когнитивные структуры, которые характеризуются включенностью разных способов кодирования информации, наличием систем связей отдельного понятия с некоторым множеством других понятий. При этом эмоциональное впечатление (сенсорно-эмоциональный способ кодирования) формируется благодаря вопросам, подводящим учащихся к эмоциональным оценкам предметного материала.

Таблица 1

Формирование понятийных психических структур: уровни, закономерности, фазы, этапы обучения

<table>
<tr><th>Уровни</th><th>Психодидактические закономерности</th><th>Фазы цикла освоения ценности</th><th>Этапы обучения математике</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Понимание (легитимация ценностного отношения)</td><td rowspan="2">Рефлективное отношение: осознание, осмысление, обобщение содержания и процесса деятельности</td><td rowspan="2">Коммуникация, трансляция деятельности</td><td>Мотивировка</td></tr>
<tr><td>Развитие семантических структур</td></tr>
<tr><td>Переживание ценностных позиций</td><td>Эмоционально-оценочное отношение</td><td>Ценностная ориентация, побуждение</td><td rowspan="7">Формирование понятийных психических структур</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Усвоение</td><td>Запоминание</td><td rowspan="4">Адаптация</td></tr>
<tr><td>Систематизация</td></tr>
<tr><td>Профилактика забывания</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Применение (освоение ценности)</td><td>Формирование умений</td></tr>
<tr><td>Стандартное применение</td><td rowspan="2">Продуцирование</td></tr>
<tr><td>Творческое применение</td></tr>
</table>

В психологии известен подход, согласно которому специфика понятийного мышления может быть определена следующим образом: оно разворачивается в образных структурах (*плоскость содержания геометрического понятия)*, при этом механизмом разворачивания являются логические операции (*плоскость знаковой формы)* [32]. При таком подходе геометрические построения обеспечивают формирование способов мысленного воспроизведения геометрических объектов, лежащих в плоскости содержания, в то время как доказательства относятся к способам описания геометрических объектов, лежащих в плоскости знаковой формы.

Результаты исследования

Специфика методического сопровождения процесса освоения геометрических понятий в условиях электронной образовательной среды

Под методическим сопровождением процесса обучения в условиях электронной образовательной среды мы понимаем соорганизацию, соупорядочение целенаправленной образовательной деятельности обучаемых на основе ценностного приятия дидактических целей обучения математике как социально и личностно значимых. Центральной основой выступает концепция интеграции традиционного и дистанционного обучения.

Проведенный анализ связей овладения обобщенным способом выполнения геометрических построений и доказательств в ситуации учения/обучения и непосредственно связанного с ним процесса освоения геометрических понятий позволил нам выбрать в качестве содержательного материала практического курса конструктивную геометрию циркуля и линейки на евклидовой плоскости, структурированную согласно принципам модульности и интеграции с основной образовательной программой. В основе подачи материала мы придерживались концепции, ориентированной на трехэтапную подачу учебного материала: этапы понимания, усвоения и применения. Этап понимания реализован в данном ресурсе ЭОС в разделе теоретического курса, усвоения – в контрольном блоке, применения – в разделе практического курса.

Дидактическим условием эффективности формирования геометрических понятий выступала специальным образом организованная учебная деятельность и специальная система заданий в рамках кружка «Конструктивная геометрия на евклидовой плоскости» для учащихся 8–9-х классов. Главной целью кружковой деятельности является освоение школьниками геометрических понятий на уровнях понимания, усвоения и применения содержания и процесса деятельности. Достижение этих целей осуществлялось через решение следующих дидактических задач: обучение учащихся использованию конструктивных возможностей электронной образовательной среды (на примере GeoGebra); вовлечение учащихся в дистанционную работу на портале GeoGebra.ru и их консультирование; подготовка учащихся к участию в математическом турнире. Программа кружка разработана с опорой на принципы добровольности, равных возможностей, организации деятельности школьников в зоне ближайшего развития и представлена серией задач на построение и доказательство. Все задачи размещены на официальном сайте кружка и представляют собой модификацию задач, заимствованных из разных источников. Задачи отобраны и структурированы с учетом преемственности знаний, получаемых в ходе их решения, повышения сложности алгоритмов построения и доказательства, повышения ситуации неопределенности, метода опорных понятий и др. Раскрывая сущность методического сопровождения в процессуальном аспекте, отметим, что учебная деятельность обучающихся 8–9-х классов была организована дистанционно на тренировочных, диагностических и консультативных занятиях. Каждое тренировочное занятие кружка выстраивалось по одному и тому же сценарию: анализ как поиск решения задачи проводится в динамической системе, позволяющей проводить компьютерный эксперимент; затем этап построения и/или доказательства выполняется с помощью инструментов в тетради; решение оформляется в персональном аккаунте школьника на портале GeoGebra.ru. Диагностические занятия имеют

цели: определение актуального уровня сформированности геометрических понятий посредством регистрации ценностного отношения (личностный уровень) и способностей *усвоения* (запоминания, систематизации, профилактики забывания) и *применения* (предметный уровень) в ходе выполнения экспресс-исследования; выявление обучающихся, которые мотивированы на работу в ЭОС и могут быть успешными в конкурсах и турнирах; планирование развивающего взаимодействия с обучающимся на консультационных занятиях. В качестве средства диагностики и управления процессом освоения понятий была разработана индивидуальная карта достижений обучающегося, позволяющая визуализировать актуальный уровень освоения понятия, а также сориентировать учителя на выбор методов и средств для организации деятельности ученика в зоне ближайшего развития. Консультационные занятия осуществляются в очной и дистанционной форме в период выполнения учащимися индивидуальных работ и имеют целью оказание помощи ученику в проведении анализа, в постановке задачи при доказательстве, в оформлении решения и т. п.

Рассмотрим, как это выглядит процедурно, на примере организации деятельности по решению следующей задачи для учащихся 9-х классов, включающей задание как на построение, так и на доказательство.

Даны две касающиеся внешним образом окружности ω_1 и ω_2 с радиусами r_1 и r_2. Постройте циркулем и линейкой общую касательную l к окружностям (E и F – точки касания прямой l с окружностями ω_1 и ω_2). Докажите, что расстояние $EF = 2\sqrt{r_1 r_2}$.

В результате решения данной задачи возникает сложная система понятий, включающая понятия «прямоугольный треугольник», «окружность», «касательная к окружности», а также опорное понятие для решения данной задачи – «*дуга, вмещающая данный угол*» (см. рис. 1).

Формирование данного понятия начинается с рассмотрения центрального и вписанного углов.

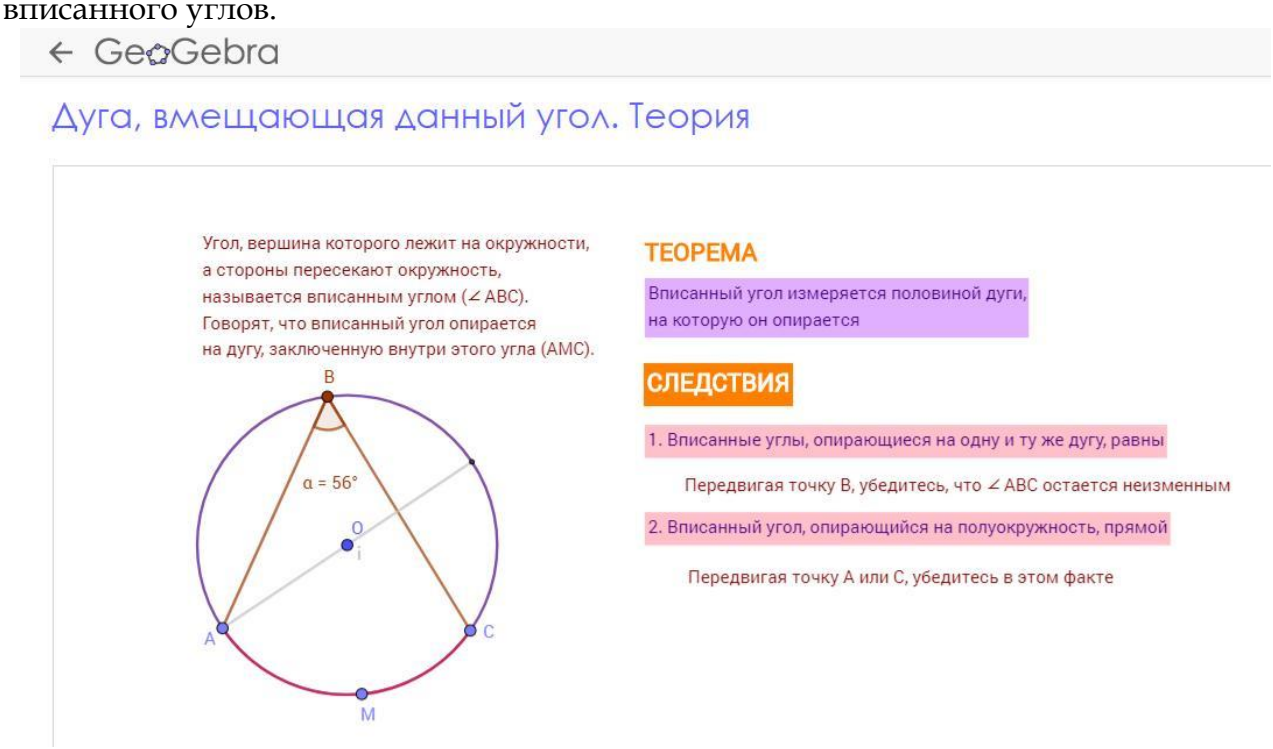

Рис. 1. Дуга, вмещающая данный угол (теория)

Предлагается ряд задач на доказательство, опирающихся на понятие дуги, вмещающей данный угол (см. рис. 2, 3).

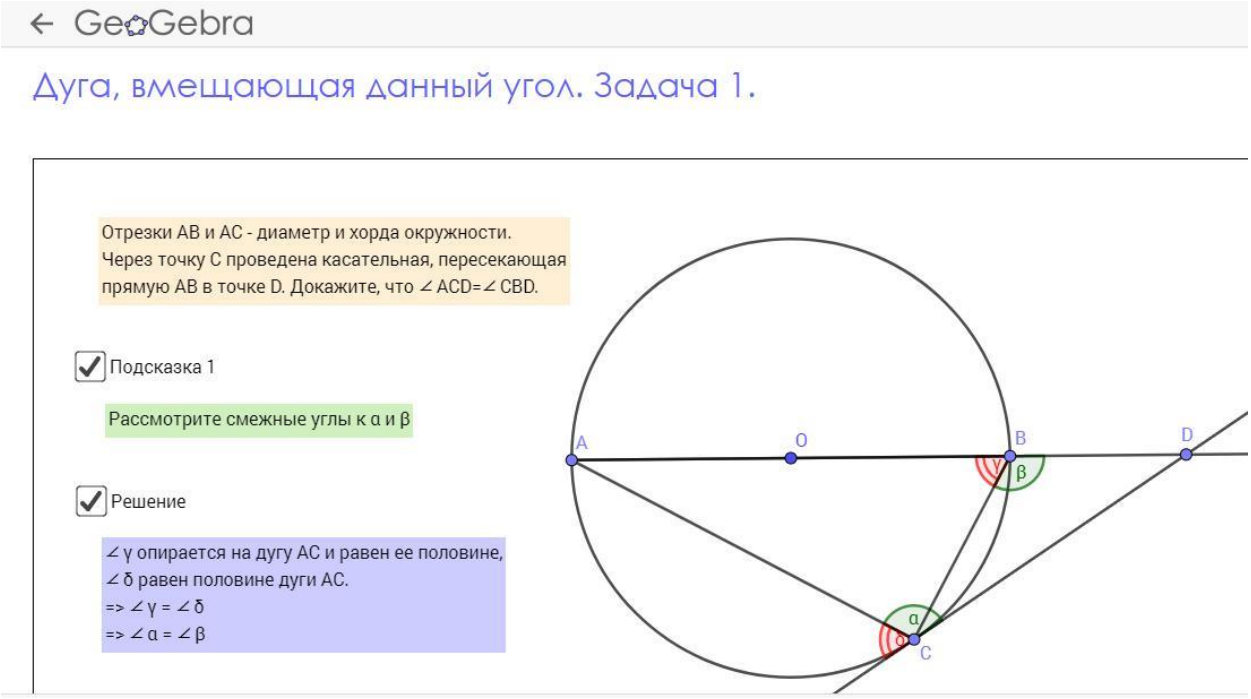

Рис. 2. Дуга, вмещающая данный угол (практика)

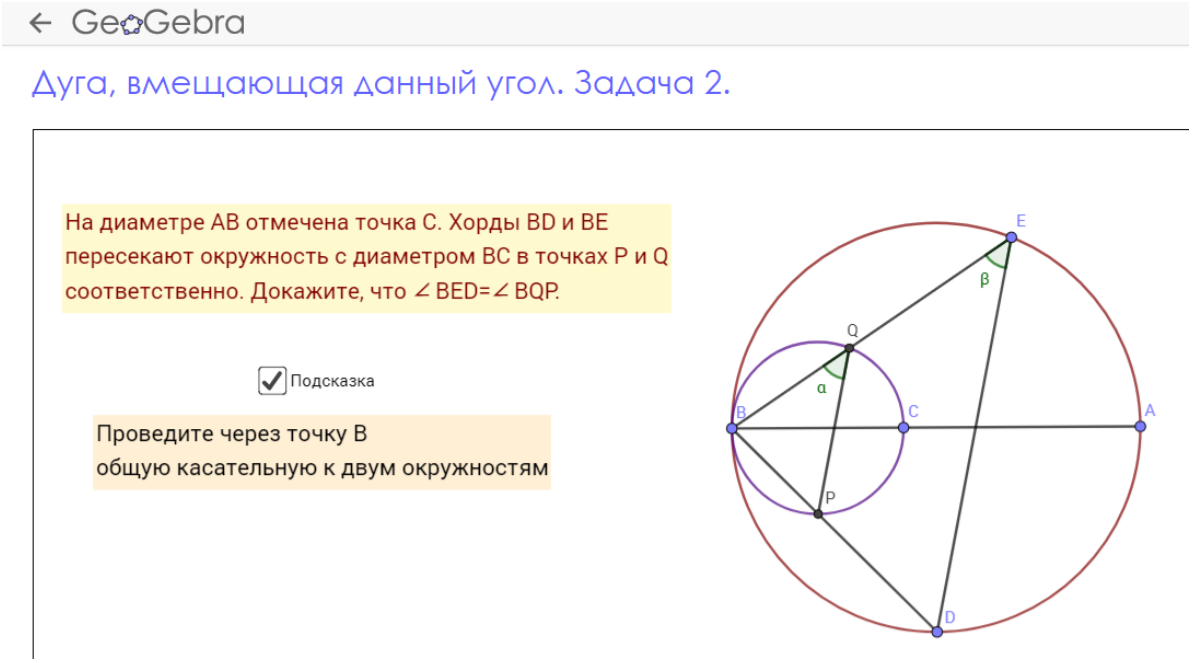

Рис. 3. Дуга, вмещающая данный угол (практика)

Рассматриваем опорную задачу на построение: «На данном отрезке AB описать дугу, вмещающую данный угол φ», а также ряд задач, при решении которых она используется:

Построить треугольник ΔABC по стороне $\bar{a}$, углу $\bar{\alpha}$ при вершине A и радиусу $\bar{r}$ вписанной окружности.

Построить треугольник ΔABC по стороне $\bar{a}$, углу $\bar{\alpha}$ при вершине A и медиане $\bar{m}_b$ к стороне AC.

Построить треугольник ΔABC, зная углы при вершинах B и C и медиану $\bar{m}_a$, проведенную к стороне BC.

Построить треугольник ΔABC по стороне $\bar{a}$, углу $\bar{\alpha}$ при вершине A и высоте $\bar{h}_a$, выходящей из этой вершины.

Построить треугольник ΔABC по периметру $2\bar{p}$, углу $\bar{\alpha}$ при вершине A и высоте $\bar{h}_a$, выходящей из этой вершины.

В данном примере показано, как в результате изучения дуги как математического объекта формируется понятие «*дуга, вмещающая данный угол*», которое в результате простого заучивания сформировать невозможно.

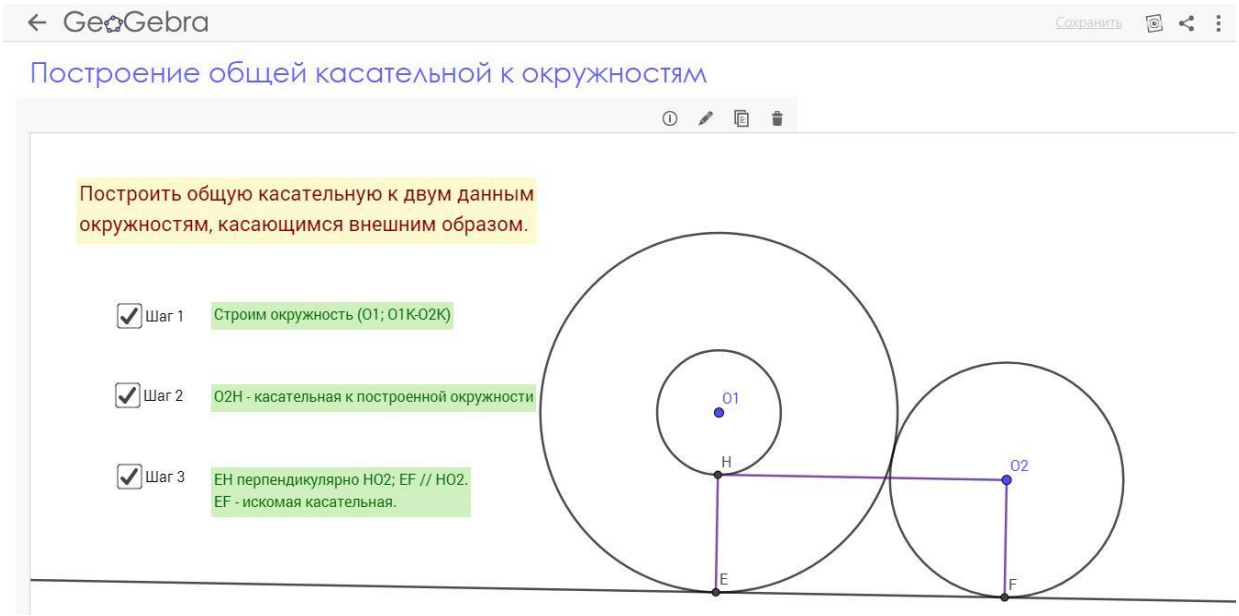

Рис. 4. Построение общей касательной к окружности

В приведенном на рис. 4 примере обучающимся вначале предлагается построить циркулем и линейкой общую касательную к двум окружностям (описание построения оставляем за рамками данной статьи). Предполагается освоение учащимися предметных действий с фигурами-вещами, таких как вычерчивание, с опорой на предметно-практический способ кодирования информации. Такой тип действия закрепляет непосредственное восприятие чертежа. Имеет место натурализация знания: все сводится к вещам – материализуется [33].

Во второй части рассматриваемой выше задачи требуется выполнить геометрическое доказательство. В экспериментальной методике мы опирались на принцип метапредметности. Основная целевая ориентация – овладение учащимся методом рассуждения, саморегулирование им своей мыслительной деятельности в процессе доказательства. Ученики пользовались специальным правилом, раскрывающим содержание и последовательность действий: проанализировать условие задачи – посмотреть, что дано и что требуется доказать (движение по чертежу); сделать выводы из того, что дано (от чертежа к формальным операциям); вспомнить все известные

признаки понятий и сопоставить их с тем, что дано (движение в плоскости знаковой формы), а также с чертежом (интерпретация полученных результатов на чертеже) и др. При этом ученик должен был четко представлять, что в каждом пункте указанного правила рекомендуется некоторым образом выполнять действия, представляющие собой довольно сложные умения, составляющие содержание умения доказывать: содержательный анализ того, что дано и что требуется доказать; дедуктивное выведение следствий из того, что дано в условии; умение подводить заданные в условии явления под системы признаков искомых понятий (составляющие содержание умения доказывать синтетически); умение рассуждать методом восходящего анализа; умение выполнять косвенный анализ (метод от противного) и т. д. Овладение понятием – результат освоения этих действий.

Обсуждение результатов

Опытно-экспериментальная работа по апробации научно обоснованной методики, способствующей освоению учащимися 8–9-х классов геометрических понятий в условиях электронной образовательной среды, осуществлялась на базе ГБОУ СОШ № 2070 г. Москвы КШО (Коммунарское школьное отделение) и ГБОУ СОШ № 2070 г. Москвы БШО (Бунинское школьное отделение). Участниками эксперимента были определены предпрофильные классы (физико-математического профиля): ГБОУ СОШ № 2070 г. Москвы КШО (Коммунарское школьное отделение) – 8 «а» и 9 «а» классы, численный состав по 30 учащихся; ГБОУ СОШ № 2070 г. Москвы БШО (Бунинское школьное отделение) – 8 «в» и 9 «в» классы, численный состав по 28 и 29 учащихся соответственно. Дистанционное обучение в рамках кружка «Конструктивная геометрия на евклидовой плоскости» выступает дополнительной необязательной формой предметной подготовки и является значимым механизмом, поддерживающим очные занятия по данному предмету. Мы ориентировались на трехэтапную подачу учебного материала: этапы понимания, усвоения и применения. Этап понимания реализован в данном ресурсе ЭОС в разделе теоретического курса, усвоения – в контрольном блоке, применения – в разделе практического курса. Педагогическая диагностика имела целью определить динамику сформированности у школьников способностей *усвоения* (запоминания, систематизации, профилактики забывания) и *применения* понятий. Перенос центра тяжести на дистанционное обучение оправдывается тем, что каждому учащемуся в силу различия психофизиологических способностей требуется индивидуальное время и индивидуальный набор заданий разного уровня сложности. В то же время очные занятия далеко не всегда предоставляют такую возможность.

Проверялась гипотеза об изолированном и совокупном влиянии следующих факторов на успешность освоения обучающимся геометрических понятий: уровень математической подготовки школьника; уровень владения системой динамической геометрии (GeoGebra); продолжительность обучения с использованием апробируемой методики, предполагающей прямую корреляцию овладения обобщенным способом выполнения геометрических построений и доказательств в ситуации учения/обучения и непосредственно связанного с ним процесса освоения геометрических понятий.

Сформированность геометрических понятий у школьников в ЭОС диагностировалась на двух уровнях – личностном и предметном. В качестве параметра личностного уровня нами рассматривалось *ценностное отношение*.

Для оценки изменения уровня сформированности ценностного отношения у школьников в ЭОС нами был применен непараметрический парный Т-критерий

Вилкоксона. В статистике он используется для оценки различий экспериментальных данных, полученных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых.

Таблица 2

Расчет Т-критерия Вилкоксона для оценки изменения уровня сформированности ценностного отношения

№ испытуемого	*Баллы за констатирующий срез (%)*	*Баллы за контрольный срез (%)*	*Сдвиг*	*Абсолютное значение сдвига*	*Ранговый номер*
1	42,2	59,5	17,2	17,2	15,0
2	47,8	83,1	35,3	35,3	28,0
3	45,0	86,1	41,1	41,1	33,5
4	45,0	77,5	32,5	32,5	27,0
5	45,0	86,1	41,1	41,1	33,5
6	45,0	41,4	–3,6	3,6	6,0
7	53,6	51,5	–2,1	2,1	3,0
8	41,4	61,7	20,4	20,4	19,0
9	41,4	69,2	27,8	27,8	23,0
10	41,4	88,9	47,5	47,5	37,0
11	71,1	57,6	–13,5	13,5	12,0
12	45,0	61,7	16,7	16,7	14,0
13	79,4	36,5	–43,0	43,0	32,0
14	85,0	39,5	–45,5	45,5	36,0
15	31,4	61,7	30,4	30,4	25,0
16	38,6	36,5	–2,1	2,1	4,0
17	55,3	56,7	1,4	1,4	2,0
18	53,6	61,7	8,1	8,1	9,0
19	57,8	58,7	0,9	0,9	1,0
20	15,0	76,8	61,8	61,8	42,0
21	52,2	43,7	–8,5	8,5	11,0
22	31,7	49,6	18,0	18,0	17,0
23	48,1	92,8	44,7	44,7	35,0
24	42,5	92,8	50,3	50,3	40,0
25	49,2	56,4	7,3	7,3	8,0
26	45,0	82,8	37,8	37,8	30,0
27	15,0	64,8	49,8	49,8	39,0
28	19,2	34,6	15,4	15,4	13,0
29	48,1	74,5	26,4	26,4	22,0
30	75,3	55,7	–19,6	19,6	18,0
31	38,9	91,7	52,8	52,8	41,0
32	49,7	75,9	26,2	26,2	21,0
33	48,1	65,4	17,3	17,3	16,0
34	75,8	51,5	–24,3	24,3	20,0
35	72,8	36,5	–36,3	36,3	29,0
36	46,7	78,9	32,2	32,2	26,0
37	57,8	54,0	–3,7	3,7	7,0
38	47,8	50,3	2,5	2,5	5,0
39	30,3	69,6	39,3	39,3	31,0
40	40,0	88,6	48,6	48,6	38,0
41	55,3	63,5	8,2	8,2	10,0
42	59,4	88,6	29,2	29,2	24,0

Рассмотрим в отдельности изменения в развитии каждого компонента мышления. В табл. 2 приведены данные для диагностики ценностного отношения. Второй

и третий столбцы содержат данные констатирующего и контрольного срезов (%); четвертый столбец вычисляется как разность второго и третьего (сдвиг); пятый столбец – абсолютное значение сдвига. В последнем столбце производится ранжирование значений пятого столбца.

Проверим правильность ранжирования. Для этого подсчитаем сумму значений рангов двумя способами: первый – непосредственное суммирование значений шестого столбца, оно равно 903; второй – по формуле:

$$\frac{N(N+1)}{2} = \frac{42 \cdot 43}{2} = 903.$$

Как видно, оба значения совпали, что говорит о правильно произведенном ранжировании.

Цветом в табл. 2 выделены строки с нетипичными сдвигами (отрицательными) – в них вместо повышения уровня произошло понижение. Сумма абсолютных значений нетипичных сдвигов подсчитывается. В нашем случае она равна 178. Далее по таблице критических значений Т-критерия Вилкоксона определим критическое значение при n = 42. При уровне значимости 0,05 $T_{кр.}$= 319, а при уровне значимости 0,01 $T_{кр.}$= 266. Построим ось значимости (рис. 5).

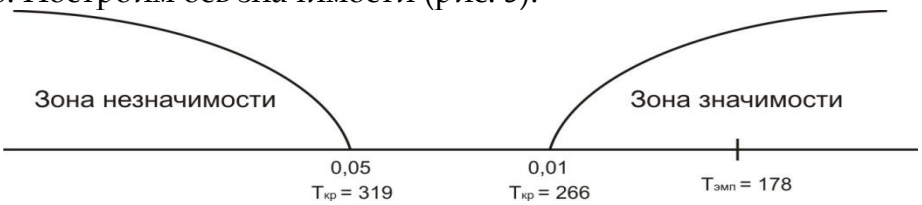

Рис. 5. Ось значимости

Типичный сдвиг является достоверно преобладающим по интенсивности, если $T_{эмп} \leq T_{0,05}$, и тем более достоверно преобладающим по интенсивности, если $T_{эмп} \leq T_{0,01}$. В нашем случае $T_{эмп} = 178 < T_{0,01} = 266$, следовательно, сдвиг уровня сформированности ценностного отношения в сторону увеличения является достоверно преобладающим.

При диагностике предметного уровня сформированности геометрических понятий у школьников в ЭОС были выделены следующие уровни овладения геометрическими понятиями: репродуктивный уровень, регистрирующий об освоении школьниками геометрических понятий на уровне *понимания*; продуктивный уровень, сигнализирующий об *усвоении* ими умений и связанных с ними понятий как применении теоретических знаний в процессе решения стандартизированных задач и перевода данных умений в автоматизированное состояние навыка; продуктивно-творческий уровень, соответствующий способности *применять* усвоенные предметные умения и понятия в новых нестандартных условиях решения проблемных задач, требующих дополнительных знаний, не включенных в программный тезаурус.

При диагностике уровня *усвоения* и *применения* понятий проводилась количественная и качественная оценка результатов, полученных при формировании умений по выполнению геометрических построений и обобщенного умения доказывать. Использовались независимые характеристики: форма действия, степень обобщения, мера развернутости, мера освоения и ценностное отношение.

Результаты анализа статистических данных подтвердили гипотезу о значимом влиянии уровня математической подготовки (уровень значимости 0,003), уровня влияния ЭОС в сочетании с апробируемой методикой (уровень значимости 0,001), продолжительности обучения с использованием апробируемой методики (уровень значимости 0,01).

Заключение

Итак, проведенное исследование позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Установлено, что методическое сопровождение процесса освоения математических понятий школьниками как системы действий и системы суждений в условиях электронной образовательной среды способствует эффективному формированию понятийных психических структур на следующих уровнях: репродуктивный уровень, регистрирующий освоение школьниками геометрических понятий на уровне *понимания*; продуктивный уровень, сигнализирующий об *усвоении* ими умений и связанных с ними понятий как применении теоретических знаний в процессе решения стандартизированных задач и перевода данных умений в автоматизированное состояние навыка; продуктивно-творческий уровень, соответствующий способности *применять* усвоенные предметные умения и понятия в новых нестандартных условиях решения проблемных задач, требующих дополнительных знаний, не включенных в программный тезаурус.

2. Специфика становления понятийного мышления школьника в области геометрии может быть определена следующим образом: оно разворачивается в образных структурах (*плоскость содержания геометрического понятия)*, при этом механизмом разворачивания являются логические операции (*плоскость знаковой формы)*. При таком подходе геометрические построения обеспечивают формирование способов мысленного воспроизведения геометрических объектов, лежащих в плоскости содержания, в то время как доказательства относятся к способам описания геометрических объектов, лежащих в плоскости знаковой формы.

3. Диагностика предметного уровня сформированности геометрических понятий у школьников в ЭОС показала, что динамика довольно интенсивна у респондентов ЭГ 2 (заметный рост продуктивно-творческого (на 17%) и продуктивного (на 12%) уровней при снижении репродуктивного (на 24%) и менее интенсивна у респондентов ЭГ 1.

Таким образом, выдвинутая в начале исследования гипотеза получила практически полное подтверждение. Действительно, методическое сопровождение процесса освоения геометрических понятий посредством ресурса ЭОС оказывает более интенсивное положительное воздействие на динамику предметного уровня освоения понятий школьниками, чем без данного сопровождения. При этом от продолжительности обучения с использованием апробируемой методики зависит успешность эксперимента.

Пролонгация эксперимента позволит достигнуть высшего результата в формировании и развитии личностных и предметных результатов сформированности геометрических понятий у школьников.

Ссылки на источники

1. Выготский Л. С. Собрание сочинений: в 6 т. Т. 2: Мышление и речь. – М.: Педагогика, 2016. – С. 23–25.
2. Выготский Л. С. Педагогическая психология / под ред. В. В. Давыдова. – М.: Педагогика-Пресс, 2010. – С. 12–15.
3. Веккер Л. М. Психические процессы. Мышление и интеллект. Т. 2. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. – С. 75.
4. Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия // Вопросы психологии. – 1966. – № 4. – С. 121–126.
5. Пиаже Ж. Роль действий в формировании мышления // Вопросы психологии. – 1965. – № 6. – С. 33–51.
6. Талызина Н. Ф. Пути усвоения научных понятий // Дидакт. – 1994. – № 4–5. – С. 10–13.
7. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – С. 3–12.
8. Холодная М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. – СПб.: Питер, 2002. – 264 с.
9. Веринг Ю. И. Формирование у учащихся умений строить доказательство: автореф. дис. … канд. пед. наук. – Рига, 1989. – 24 с.

10. Виленкин Н. Я., Абайдулин С. К., Таварткиладзе Р. К. Определение в школьном курсе математики и методика работы над ними // Математика в школе. – 1984. – № 4.– С. 64.
11. Воистинова Г. Х. Задачи на построение как средство формирования приёмов мыслительной деятельности учащихся основной школы: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2000. – 183 с.
12. Fahlberg-Stojanovska L., Stojanovski V. GeoGebra – freedom to explore and learn // Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA. –2009. – 28(2). – P. 49–54.
13. Aydin H., Monaghan J. Bridging the divide – Seeing mathematics in the world through dynamic geometry // Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA. – 2011. – 30(1). – P. 1–9.
14. Thambi N., Eu L. K. Effect of students' achievement in fractions using GeoGebra // SAINSAB. – 2013. – 16. – P. 97–106.
15. Zengin Y., Furkan H., Kutluca T. The effect of dynamic mathematics software GeoGebra on student achievement in teaching of trigonometry // Procedia: Social and Behavioral Sciences. – 2012. – 31. – P. 183–187. doi:10.1016/j.sbspro.2011.12.038
16. Hall J., Chamblee G. Teaching algebra and geometry with GeoGebra: Preparing pre-service teachers for middle grades/secondary mathematics classrooms // Computers in the Schools. – 2013. – 30(1–2). – P. 12–29.
17. Zakaria E., Lee L. S. Teacher's perceptions toward the use of GeoGebra in the teaching and learning of Mathematics // Journal of Mathematics and Statistics. – 2012. – 8(2). – P. 253–257.
18. Takaci D., Stankov G., Milanovic I. Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups // Computers & Education. – 2015. – 82. – P. 421–431.
19. Arbain N., Shukor N. A. The effects of GeoGebra on Students achievement // Procedia-Social and Behavioral Sciences. – 2015. – 172. – P. 208–214.
20. Ochkov V. F., Bogomolova E. P. Teaching Mathematics with Mathematical Software // Journal of Humanistic Mathematics. – 2015. – 5(1). – P. 265–285.
21. Гельфман Э. Г., Холодная М. А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. – СПб.: Питер, 2006. – 384 с.
22. Болтянский В. Г. Использование логической символики при работе с определениями // Математика в школе. – 1973. – № 5.– С. 25.
23. Братко А. М., Машек Ю. А. О возрастных изменениях словесно-логической памяти // Психологические механизмы памяти и ее закономерности в процессе обучения: материалы Всесоюзного симпозиума по психологии и памяти. – Харьков, 1970. – С. 121.
24. Екимова М. А. Развитие логического мышления учащихся 5–7 классов посредством обучения решению задач с геометрическим содержанием: автореф. дис. … канд. пед. наук. – Новосибирск, 2002. – С. 43.
25. Ланда Л. Н. О формировании у учащихся общего метода мыслительной деятельности при решении задач // Вопросы психологии. – 1959. – № 3. – С. 43–44.
26. Левитас Г. Г. Геометрия на плоскости и в пространстве. – М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 1996.
27. Медведская В. И. Обучение младших школьников доказательству математических предложений: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Минск, 1988. – 18 с.
28. Ревуцкас Ю. И. Система упражнений как средство обучения доказательству теорем в курсе планиметрии 6 класса: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1978. – 326 с.
29. Столярова Т. В. Обучение школьников доказательству теорем с использованием дидактических текстов: автореф. дис. … к. п. н. – Минск, 2000. – 20 с.
30. Каплунович И. О психологических различиях мышления двумерными и трёхмерными образами // Вопросы психологии. – 2003. – № 3. – С. 66–77.
31. Талызина Н. Ф. Указ. соч.
32. Щедровицкий Г. П. Процессы и структуры в мышлении (курс лекций) // Из архива Г. П. Щедровицкого. Т. 6. М., 2003. – С. 37.
33. Устиловская А. А. Психологические механизмы преодоления знаковой натурализации идеального содержания геометрических понятий: дис. ... канд. психол. наук. М., 2008. – 160 с.

Natalia G.Podaeva,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Mathematics and Methods of Teaching Mathematics Chair, Elets State University named after I.A.Bunin, Elets
podaeva@mail.ru
Michael V. Podaev,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Mathematics and Methods of Teaching Mathematics Chair, Elets State University named after I.A.Bunin, Elets
podaev86@gmail.com

Pavel A. Agafonov,
Teacher, Secondary School No. 2070, Moscow

Concepts formation in the process of teaching students geometry in electronic educational environment

Abstract. In the context of the post-non-classical general scientific paradigm, the modern world seems to be non-linear, dynamic and unpredictable. A graduate of the school should look for a fulcrum within his/her inner self and to introduce at least some certainty into the global uncertainty of the world. In this regard, a mathematics teacher should develop those skills of a student that make a significant contribution to the formation of conceptual thinking. The analysis made it possible to identify the pattern: the student's ability to produce geometric constructions and proof in a generalized way in a teaching / learning situation has a positive effect on his comprehension of geometric concepts. The process of developing in a student the ability to produce geometric constructions and proof in a generalized way is greatly facilitated by the use of the dynamic system GeoGebra resource, which may be identified with the electronic learning environment (ELE). The purpose of the research is the development of the theoretical foundations for the methodological support of the process of grasping geometric concepts by students of grades 8–9 secondary school in electronic learning environment. A didactic condition for the formation of geometric concepts was a specially organized learning activity with the use of the dynamic GeoGebra system and a special tasks system within the "Constructive Geometry on the Euclidean Plane" circle for 8–9th grade students. The results of statistical data analysis confirmed the hypothesis about the significant impact of the level of mathematical training (significance level 0.003), the level of ELE influence in combination with the tested method (significance level 0.001), duration of training with the use of the tested method (significance level 0.01). Methodological support of the process of grasping geometric concepts by means of the ELE resource has a more intensive positive effect on the dynamics of grasping concepts by schoolchildren than without this support. At the same time, the success of the experiment depends on the duration of training with the use of the tested method.

Keywords: sociocultural-oriented teaching of geometry, methodological support, e-learning environment, information technology.

Научно-методический электронный журнал «Концепт» (раздел 13.00.00 Педагогические науки) с 06.06.2017 включен в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (перечень ВАК Российской Федерации).

ISSN 2304-120X

www.e-koncept.ru

Библиографическое описание статьи:
Подаева Н. Г., Подаев М. В., Агафонов П. А. Формирование понятий в процессе обучения геометрии школьников в электронной образовательной среде // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2019. – № 6 (июнь). – С. 10–25. – URL: http://e-koncept.ru/2019/191040.htm.

DOI 10.24411/2304-120X-2019-11040

© Концепт, научно-методический электронный журнал, 2019
© Подаева Н. Г., Подаев М. В., Агафонов П. А., 2019