КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
Костюченко О. А. Анализ математической модели объема производства продукции и прогнозирование выручки // Концепт. – 2014. – № 03 (март). – ART 14062. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14062.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.
ART 14062 УДК 336.144.36

Костюченко Ольга Андреевна,
преподаватель кафедры социально-гуманитарных дисциплин филиала ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», г. Тихорецк
sun8888s@mail.ru

Анализ математической модели объёма производства продукции и прогнозирование выручки

Аннотация. *В статье исследуется тренд динамики временного ряда объема реализации (производства) продукции. Полученный прогноз необходим в управлении производственной деятельностью для успешной конкуренции на рынке.*
Ключевые слова: *развитие рыночных отношений, динамика временного ряда, шкала Чеддока, математическая модель тренда.*
Раздел: *(04) экономика.*

Изменение экономики в направлении ее глобализации с усилением конкуренции на рынках, развитие рыночных отношений, основанных на частной собственности, предъявляют все большие требования к хозяйствующим субъектам в системе экономических взаимоотношений, и прежде всего в области управления своей деятельностью, что в конечном итоге предопределяет успех или неуспех фирмы. Эффективное и грамотное управление хозяйственной деятельностью предприятия является важнейшим условием достижения положительных экономических результатов, а соответственно, основой для привлечения инвестиций [1].

Поскольку главным резервом увеличения суммы прибыли для предприятия является снижение себестоимости продукции, то для определения резервов ее снижения предварительно на основе данных конкретного хозяйствующего субъекта спрогнозируем объем реализации (производства) продукции в натуральных единицах и выручки от реализации на основе данных табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для прогнозирования

Наименование показателя	*2010 год*	*2011 год*	*2012 год*
Объем реализации продукции, т	230	520	965
Сумма выручки от реализации продукции, тыс. руб.	32 298	55 891	96 520
Цена реализации 1 т продукции, тыс. руб.	140,4	107,5	100
Полная себестоимость реализованной продукции, тыс. руб.	32 147	55 863	94 519

Для выявления тренда динамики временного ряда объема реализации продукции в натуральных единицах используем аналитическое выравнивание (наиболее эффективный способ выявления тренда), причем уравнение ряда динамики выражается в виде функции $y_t = f(t)$, где t – время [2].

Для определения типа функции динамики объема производства необходимо построить график (см. рисунок). По графику можно наметить следующие функции: № 1: уравнение прямой $y_t = a_0 + a_1 t$; № 2: уравнение параболы $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$.

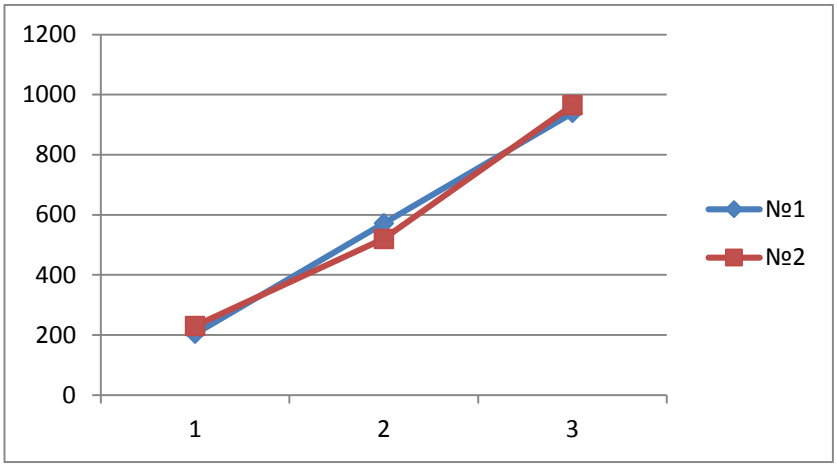
Для выбора наиболее адекватной из них следует осуществить сравнительный анализ тренда исходных данных способом перебора решений по намеченным математическим функциям. Для определения параметров математических функций при анализе тренда используется упрощенный способ отчета времени от условного начала при условии $\sum t_i = 0$.

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 14062 УДК 336.144.36
Костюченко О. А. Анализ математической модели объема производства продукции и прогнозирование выручки // Концепт. – 2014. – № 03 (март). – ART 14062. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14062.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Таблица 2

Данные для прогнозирования объема реализации (производства)

№ года (n)	*Год*	*Объем реализации (y_i), т*	*Темп роста цепной, %*	*Абсолютное изменение цепное, т*
1	2010	230	–	–
2	2011	520	226,1	290
3	2012	965	185,6	445
В среднем $n = 3$		$\sum y_i = 1715$, $y_i = 571{,}7$	$\sqrt{\frac{965}{230}} \times 100 = 204{,}8$	$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{965-230}{3-1} = 367{,}5$



Динамика объема реализации с 2010 по 2012 год

Для нечетных рядов условное обозначение для *t* следующее:

№ года	1	2	3
Условное обозначение	– 1	0	+ 1

Составим расчетную матрицу для определения математических функций при $\sum t_i = 0$, $\sum t_i^2$, $\sum t_i^4$ (табл. 3).

Таблица 3

Матрица определений параметров математических функций

№ года	*Условные обозначения t*			*y_i*	*$t_i y_i$*	*$t_i^2 y_i$*
	t_i	*t_i^2*	*t_i^4*			
1	-1	1	1	230	-230	230
2	0	0	0	520	0	0
3	+1	1	1	965	965	965
*	$\sum t_i = 0$	$\sum t_i = 2$	$\sum t_i = 2$	$\sum y_i = 1715$	$\sum t_i y_i = 735$	$\sum t_i^2 y_i = 1195$

По итоговым данным матрицы получаем для уравнения линейной функции $y_t = a_0 + a_1 t$:

$$a_0 = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1715}{3} = 571{,}7 \ \textit{тонн}; \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{\sum t_i y_i}{\sum t_i^2} = \frac{735}{2} = 367{,}5 \ \textit{тонн}. \quad (2)$$

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 14062 УДК 336.144.36
Костюченко О. А. Анализ математической модели объема производства продукции и прогнозирование выручки // Концепт. – 2014. – № 03 (март). – ART 14062. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14062.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

Синтезируем математическую модель тренда линейной функции: $y_t = 571{,}7 + 367{,}5t$.

Для каждого года определяем теоретические уровни тренда.

$$y_{t1} = 571{,}7 + 367{,}5 \times (-1) = 204{,}2 \quad \textit{тонн};$$

$$y_{t2} = 571{,}7 + 367{,}5 \times 0 = 571{,}7 \quad \textit{тонн};$$

$$y_{t3} = 571{,}7 + 367{,}5 \times 1 = 939{,}2 \quad \textit{тонн}.$$

Для уравнения второго порядка $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$:

$$a_0 = \frac{\sum t_i^4 \times \sum y_i - \sum t_i^2 \times \sum t_i^2 y_i}{n \times \sum t_i^4 - \left(\sum t_i^2\right)^2} = \frac{2 \times 1715 - 2 \times 1195}{3 \times 2 - 2^2} = 520 \ \textit{тонн}; \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{\sum t_i y_i}{\sum t_i^2} = \frac{735}{2} = 367{,}5 \ \textit{тонн}; \quad (4)$$

$$a_2 = \frac{n \sum t_i^2 y_i - \sum t_i^2 \times \sum y_i}{n \times \sum t_i^4 - \left(\sum t_i^2\right)^2} = \frac{3 \times 1195 - 2 \times 1715}{3 \times 2 - 2^2} = 77{,}5 \ \textit{тонн}. \quad (5)$$

Синтезируем математическую модель тренда параболы: $y_t = 520 + 367{,}5t + 77{,}5t^2$.

Для каждого года определяем теоретические уровни тренда.

$$y_{t1} = 520 + 367{,}5 \times (-1) + 77{,}5 \times (-1)^2 = 230 \quad \textit{тонн};$$

$$y_{t2} = 520 + 367{,}5 \times (0) + 77{,}5 \times (0)^2 = 520 \quad \textit{тонн};$$

$$y_{t3} = 520 + 367{,}5 \times 1 + 77{,}5 \times 1^2 = 965 \quad \textit{тонн}.$$

Для решения вопроса, какая из этих моделей является наиболее адекватной (объективной), сравниваются их стандартизированные ошибки аппроксимации.

Таблица 4

Матрица расчетных значений

№ года	t_i	y_i	Теоретические уровни по моделям		Отклонение теоретических уровней y_t от фактических y_i			
					№ 1		№ 2	
			№ 1	№ 2	$y_{ti} - y_i$	$(y_{ti} - y_i)^2$	$y_{ti} - y_i$	$(y_{ti} - y_i)^2$
1	– 1	230	204,2	230	– 25,8	665,64	0	0
2	0	520	571,7	520	51,7	2672,89	0	0
3	1	965	939,2	965	– 25,8	665,64	0	0
*	$\sum t_i = 0$	$\sum y_i = 1715$	1715	1715	*	4004,17	*	0

Для уравнения прямой (№ 1) стандартная ошибка аппроксимации равна:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{\sum\left(y_{t_i} - y_i\right)}{n}} = \sqrt{\frac{4004{,}17}{3}} \pm 36{,}5.$$

Для уравнения второго порядка (№ 2) стандартная ошибка аппроксимации равна:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{\sum\left(y_{t_i} - y_i\right)}{n}} = \sqrt{\frac{0}{3}} = 0.$$

Из сравнения полученных значений σ_{yt} следует, что по критерию минимального предпочтения следует отдать трендовой модели № 2 $y_t = 520 + 367{,}5t + 77{,}5t^2$, синтезированной на основе уравнения параболы второго порядка $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$.

Используя данную трендовую модель, рассчитаем объем реализации (производства) в натуральных единицах на будущий период при $t = 2$ (следующий за 1).

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал
ART 14062 УДК 336.144.36
Костюченко О. А. Анализ математической модели объема производства продукции и прогнозирование выручки // Концепт. – 2014. – № 03 (март). – ART 14062. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14062.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

$$y_{t2} = 520 + 367{,}5 \times 2 + 77{,}5 \times 2^2 = 1565 \quad \textit{тонн}.$$

Далее следует спрогнозировать сумму выручки реализации исходя из прогнозного объема реализации в натуральных единицах на следующий период. Для этого необходимо определить зависимость выручки от объема реализации в натуральных величинах.

При статистическом изучении связи показателей коммерческой деятельности нередко постулируется прямолинейная форма зависимости между признаками x и y:

$$y_x = a_o + a_1 x \tag{6}$$

Для определения параметров уравнения (6) на основе требований методом наименьших квадратов, составляется система нормальных уравнений [3]:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y \\ a_0\,\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy\,, \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} 3a_0 + 1\,715\,a_1 = 184\,709, \\ 1\,715a_0 + 1\,254\,525a_1 = 129\,633\,660, \end{cases}$$

Для решения системы применяется способ определителей:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{184709 \times 1254525 - 129633660 \times 1715}{3 \times 1254525 - 1715^2} = 11431{,}1 \ \textit{тыс. руб.}$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{3 \times 129633660 - 1715 \times 184709}{3 \times 1254525 - 1715^2} = 87{,}71 \ \textit{тыс. руб.}$$

Синтезируем математическую модель линейной связи между объемом реализации (производства) в натуральных единицах и выручкой: $y_x = 11\,431{,}1 + 87{,}71x$.

Для получения выводов о практической значимости синтезированной в анализе модели показаниям тесноты связи дается качественная оценка. Это осуществляется на основе шкалы Чеддока (табл. 5).

Таблица 5

Шкала Чеддока

Показания тесноты связи	До |±0,1|	|±0,1| – |±0,3|	|±0,3| – |±0,5|	|±0,5| – |±0,7|	|±0,7| – |±0,9|	|±0,9| – |±0,99|
Характеристика силы связи	Практически отсутствует	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая

Определим линейный коэффициент корреляционной связи:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left(n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right) \times \left(n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right)}} = \\ = \frac{3 \times 129633660 - 1715 \times 184709}{\sqrt{\left(3 \times 1254525 - 1715^2\right) \times \left(3 \times 13483075085 - 184709^2\right)}} = 0{,}99. \tag{8}$$

По шкале Чеддока зависимость результативного признака y от факторного x является весьма высокой, связь по знаку прямая. Это означает, что более половины общей вариации результативного признака y объясняется влиянием изучаемого фактора *x*. Последнее позволяет считать оправданным применение метода функционального анализа для изучения корреляционной связи, а синтезированная при этом математическая модель признается пригодной для практического использования [4].

Рассчитаем на основе полученной модели взаимосвязи размер прогнозной выручки на основе прогнозного объема реализации (производства) продукции:

$$y_x = 11431{,}1 + 87{,}71 \times 1565 = 148\,697 \textit{ тыс. руб.}$$

Исходя из выручки и объема реализации (производства) в натуральных единицах рассчитаем прогнозную цену реализации:

$$Ц_р = \frac{148697}{1565} = 95 \textit{ тыс.руб.}$$

Сравним полученные данные с исходными данными (табл. 6).

Таблица 6

Сравнение полученных данных с исходными

Наименование показателя	*2010 год*	*2011 год*	*2012 год*	*2013 год*
Объем реализации продукции, т	230	520	965	1565
Сумма выручки от реализации продукции, тыс. руб.	32 298	55 891	96 520	148 697
Цена реализации 1 т продукции, тыс. руб.	140,4	107,5	100	95
Полная себестоимость реализованной продукции, тыс. руб.	32 147	55 863	94 519	–

Прогнозируемая цена за единицу продукции снижается в динамике. Поэтому необходимо проверить, не является ли данная цена ниже ее критического уровня (такой уровень, при котором цена будет равна себестоимости единицы продукции, а прибыль и рентабельность – нулю). Установление цены ниже этого уровня невыгодно для предприятия, так как в результате будет получен убыток.

Таким образом, наши исследования действительно показали, что увеличение суммы прибыли для предприятия приводит к снижению себестоимости продукции. Поэтому предприятие будет иметь экономический успех на рынке. Инвестиции, вложенные в такие предприятия, принесут прибыль, что влечет за собой развитие рыночных отношений, основанных на частной собственности.

Ссылки на источники

1. Коломыц О. Н., Попов М. Н. Оценка инвестиционной привлекательности муниципального образования по критерию лучшего результата // Экономика и предпринимательство. – 2013. – № 9. – С. 172–175.
2. Ионин В. Г. Статистика: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Инфра-М, 2006. – 384 с.
3. Коломыц О. Н. Использование методов экономико-математического моделирования при формировании и использовании оборотных активов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2013. – № 8. – С.106–111.
4. Попов М. Н., Попова Л. Н. Выбор наиболее рациональных способов расчета с покупателями // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – № 11 (ноябрь). – ART 13214. – URL: http://e-koncept.ru/2013/13214.htm.

КОНЦЕПТ
научно-методический электронный журнал

Костюченко О. А. Анализ математической модели объема производства продукции и прогнозирование выручки // Концепт. – 2014. – № 03 (март). – ART 14062. – 0,3 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14062.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77-49965. – ISSN 2304-120X.

ART 14062 **УДК 336.144.36**

ISSN 2304-120X

Olga Kostyuchenko,
lecturer of the chair of social disciplines and Humanities, a branch of Federal state educational institution of the Kuban state University, Tikhoretsk
sun8888s@mail.ru

Analysis of the mathematical model of the volume of production products and revenue forecasting

Abstract. The article presents an analysis of the trend dynamics of the time series of the volume of realization of production of the products. The resulting forecast needed dim in the management of production activities for successful competition on the market.

Key words: development of market relations, the dynamics of a time-series scale Cheddok, mathematical model of the trend.
References: 1–4 – Russian Sources.

Рекомендовано к публикации:
Горевым П. М., кандидатом педагогических наук, главным редактором журнала «Концепт»; Утемовым В. В., кандидатом педагогических наук