

## Дидактический потенциал цифровой математической среды Teacher Desmos в высшем образовании

## The didactic potential of Teacher Desmos digital mathematical environment in higher education

### Авторы статьи

**Самарина Анна Евгеньевна**,  
кандидат педагогических наук, доцент кафедры ин-  
формационных и образовательных технологий  
ФГБОУ ВО «Смоленский государственный универси-  
тет», г. Смоленск, Российская Федерация  
a.e.samarina@gmail.com  
ORCID: 0000-0002-5081-3064

**Бояринов Дмитрий Анатольевич**,  
кандидат педагогических наук, доцент кафедры ана-  
литических и цифровых технологий ФГБОУ ВО «Смо-  
ленский государственный университет», г. Смоленск,  
Российская Федерация  
dmboyarinov@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-0462-8319

### Authors of the article

**Anna E. Samarina**,  
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, De-  
partment of Information and Educational Technologies,  
Smolensk State University, Smolensk, Russian Federation  
a.e.samarina@gmail.com  
ORCID: 0000-0002-5081-3064

**Dmitry A. Boyarinov**,  
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,  
Department of Analytical and Digital Technologies, Smo-  
lensk State University, Smolensk, Russian Federation  
dmboyarinov@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-0462-8319

### Конфликт интересов

Конфликт интересов не указан

### Conflict of interest statement

Conflict of interest is not declared

### Для цитирования

Самарина А. Е., Бояринов Д. А. Дидактический потенциал цифровой математической среды Teacher Desmos в высшем образовании // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2022. – № 12. – С. 1–21. – URL: <http://e-koncept.ru/2022/221082.htm>. DOI: 10.24412/2304-120X-2022-11082

### For citation

A. E. Samarina, D. A. Boyarinov, The didactic potential of Teacher Desmos digital mathematical environment in higher education // Scientific-methodological electronic journal «Concept». – 2022. – No. 12. – P. 1–21. – URL: <http://e-koncept.ru/2022/211082.htm>. DOI: 10.24412/2304-120X-2022-11082

Поступила в редакцию <i>Received</i>	18.09.22	Получена положительная рецензия <i>Received a positive review</i>	31.10.22
Принята к публикации <i>Accepted for publication</i>	31.10.22	Опубликована <i>Published</i>	30.12.22



## Аннотация

В настоящее время происходит кардинальное изменение парадигмы образования. Оно сопряжено с повсеместным внедрением цифровых образовательных платформ как ведущей среды обучения. Изменение парадигмы входит в противоречие с ограниченной степенью погружения обучающихся в учебную деятельность и недостаточным взаимодействием с преподавателями в условиях использования цифровых инструментов. В данном контексте авторами представлено исследование, целью которого является поиск путей преодоления отмеченных проблем на примере конкретного цифрового инструмента – среды Teacher Desmos. Задачей исследования является анализ дидактического потенциала среды Teacher Desmos: определение областей применимости в математическом образовании, особенностей использования при преподавании определенных разделов математики, сценариев и методов применения в учебном процессе. Предлагаемый подход состоит в выявлении у современных цифровых инструментов в обучении математике определенных дидактических свойств. Эти свойства позволяют повысить степень погружения обучающихся в учебный материал и интенсифицировать взаимодействие с преподавателями. Также необходима разработка соответствующих сценариев интеграции цифровых инструментов в учебный процесс. На основе обзора отечественных и зарубежных исследований, посвященных цифровым инструментам в математике, анализируется дидактический потенциал цифровой математической среды Teacher Desmos. Рассматривается функционал всех основных компонентов цифровой математической среды Teacher Desmos: графического, научного и матричного калькуляторов. Анализируются возможности калькулятора Teacher Desmos при изучении различных разделов математики. К этим разделам относятся линейная алгебра, геометрия, основы математического анализа, статистика. Анализируются возможности использования Teacher Desmos в иллюстративных и вычислительных целях для проверки и решения задач. Исследуются возможности создания и использования математических моделей и симуляций, созданных в Desmos, при изучении дисциплин естественно-научного профиля. Рассматривается возможность интеграции созданных апплетов и моделей в существующие системы управления обучением, например LMS Moodle. Анализируются геометрические инструменты среды Teacher Desmos и встроенные возможности организации обратной связи. Предлагаются сценарии использования среды Teacher Desmos в высшем образовании. Эти сценарии направлены на повышение степени погружения обучающихся в учебный материал и интенсификацию взаимодействия с преподавателями. Теоретическая значимость исследования состоит в том, что проведен анализ дидактического потенциала цифровой математической среды Teacher Desmos и предложены сценарии её интеграции в учебный процесс. Практическая значимость исследования состоит в том, что интеграция предлагаемых сценариев в процесс обучения математике в рамках современного информационного образовательного пространства позволит увеличить степень вовлеченности обучающегося в учебную деятельность и интенсифицировать взаимодействие преподавателя и обучаемого.

## Ключевые слова

высшее образование, обучение математике, цифровые образовательные платформы, информационное образовательное пространство, интерактивные ресурсы, Teacher Desmos

## Abstract

Currently, there is a fundamental change in the educational paradigm. It is associated with the widespread introduction of digital educational platforms as the leading learning environment. The paradigm change is in conflict with the limited degree of students' immersion in learning activities and insufficient level of their interaction with teachers in the context of the use of digital tools. Therefore, the authors present a study, the purpose of which is to find ways to overcome the noted problems using the example of a specific digital tool – the Teacher Desmos environment. The objective of the study is to analyze the didactic potential of the Teacher Desmos environment: to determine the areas of applicability in mathematics education, the peculiarities of using it in teaching certain sections of mathematics, scenarios and methods of application in the educational process. The proposed approach consists in identifying certain didactic properties of modern digital tools in teaching mathematics. These properties make it possible to increase the degree of immersion of students in the educational material and intensify their interaction with teachers. It is also necessary to develop appropriate scenarios for integrating digital tools into the learning process. The review of domestic and foreign studies on digital tools in mathematics is given in the article. The functionality of all the main components of the Teacher Desmos is considered: graphical, scientific and matrix calculators. The potential of the Teacher Desmos calculator in learning various branches of mathematics are analyzed. These sections include linear algebra, geometry, fundamentals of mathematical analysis, and statistics. The potential of using Teacher Desmos for illustrative and computational purposes, for checking and solving problems are analyzed. The possibilities of making and using mathematical models and simulations created in Desmos in the study of natural science disciplines are examined in the article. The possibility of integrating the created applets and models into existing learning management systems, such as LMS Moodle, is considered. The geometric tools of the Teacher Desmos environment and the built-in possibilities for organizing feedback are analyzed. Scenarios for using the Teacher Desmos in higher education are proposed in the article. These scenarios are aimed at increasing the degree of immersion of students in the educational material and intensifying their interaction with teachers. The theoretical significance of the study lies in the fact that the analysis of the didactic potential of the digital mathematical environment Teacher Desmos was made and scenarios for its integration into the educational process were proposed. The practical significance of the study lies in the fact that the integration of the proposed scenarios into the process of teaching mathematics within the modern information educational environment will increase the degree of students' involvement in learning activities and intensify the interaction between the teacher and the student.

## Key words

higher education, teaching mathematics, digital educational platforms, educational information environment, interactive resources, Teacher Desmos

**Благодарности**

Авторы выражают благодарность коллективам кафедр аналитических и цифровых технологий и информационных и образовательных технологий СмолГУ за созданную атмосферу совместного научного поиска и сотрудничества.

**Acknowledgements**

The authors express their gratitude to the staff of the Departments of Analytical and Digital Technologies and Information and Educational Technologies of Smolensk State University for creating an atmosphere of joint scientific research and cooperation.

**Введение / Introduction**

Процессы информатизации образования, развивающиеся на протяжении нескольких десятилетий, получили в последние годы значительное ускорение. Можно констатировать, что к настоящему моменту произошло изменение парадигмы образования [1], сопряженное с повсеместным внедрением цифровых образовательных платформ как ведущей среды обучения.

Происходящие перемены, несмотря на высокую динамику и иногда вынужденный характер, сопровождаются определёнными положительными тенденциями. Г. Р. Мухамедова отмечает потенциал для развития и одновременно большую актуальность в новых условиях некоторых идей, относящихся к педагогике сотрудничества [2]. Многие исследователи указывают, что использование цифровых образовательных платформ создаёт предпосылки для формирования единого коммуникативного пространства, объединяющего обучающихся и преподавателей. К числу таких исследователей относятся, в частности, Д. И. Зулпукарова [3], Х. Ш. Рустамов [4], С. В. Панюкова [5]. Однако наличие предпосылок ещё не означает автоматическую реализацию соответствующих возможностей.

Накопленный к настоящему моменту опыт осмысления протекающих в сфере образования процессов приводит многих исследователей к выводу об определённых проблемах, характеризующих сложившуюся ситуацию. Так, И. Думанис с соавторами в качестве основного вызова отмечают «ограниченную степень погружения» обучающегося в учебный процесс [6]. Похожим образом Т. Ойедотун указывает на значительное снижение уровня вовлечённости студентов и преподавателей во все формы совместной деятельности в новых условиях. Также Т. Ойедотун в качестве одной из главных проблем отмечает “course delivery problems” (проблемы доведения учебного материала до обучающегося) и указывает на сокращение возможностей мониторинга и контроля хода и результатов учебного процесса преподавателем [7]. Можно констатировать наличие проблемы вовлечения и «погружения» обучающихся в учебный процесс в условиях применения цифровых образовательных платформ. В полной мере эта проблема относится и к сфере математического образования. Так как процессы цифровизации являются в настоящее время объективной тенденцией, то естественно ставить вопрос о поиске таких форм и, в более узком смысле, таких цифровых инструментов, которые позволили бы компенсировать отмеченную проблему. Заметим, что некоторые авторы указывают на принципиальную возможность положительного решения поставленного вопроса. Так, Е. Хейдари с соавторами полагают, что при обучении на основе современных цифровых образовательных платформ при определённых условиях можно повысить степень вовлечённости обучающихся в учебный процесс [8]. Мы в своём исследовании также ранее отмечали подобную возможность [9].

Мы рассмотрим проблему подбора цифровых инструментов дидактического назначения применительно к обучению математике.

**Обзор литературы / Literature review**

Проблема использования цифровых инструментов в обучении математике в настоящее время относится к числу разработанных в достаточно полной степени. При этом присутствуют как работы общетеоретического плана, так и исследования дидактического потенциала конкретных программных продуктов и сред. Необходимо отметить, что цифровые инструменты, используемые в учебном процессе (в том числе в обучении математике), можно разделить на две большие группы [10]. В первую группу входят инструменты, изначально разработанные с дидактическими целями; ко второй группе относятся весьма многочисленные цифровые среды и платформы, не имеющие дидактического назначения (социальные сети, облачные сервисы и т. п.) [11].

П. Дрийверс [12] указывает на значительный потенциал цифровых инструментов применительно к стимулированию обучающихся в предметной области математики. Он строит развитую таксономию цифровых инструментов в обучении математике.

К первому классу в рамках рассматриваемой таксономии относится «математическая характеристика» цифрового инструмента. При этом функционал цифрового инструмента отражает структуру математики как науки и как учебного предмета. Соответственно, можно выделять цифровые инструменты, предназначенные для алгебраических операций, построения графиков, осуществления вычислительных процедур, решения геометрических задач и т. д. П. Дрийверс отмечает, что традиционные разделы математики (к которым он относит теорию чисел, статистику, алгебру, геометрию, анализ) могут служить основаниями для построения классификации цифровых инструментов в математике [13]. При этом могут существовать инструменты, которые своим функционалом охватывают более одной области.

Ко второму классу относится «дидактический функционал» цифрового инструмента. По мнению П. Дрийверса, это основание является более сложным для построения классификации, так как дидактический функционал определяется не только самим цифровым инструментом как «вещью в себе», но и зависит от типа решаемых задач и способа внедрения цифрового инструмента в учебный процесс. При этом категории в этой таксономии дидактической функциональности не исключают друг друга, возможно отнесение конкретного цифрового инструмента одновременно к нескольким категориям [14].

На основании поддерживаемых дидактических функций П. Дрийверс предлагает выделить несколько классов цифровых инструментов, рассмотрим некоторые из них.

Первая дидактическая функция – «поддержка математической активности». В данном случае речь идёт о поддержке («аутсорсинге») деятельности учащегося в процессе выполнения учебных математических заданий. Цифровой инструмент при этом обеспечит выполнение «рутинных», хорошо алгоритмизируемых операций, таким образом способствуя «сохранению энергии» обучающихся для выполнения сложных, творческих заданий.

Вторая дидактическая функция – «отработка математических навыков». В рамках этой функции цифровые инструменты могут предлагать многочисленные варианты однотипных заданий и рандомизацию задач, а также автоматизированную и интеллектуальную обратную связь. При этом цифровые инструменты формируют личностно ориентированную среду, в которой обучающийся может «безопасно ошибаться» и учиться на собственном опыте.

Третья дидактическая функция – «разработка концепций». В рамках данной функции предполагается использование цифрового инструмента для организации учебных ситуаций, которые приводят обучающегося к выявлению и описанию новых понятий. П. Дрииверс отмечает, что эту функцию можно рассматривать как функцию более высокого порядка, так как она предполагает выполнение обучающимися концептуализации изучаемого материала [15]. Он также указывает, что во многих случаях дидактическая функция «разработка концепций» опирается на функцию «поддержки математической активности» [16]. При этом дидактическая функция цифрового инструмента является всего лишь одним из свойств инструмента и зависит от типа учебных заданий и активности учащихся.

П. Дрииверс отмечает сложный характер взаимодействия между «инструментом» и собственно математической деятельностью, в том числе учебной. Возможны два подхода: «инструментальный» и т. н. «вовлеченный». Согласно «инструментальному» подходу цифровые инструменты рассматриваются как всего лишь «объективные» математические помощники, которые помогают нам выполнять учебные задачи: их использование в определённой степени сводит решение математических задач к нажатию кнопок и как таковое упрощает учебную деятельность, исключая из неё «рутинные», «механические» операции. Очевидно, что цифровые инструменты не являются полностью «нейтральными», они обладают своими возможностями и ограничениями и в соответствии с этим влияют на действия пользователя. Соответственно, актуальным является и «вовлеченный» подход. В соответствии с этим подходом акцент ставится на «сенсомоторных схемах, на телесных переживаниях, на основных математических идеях» [17]. «Вовлеченный» подход сконцентрирован на когнитивных аспектах взаимодействия обучающегося с цифровой средой и, соответственно, влиянии этой среды на когнитивные процессы. При этом П. Дрииверс призывает не противопоставлять эти подходы, но исследовать ситуации, возникающие на их стыке.

Таким образом, можно констатировать наличие достаточно развитой и проработанной таксономии цифровых инструментов в обучении математике, позволяющей описывать и анализировать их функционал и роль в учебном процессе.

Анализируя взгляды современных авторов на возможности и ограничения, присущие современным цифровым инструментам в обучении математике, можно отметить определённое сходство оценок, приводимых в различных исследованиях.

Е. В. Суходолова и Е. А. Панарина отмечают особую значимость визуализации учебного материала как средства «обеспечения основного дидактического принципа в обучении математике – принципа наглядности» [19]. Отметим, что в рассматриваемом исследовании анализировались особенности преподавания математики средствами GeoGebra и социальных сетей (материалы созданного авторами курса были размещены в специально созданной группе социальной сети «ВКонтакте»).

М. С. Абдулазиз анализирует применение систем компьютерной алгебры (CAS), такие как Mathematica, Maple, MuPAD, MathCAD, Derive и Maxima [20]. Он отмечает потенциал цифровых инструментов в повышении качества обучения.

О. Виберг, А. Грёнлунд и А. Андерсон в качестве ведущего условия эффективного использования цифровых инструментов в обучении математике выделяют высокий уровень активности в использовании соответствующего инструмента самим преподавателем и особое внимание, уделяемое организации социального взаимодействия [21]. Несоблюдение этого требования приводит к тому, что преподаватели «не отслеживают и не анализируют способы использования учащимися» соответствующих цифровых ресурсов несмотря на то, что функционал используемых цифровых ресурсов даёт им такую возможность.

Они также отмечают, что преподавателям необходимо уделять особое внимание интеграции технологий в учебную программу и созданию информационной среды для «поощрения совместной практики» с обучающимися. Для этого необходимо, в частности, проектировать учебные ситуации, включающие сотрудничество и взаимное обучение, в том числе основанное на взаимодействии «обучающиеся – обучающиеся» и «преподаватель – обучающиеся».

П. Дрийверс установил, что эффективное использование цифровых технологий и инструментов в математическом образовании основывается на трёх критических факторах [22]:

- проектирование технологии обучения, разработка структуры учебной деятельности и постановка дидактических задач;
- выполнение преподавателем своих функций;
- «образовательный контекст».

П. Дрийверс особо выделял «сложность [используемого] компьютерного алгебраического инструмента» как одно из основных препятствий к эффективному применению цифровых образовательных платформ в математическом образовании [23].

А. И. Сакристан среди достоинств цифровых образовательных платформ в математическом образовании отмечала «лёгкость визуализации» математических объектов и отношений [24]. В качестве недостатков, выявившихся в процессе практического использования, она отметила «игнорирование назначения или потенциала» используемых дидактических инструментов.

С. Йео выделяет три аспекта применения цифровых инструментов в обучении математике [25].

Первый аспект – «микромир». В рамках первого аспекта рассматривается среда, которую конструируют обучающиеся в процессе учебной деятельности.

Второй аспект – «инструментальный». В рамках второго аспекта анализируются изменения, которые обучающийся вносит в используемый цифровой инструмент.

Третий аспект – «семиотический». В рамках третьего аспекта рассматривается процесс опосредования «математического понимания» обучающихся применяемым цифровым инструментом.

А. Кларк-Вильсон с соавторами в качестве условия эффективности использования цифровых инструментов в обучении математике выделяют акцент на математическом моделировании, инструментом которого и выступает цифровая среда [26]. В качестве одного из основных барьеров они отмечают устоявшееся и распространённое в педагогической среде представление о том, что цифровые инструменты в обучении математике являются только «дополнением».

Г. Р. Мухамедова выделяет в качестве главного условия эффективного применения современных цифровых инструментов обучения «сотрудничество и общение» преподавателя и обучаемого [27]. Мы полагаем, что оптимальной будет ситуация, в которой в качестве среды «сотрудничества и общения» будет выступать непосредственно цифровая образовательная платформа или отдельные её компоненты [28].

А. Семёнов и С. Поликарпов в своём исследовании направлений использования цифровых инструментов в обучении математике выделяют следующие основные направления [29]:

- проведение учебных экспериментов;
- визуализация данных, соотношений и закономерностей;
- анализ данных;
- алгебраические преобразования и расчеты.

Применительно к предметной области геометрии они отметили большой потенциал «динамической геометрии» для организации и осуществления экспериментальной учебной деятельности. Отметим, что одним из эффективных инструментов визуализации соотношений и закономерностей являются образовательные карты [30].

Д. И. Зулпукарова отмечает большой потенциал современных цифровых инструментов в организации самостоятельной работы обучающихся и особо указывает на возможности, предоставляемые такими инструментами, для организации совместной деятельности обучающихся и преподавателей [31].

А. С. Гребенкина применительно к достаточно узкой предметной области (обучение математике будущих инженеров гражданской защиты) указывает на возможности визуализации изучаемых в ходе учебной деятельности понятий, законов и соотношений как основного достоинства современных цифровых инструментов [32].

Х. Ш. Рустамов [33], М. С. Алабдулазиз [34] и С. В. Панюкова [35] в своих исследованиях также отмечают значительный потенциал цифровых образовательных платформ как коммуникативной среды для обучающихся и преподавателей.

Наряду с исследованиями, посвященными анализу использования цифровых образовательных платформ как в образовании в целом, так и в математическом образовании в частности, современная педагогическая наука содержит существенный объем знаний, относящихся к опыту использования конкретных образовательных платформ. Для отечественного образования в настоящее время в большей степени актуально использование отечественных же платформ, поэтому сначала рассмотрим их.

Среди российских цифровых платформ для обучения можно условно выделить несколько групп.

Централизованные системы – создаваемые под руководством органов управления образованием, например МЭШ (московская электронная школа), РЭШ (Российская электронная школа). В подобных системах создаваемые задания проходят экспертную проверку и затем размещаются на платформе для общего доступа.

Ряд онлайн-платформ предоставляет образовательный контент на бесплатной основе, имеет возможность для учителя выбирать задания из имеющейся библиотеки и назначать их ученикам. Среди таких платформ можно отметить Яндекс.Учебник, Учи.ру, Якласс, Skysmart. Некоторые из них были весьма востребованы в период пандемии и получили значительное развитие за это время, пополнили базу заданий, расширили список учебных предметов.

В качестве достоинств таких систем можно отметить наличие библиотеки заданий по математике, информатике и некоторым естественно-научным дисциплинам, качественное визуальное оформление, удобные возможности для назначения заданий учащимся и автоматизированной проверки выполнения.

Однако существенными недостатками в использовании подобных сервисов для высшего математического образования являются:

1. Ориентация на школьный уровень преподавания математики, задания для высшей школы отсутствуют.
2. Наличие только заданий закрытого типа – множественный выбор и краткий ответ.
3. Отсутствие или весьма ограниченные возможности создавать собственные задания.
4. Отсутствие специфических математических инструментов – встроенных средств построения графиков и чертежей, редактора математических формул.

Можно также отметить российскую программу динамической математики «Математический конструктор» (1С). Она включает ряд виртуальных лабораторий: пла-

ниметрия, стереометрия, теория вероятностей, графики функций. Лаборатории содержат интерактивные модели по описанным разделам, ряд готовых уроков и учебных материалов, могут применяться в качестве учебных иллюстраций и симуляций. Стоит отметить, однако довольно сложный интерфейс этого математического калькулятора, отсутствие средств создания учебных заданий для обучающихся, т. е. полноценной цифровой средой его назвать нельзя. Такие качества, вероятно, явились причиной его малой распространенности.

Заметим, что наряду с платформами отечественной разработки присутствует также и одна платформа иностранного происхождения, обладающая весьма перспективными, на наш взгляд, возможностями. Весьма популярной, но пока недооцененной средой в обучении математике является сервис Desmos. Этот сервис уже несколько лет с успехом используется некоторыми учителями в обучении математике в школе, однако в высших учебных заведениях пока его потенциал мало востребован.

Сервис Desmos аккумулирует ряд математических и дидактических инструментов, объединенных общей идеей. Основой сервиса является графический калькулятор, реализованный как приложение для браузера, а также как мобильное приложение на языке JavaScript.

Графический калькулятор Desmos имеет весьма широкие возможности построения графиков и выполнения вычислений. Калькулятор позволяет строить и исследовать графики математических функций и уравнений, вводить ограничения по переменным, добавлять в уравнения параметры и исследовать их влияние на поведение графика, что делает его прекрасным инструментом при изучении алгебры, математического и функционального анализа.

Калькулятор Desmos позволяет работать с неопределенными величинами, превращая их в параметры. Пользователь может вручную изменять значение параметра, передвигая слайдеры, и наблюдать за изменениями в графиках, производимыми при изменении значений влияющих величин [36].

Возможности калькулятора Desmos используются иногда при изучении математики в высших и средних образовательных учреждениях при решении отдельных видов задач [37, 38]. Однако стоит отметить, что его потенциал используется пока не в полной мере. Описанные возможности среды Desmos удобны для использования в рамках сценариев дистанционного и смешанного обучения, некоторые из них успешно использовались во время пандемии 2020 года [39].

По возможностям геометрических и алгебраических инструментов и интерфейсу калькулятор Desmos имеет значительное сходство с весьма популярной математической программой Geogebra, но несколько проще в работе и имеет только онлайн-версию. Сайт Desmos имеет русскоязычный интерфейс, за исключением раздела геометрических инструментов, где все команды и инструменты пока имеют только английские названия, что, безусловно, требует знания языка на базовом уровне.

Таким образом, среда Teacher Desmos, входящая в обобщенную категорию «различные информационные ресурсы дидактического назначения» [40], обладает значительными возможностями применительно к различным сценариям обучения.

Проведенный нами обзор современных педагогических исследований в области применения цифровых образовательных платформ в математическом обучении позволяет сделать ряд выводов.

1. Необходимость использования цифровых образовательных платформ в математическом образовании осознаётся всеми исследователями.

2. В целом к настоящему времени в педагогической теории сформировалась достаточно устойчивая система взглядов на преимущества и недостатки, присущие цифровым образовательным платформам. К недостаткам относятся, в частности, ограниченная степень погружения обучающихся в учебную деятельность и недостаточное взаимодействие с преподавателями. Соответственно, актуальным является поиск путей преодоления отмеченных недостатков в рамках существующих цифровых инструментов.

3. Многие исследователи отмечают значительный дидактический потенциал, присущий современным цифровым образовательным платформам, в том числе применительно к обучению математике. Можно констатировать наличие определённых теоретических предпосылок для выявления дидактических свойств цифровых инструментов, позволяющих компенсировать или даже полностью снять отмеченные выше недостатки.

Проведенное теоретическое исследование позволяет сделать вывод о наличии определённых проблем (ограниченная степень погружения обучающихся в учебную деятельность и недостаточное взаимодействие с преподавателями), связанных с использованием цифровых образовательных платформ в учебном процессе, и предпосылок к решению этих проблем, лежащих в области дидактических свойств, присущих таким инструментам. Выявление таких свойств, определение областей применимости в математическом образовании, особенностей использования при преподавании определенных разделов математики, сценариев и методов применения в учебном процессе применительно к конкретному цифровому инструменту – среде Teacher Desmos – и составляет содержание следующей части нашего исследования.

### **Методологическая база исследования / Methodological base of the research**

Методологическую базу исследования составили теоретические и эмпирические методы. Использованы были комплексные аналитико-синтетические теоретические методы, методы сравнения, обобщения и систематизации. Авторами были изучены и проанализированы педагогические исследования в области цифровых инструментов в математическом образовании.

К использованным в исследовании методам относились наблюдение, изучение и обобщение опыта использования цифровых инструментов в математическом образовании, опросные методы.

В 2021 и 2022 годах среди студентов физико-математического факультета Смоленского государственного университета (г. Смоленск) по направлению «Педагогическое образование» (профиль Математика, Информатика), а также магистрантов по направлению «Педагогическое образование» были проведены опросы по выяснению мнений о дидактических качествах цифровых сред для обучения математике.

Первая группа студентов (2021 год, 11 человек) в ходе одного из учебных курсов (САПР учителя) изучала различные цифровые среды, удобные для обучения математике (Geogebra, Teacher Desmos, Wizer и пр.). По завершении курса был проведен опрос по выяснению мнений о дидактических качествах упомянутых сред.

Второй группе опрошенных – студентов, магистрантов по направлению «Педагогическое образование» (2022 год, 68 человек) – было предложено указать качества цифровых сред, которые они считают наиболее важными и востребованными педагогами при обучении математике. Всего в опросах приняли участие 79 человек.

## Результаты исследования / Research results

Рассмотрим основные дидактические качества этого сервиса Desmos.

Сервис использует ряд встроенных математических функций:

- тригонометрические и обратные тригонометрические функции;
- статистические функции и инструменты статистического анализа;
- инструменты математического анализа для дифференцирования и интегрирования, подсчета сумм и произведений;
- инструменты работы со списками и таблицами для анализа данных и ряд сопутствующих компонентов.

Кроме описанного графического калькулятора, сервис Desmos включает также научный и матричный калькуляторы. Матричный калькулятор, например, позволяет задавать матрицы произвольных размеров и выполнять основные операции над ними. Эти инструменты превращают Desmos в простейший аналог систем компьютерной математики, не требующий установки при работе онлайн, доступный и легкий в использовании даже студентами нематематических специальностей.

Заслуживает отдельного внимания раздел геометрических инструментов Desmos.

В этом разделе присутствуют все основные инструменты для проведения геометрических построений (Construct) и преобразований (Transform). Desmos позволяет строить точки, прямые, отрезки, лучи, окружности и дуги, работать с векторами и многоугольниками, проводить измерения углов, длин и площадей. Интересен инструмент Compass – виртуальный аналог циркуля, позволяющий решать задачи на построение в данной виртуальной среде в противовес традиционной работе в тетради.

Графический калькулятор Desmos является, в свою очередь, одним из важнейших инструментов цифровой математической среды Teacher Desmos.

Среда Teacher Desmos позволяет преподавателю создавать интерактивные задания для учащихся, а учащимся – выполнять такие задания онлайн.

Интерактивные задания в сервисе Teacher Desmos называют активностями (от англ. activity). Каждая активность представляет собой набор слайдов, содержащих учебные материалы и задания. Преподаватель может создавать активности средствами встроенного онлайн-редактора и публиковать их на сайте, а также использовать большую библиотеку готовых активностей, разработанных создателями сервиса и преподавателями всего мира. Учащиеся получают доступ к активности по ссылке, созданной преподавателем, и выполняют назначенные задания.

Редактор активностей среды Teacher Desmos русифицирован, интуитивно понятен и позволяет преподавателю использовать на слайдах разнообразные виды компонентов, наиболее интересным из которых является компонент «график». Он позволяет встроить на слайд любые графики и чертежи, созданные в калькуляторе Desmos, в том числе интерактивного характера.

Кроме этого поддерживаются следующие компоненты:

- текстовые пояснения с применением встроенного редактора математических формул, поддерживающего нотацию LATEX;
- картинки и видеофрагменты (объемом до 100 Мб), что позволяет встраивать чертежи и видеоуроки;
- компонент «Эскиз» позволяет добавить поле с графиком или рисунком в качестве фона, поверх которого студент инструментами графического редактора может добавлять записи и/или проводить построения;

– компонент «Таблица» позволяет вывести данные в табличном виде, а также предоставить студенту возможность заполнить пустые ячейки в качестве задания.

Кроме этого можно добавлять задания нескольких типов:

- задания на множественный выбор с одним или несколькими правильными вариантами, причем в качестве ответов могут быть заданы формулы, графики и картинки;
- задание на установление порядка действий, элементов и пр.;
- задание с вводом развернутого ответа, в том числе с использованием редактора формул;
- задания на классификацию (сортировка карточек). В качестве содержимого также можно использовать формулы, графики, картинки и текст.

В ряде заданий, в частности тестового характера, возможна настройка автоматической проверки правильности заданий. Кроме того, следует отметить наличие широких возможностей геймификации при создании заданий.

Сервис Teacher Desmos постоянно развивается и дорабатывается. Из последних обновлений стоит упомянуть интеграцию с сайтом математических интерактивных моделей Mathigon. В редакторе Teacher Desmos появился новый компонент Polypad, который позволяет встраивать на слайды:

- иллюстрации с геометрическими фигурами: многоугольниками, многогранниками (с возможностью вращения и просмотра разверток);
- инструменты для изучения теории вероятностей – компоненты для моделирования случайных событий;
- инструменты для построения логических схем при изучении основ информатики; а также множество игровых элементов, позволяющих разнообразить изучение математики.

Редактор Teacher Desmos имеет также расширенные возможности: Computational Layer – собственный набор команд-скриптов, который позволяет создавать сложные интерактивные модели, задания с проверкой вычислений и чертежей.

Созданные преподавателем активности сохраняются на сайте Teacher Desmos в его личном кабинете. Учащиеся получают доступ по ссылке, предоставленной преподавателем, и могут изучать материалы и выполнять задания на слайдах.

Описанные возможности для преподавателя и студента представляют собой ценный инструмент для организации обучения в дистанционной и смешанной форме.

Проведенный нами анализ специфики цифровых инструментов в математическом образовании и возможностей системы Desmos позволяет следующим образом охарактеризовать дидактический потенциал этой среды.

Калькулятор Desmos можно эффективно использовать в высшем образовании при изучении различных разделов математики – линейной алгебры, геометрии, основ математического анализа, статистики и т. п. Широкий инструментальный ряд Desmos позволяет использовать его в иллюстративных и вычислительных целях, для проверки и решения задач, для «поощрения совместной практики» с обучающимися.

Калькулятор позволяет создавать интерактивные («живые») модели, в которых пользователь управляет параметрами не только с помощью слайдеров, но и непосредственно передвигая точки-маркеры на чертеже. Например, при изучении геометрического смысла производной функции можно не только построить график касательной к функции в указанной точке (инвариантный относительно функции), но и перемещая точку касания, наблюдать и анализировать поведение касательной (см. рис. 1).

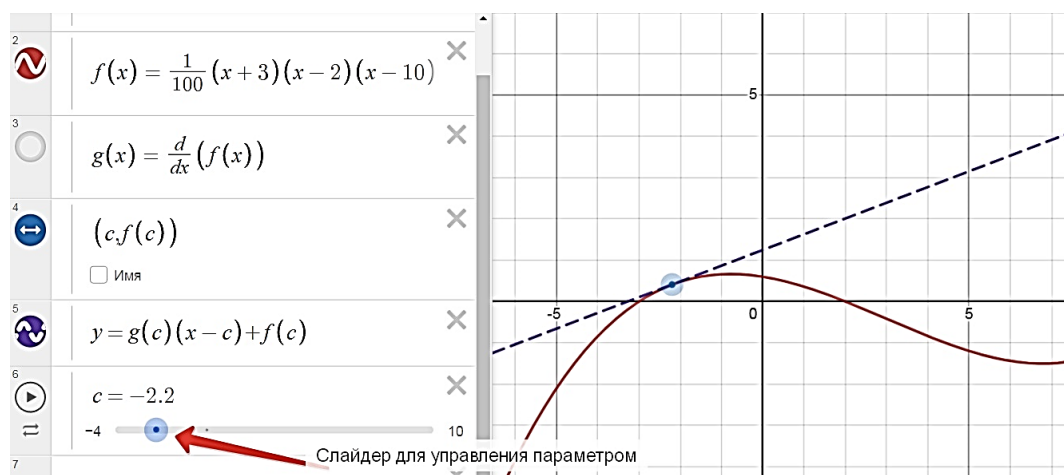


Рис. 1. Интерактивная модель касательной к графику функции. При перемещении слайдера изменяется точка касания и положение касательной. Модель инвариантна к виду функции

Математическими средствами калькулятора Desmos можно создавать иллюстративные интерактивные модели по различным разделам математики (см. рис. 2).

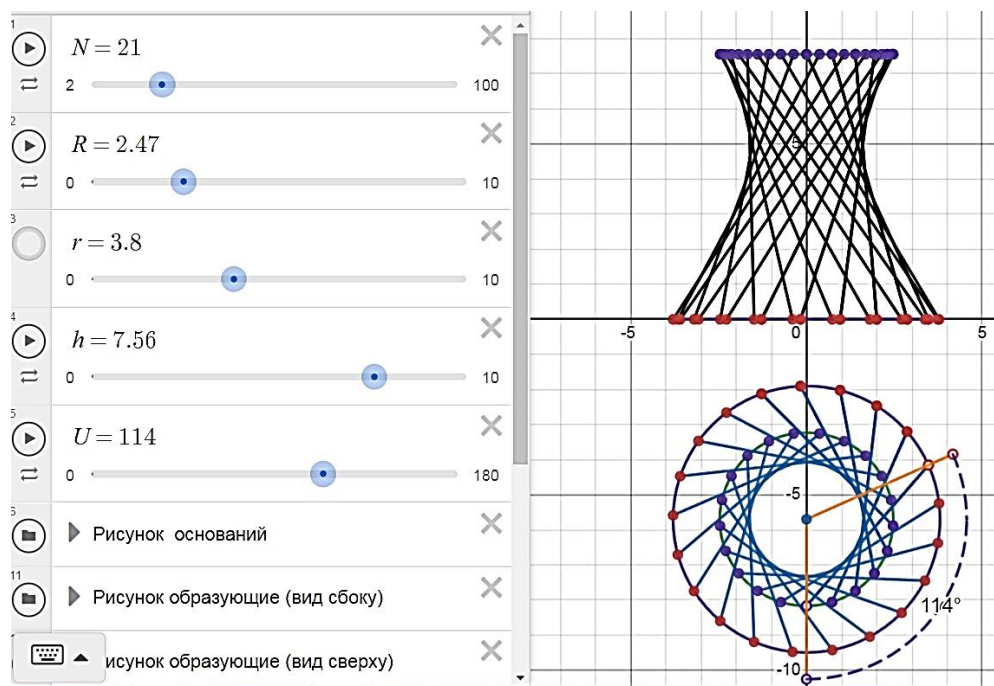


Рис. 2. Интерактивная модель гиперboloида. Изменяя параметры  $N$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $h$ ,  $U$ , можно менять форму гиперboloида

Калькулятор позволяет задавать функции в параметрическом виде, строить графики не только в декартовой, но и в полярной системе координат (см. рис. 3 и 4).

Богатые иллюстративные и исследовательские возможности калькулятора Desmos могут использоваться при обучении различным математическим дисциплинам даже на направлениях, где математика не является профильным предметом. Например, при изучении статистики модель в Desmos позволит вовлечь студентов в исследование метода наименьших квадратов: получить наилучшую прямую линейной регрессии для заданного множества точек (см. рис. 5).

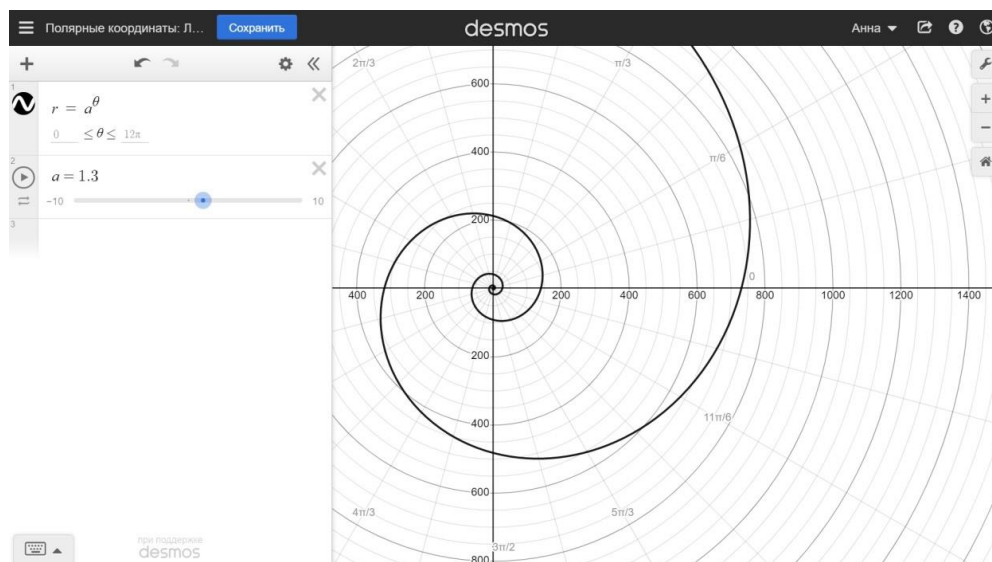


Рис. 3. Логарифмическая спираль в полярных координатах. Управление слайдером  $a$  позволяет изменять форму спирали

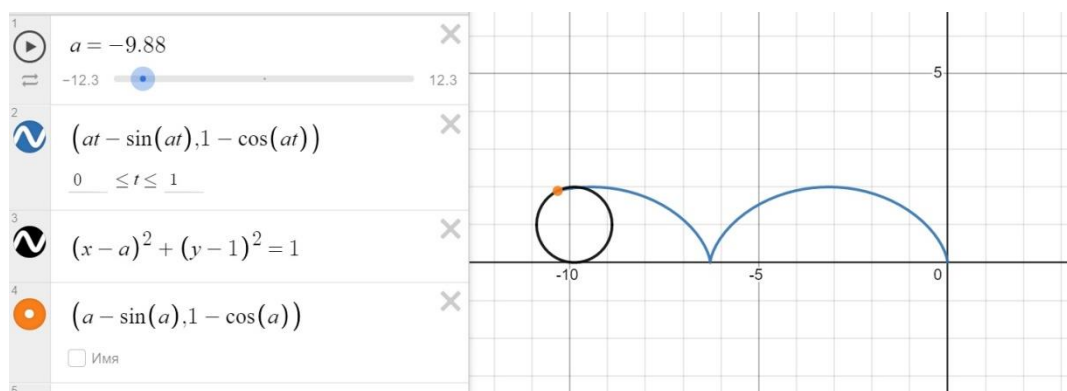


Рис. 4. Циклоида, заданная в параметрической форме. Изменение параметра  $a$  приводит к движению («качению») окружности по прямой и иллюстрирует процесс рисования циклоиды

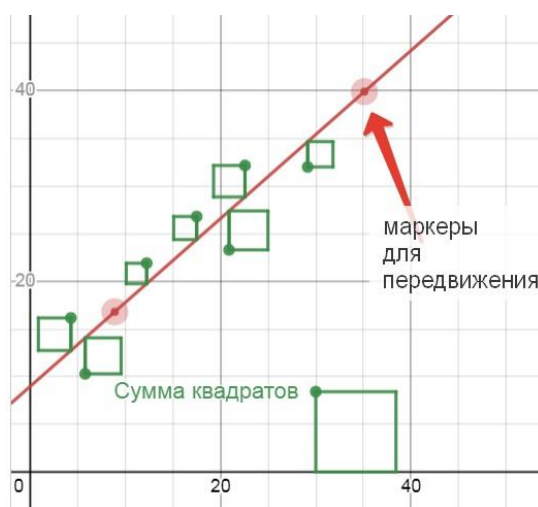


Рис. 5. Интерактивная модель для изучения метода наименьших квадратов

Использование подобных интерактивных моделей позволяет не только показать красоту математики, но и повысить степень вовлеченности студентов в ее изучение.

Применение геометрических инструментов Desmos позволяет создавать чертежи, которые остаются после построения «живыми», интерактивными, пользователь может изменять, перемещать отдельные элементы, наблюдая и исследуя результаты (рис. 6), что позволяет на практике изучить многие геометрические закономерности.

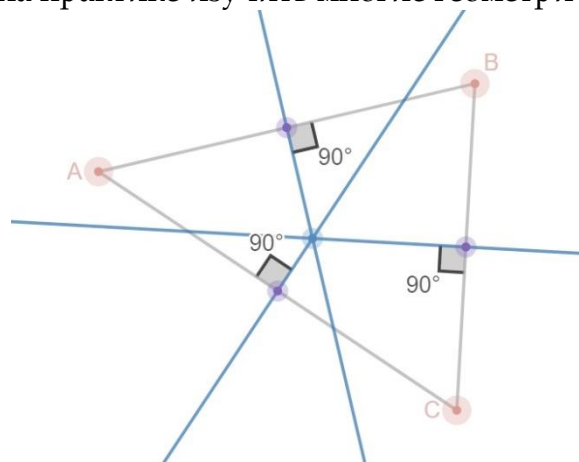


Рис. 6. В интерактивном чертеже вершины треугольника можно перемещать, наблюдая, как при этом серединные перпендикуляры всегда пересекаются в одной точке

Кроме того, возможно создание и использование математических моделей и симуляций, созданных в калькуляторе Desmos, в дисциплинах естественно-научного профиля, например, моделирование движения тел в физике: построение графиков движения, исследования результатов влияния параметров, анализ моделей (рис. 7).

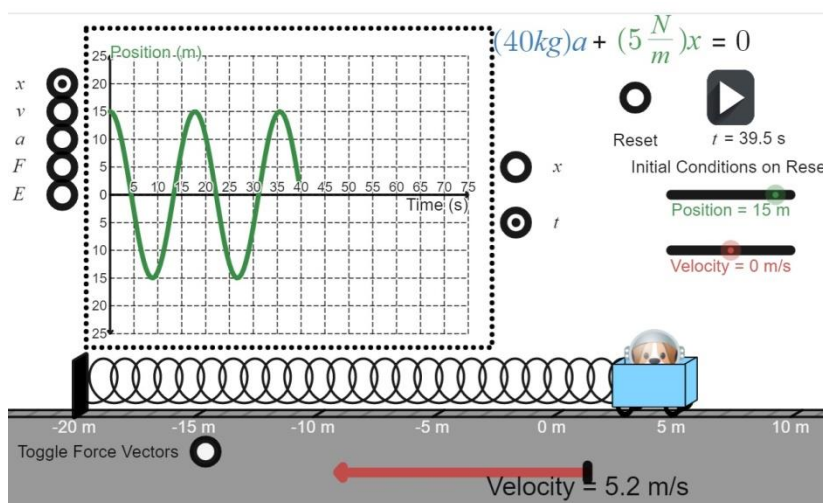


Рис. 7. Интерактивная модель симуляции движения тела, закрепленного на пружине

Заслуживает особого упоминания удобная возможность интеграции созданных апплетов и моделей в существующие системы управления обучением, например LMS Moodle. Иллюстрации и модели, созданные в калькуляторе Desmos, с помощью API могут быть встроены на страницу веб-сайта или в страницу с учебными материалами в курс Moodle в качестве иллюстрации, сохраняя при этом свою интерактивность. Таким образом, модели из калькулятора Desmos могут значительно повысить интерактивность учебных материалов в существующих LMS.

Задания (активности), созданные преподавателем средствами редактора среды Teacher Desmos с использованием моделей, подобных описанному, могут способствовать

повышению вовлеченности студентов в процесс изучения математики, усилению «математической активности», активизации самостоятельной работы обучающихся и формированию среды «сотрудничества и общения» преподавателя и студента.

Такая работа может проводиться как в синхронной, так и в асинхронной форме. Результаты деятельности учащихся доступны преподавателю в личном кабинете на Панели учителя созданной активности. Преподаватель может отслеживать ход выполнения заданий активности, полученные ответы на задания, заполненные формы, выполненные чертежи и построенные графики и пр. Слайды, содержащие задания с автоматизированной проверкой, помечаются соответствующими значками, что облегчает проверку и анализ (рис. 8).

<div> <div>Анонимно</div> <div>Темп</div> <div>Пауза</div> <div>12 учеников</div> <div>Время</div> </div>			16 Упоряд...	17 Прове...	18 ...	19 Рассмотрим возможности использования геометрических инструментов	20 Прямоугольные	21 Вектор...
Autumn Kent	⋮	⌂	✓	—	✗	—	●	—
Martin Lo	⋮	⌂	✓	—	✗	—		—
Erica Walker	⋮	⌂	✓	—	✓	—	●	—
Christina Euban...	⋮	⌂	✓	—	✗	—		—
Raegan Higgins	⋮	⌂	✓	—	✓	—	●	—
Hertha Ayrton	⋮	⌂	✓	—	✗	—		—
Jaime Escalante	⋮	⌂	✓	—	✗	—	●	—
Liu Hui	⋮	⌂	✓	—	✗	—		—
Seki Takakazu	⋮	⌂	✓	—	✗	—	●	—

Рис. 8. Панель учителя отображает результаты работы студентов (использован режим анонимности: имена студентов заменяются именами знаменитых математиков)

При назначении активности в среде Teacher Desmos студентам в качестве задания преподаватель в Панели учителя имеет удобные функции просмотра результатов работы обучающихся – по отдельности или вместе: вычисления, графики, чертежи каждого студента можно просмотреть в отдельном окне, а можно все результаты увидеть в режиме группировки или наложения. Например, если задачей было построить определенный график, то режим наложения позволит увидеть совпадающие и отличающиеся и, возможно, неверные результаты. Кроме того, режим наложения может способствовать анализу полученных результатов и выявлению общих закономерностей, которые будут видны на графике или чертеже и которые в дальнейшем могут послужить основой для выдвижения и проверки учебных гипотез.

Рассмотрим следующий пример.

В интерактивной модели требуется расположить указанную точку на координатной плоскости так, чтобы расстояние от нее и до указанных прямой и точки было одинаковым. Каждый из учащихся выбирает положение точки, а преподаватель в режиме наложения может увидеть, а при работе в аудитории сразу продемонстрировать учащимся полученный результат (см. рис. 9 и рис. 10).

Нетрудно заметить, что полученные точки образуют параболу. Данный пример способствует формированию понятия параболы как геометрического места точек, равноудаленных от прямой (директрисы) и точки (фокуса).

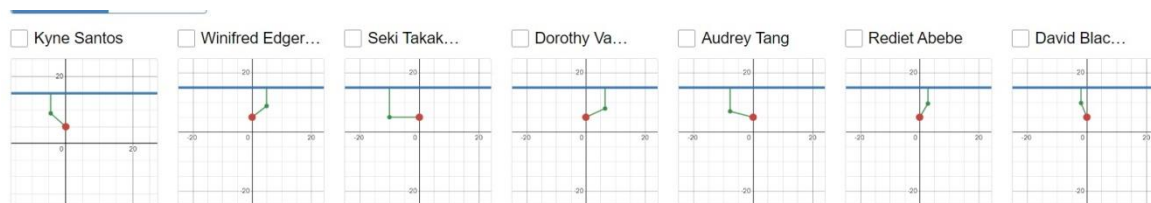


Рис. 9. Результаты выполнения задания учащихся по отдельности

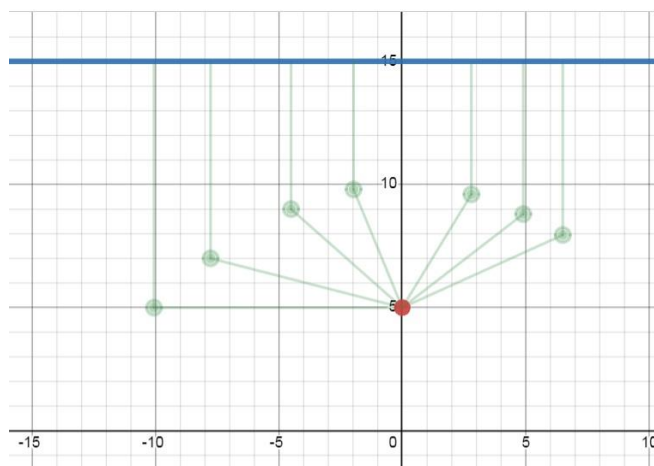


Рис. 10. Результаты выполнения задания в режиме наложения

Таким образом, функция наложения в графиках представляет собой оригинальный инструмент организации и управления коллективной познавательной деятельностью.

Геометрические инструменты калькулятора Desmos позволяют реализовать в активностях решение задач на построение геометрических фигур по заданным углам и отрезкам с использованием вместо циркуля и линейки их виртуальных аналогов – Compass и Line. В таких активностях преподаватель может проверить правильность выполнения построения чертежей учащимися, передвигая исходные объекты, например отрезок или одну из сторон угла. Связность и соблюдение зависимостей между всеми элементами чертежа демонстрируют правильность выполнения задач на построение. Таким же образом можно решать исследовательские задачи – выяснить существование и число решений и т. п.

Среда Teacher Desmos имеет возможность обратной связи: преподаватель может оставлять комментарии к заданиям как индивидуально, так и сразу группе студентов, например, в случае обнаружения общей ошибки. Этот комментарий сразу отобразится на устройствах студентов, что облегчает исправление.

С помощью панели учителя можно управлять темпом работы группы учащихся в ходе занятия:

- 1) поставить паузу – временно заблокировать продвижение по слайдам для организации совместной работы или обсуждения;
- 2) ограничить доступ к отдельным слайдам, например, для акцентирования внимания или опроса.

Отметим, что среда Teacher Desmos имеет собственные средства для создания классов, а также интегрирована с популярной средой управления обучением Google Класс. Созданная активность может быть сразу назначена в качестве задания в один или несколько курсов в Google Класс, что облегчает ее использование и передачу данных.

В 2021 и 2022 годах среди студентов по направлению «Педагогическое образование» (профили Математика, Информатика, Физика), магистрантов по направлению «Педагогическое образование» и преподавателей физико-математического факультета были проведены опросы по выяснению мнений о дидактических качествах цифровых сред для обучения математике. Всего в опросах приняли участие 79 человек.

Первая группа в ходе учебного курса изучала цифровую среду Teacher Desmos и анализировала ее дидактические качества (11 человек, 2021 год). В ходе опросов студенты отметили ее простоту и удобство, широкие возможности для создания интерактивных заданий, возможности автоматической проверки, наличие базы готовых активностей на официальном сайте.

Участникам второй группы (68 человек, 2022 год) – студентам и магистрантам по направлению «Педагогическое образование» – в ходе изучения дисциплин, связанных с применением цифровых технологий в образовании, было предложено ответить на вопрос: «Какие специфические качества должна иметь САПР (цифровая среда) для учителя/преподавателя математики, чтобы ее удобно было использовать в обучении алгебре, геометрии, началам математического анализа?» Вопрос предполагал возможность выбора нескольких вариантов из предложенных. Опрошенные отметили следующие качества (рис. 11):

1. Наличие встроенного редактора математических формул и символов (69,1% опрошенных).
2. Наличие встроенных математических инструментов: калькуляторов, средств построения графиков (63,2%), выполнения чертежей (54,4%).
3. Возможность использовать задания тестового характера (60,3%) и задания с открытым ответом (51,5%).
4. Автоматизированная проверка выполнения (57,4%).



Рис. 11. Результаты опроса

Большинство опрошенных (70,6%) также отметили желательность использования интерактивных моделей и симуляций.

Кроме того, анкетированным был задан вопрос: «Насколько важны для вас, как для учителя, возможности: 1) использования готовых заданий и ресурсов; 2) создания собственных заданий (по шкале от 0 до 5)?»

Анализ ответов показал, что большинство опрошенных высоко ценит не только наличие библиотеки готовых заданий, но и возможность разработки своих собственных, что должно обеспечиваться средствами цифровой среды обучения. Такие возможности в достаточной мере присутствуют в сервисе Teacher Desmos.

Результаты проведенного опроса позволяют подтвердить сделанный нами ранее вывод о существенном дидактическом потенциале цифровой математической среды Teacher Desmos в высшем образовании.



Рис. 12. Результаты опроса

### Заключение / Conclusion

Как показывает проведенный нами анализ, цифровая среда Teacher Desmos обладает существенным потенциалом применительно к решению важной педагогической задачи – увеличения степени вовлеченности обучающегося в учебную деятельность. Прежде всего, это обусловлено значительными интерактивными возможностями в сочетании с наглядностью и иллюстративностью. Также возможности среды Teacher Desmos позволяют интенсифицировать взаимодействие преподавателя и обучаемого при дистанционном обучении в рамках цифровых образовательных платформ. К перспективным, на наш взгляд, направлениям дальнейших исследований в данной области относится разработка педагогических сценариев использования среды Teacher Desmos на различных этапах обучения математике, позволяющих в полной степени реализовать её потенциал.

### Ссылки на источники / References

1. Pokhrel S., Chhetri R. A Literature Review on Impact of COVID-19 Pandemic on Teaching and Learning // Higher Education for the Future. – 2021. – Vol. 8. – Is. 1. – P. 133–141. – URL: <https://doi.org/10.1177/2347631120983481>
2. Мухамедова Г. Р. Онлайн-тестирование в преподавании математики: проблемы и возможности дистанционного обучения // Бюллетень науки и практики. – 2020. – Т. 6. – № 12. – С. 415–420. – URL: <https://doi.org/10.33619/2414-2948/61/48>
3. Зулпукарова Д. И. Применение Google приложений в организации самостоятельной работы студентов // Бюллетень науки и практики. – 2019. – Т. 5. – № 12. – С. 420–430. – URL: <https://doi.org/10.33619/2414-2948/49/52>
4. Рустамов Х. Ш. Использование цифровых технологий в преподавании математики // Вестник науки и образования. – 2021. – № 17(120). – Ч. 2. – С. 90–93.
5. Панюкова С. В. Цифровые инструменты и сервисы в работе педагога: учеб.-метод. пособие. – М.: Изд-во «Про-Пресс», 2020. – 33 с.
6. Doumanis I., Economou D., Sim G. R., Porter S. The impact of multimodal collaborative virtual environments on learning: A gamified online debate // Computers & Education. – 2019. – P. 130. – URL: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.09.017>
7. Oyedotun T. D. Sudden change of pedagogy in education driven by COVID-19: Perspectives and evaluation from a developing country // Research in Globalization. – 2020. – Vol. 2. – P. 100029. ISSN 2590-051X, – URL: <https://doi.org/10.1016/j.resglo.2020.100029>
8. Heidari E., Mehrvarz M., Marzooghi R., Stoyanov S. The role of digital informal learning in the relationship between students' digital competence and academic engagement during the COVID-19 pandemic // Journal of Computer Assisted Learning. – 2021. – Vol. 37. – Is. 4. – P. 1154–1166. – URL: <https://doi.org/10.1111/jcal.12553>
9. Бояринов Д. А. Педагогическое проектирование информационного образовательного пространства личностного развития учащихся // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 12(2). – С. 379–383.
10. Панюкова С. В. Цифровые инструменты и сервисы в работе педагога: учеб.-метод. пособие.

11. Бояринов Д. А. Адаптивное образовательное пространство // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 1. – URL: <http://www.science-education.ru/115-12248>
12. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education // Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-02436279. – URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02436279>
13. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
14. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
15. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
16. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
17. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
18. Drijvers P. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education.
19. Суходолова Е. В., Панарина Е. А. Применение цифровых образовательных ресурсов и технологий дистанционного обучения математике // Инновационный потенциал молодежи: гражданственность, профессионализм, творчество: сб. науч. тр. Междунар. молодежной науч.-исслед. конф. (Екатеринбург, 24 ноября 2020 г.) / под общ. ред. А. В. Пономарева, Н. В. Поповой. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2020. – С. 471–476.
20. Alabdulaziz M. S. COVID-19 and the use of digital technology in mathematics // Education and Information Technologies. – 2020. – 26. – P. 7609–7633. – URL: <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10602-3>
21. Viberg O., Grönlund Å., Andersson A. Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study // Interactive Learning Environments. – 2020. DOI: 10.1080/10494820.2020.1770801
22. Drijvers P. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't) // Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education / ed. S. Cho. – Springer, Cham, 2015. – URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_8)
23. Drijvers P. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't)
24. Sacristán A. I. Digital technologies in mathematics classrooms: barriers, lessons and focus on teachers // Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education / eds. E. Galindo, J. Newton. – Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators, 2017. – P. 90–99.
25. Yeo S. Integrating Digital Technology into Elementary Mathematics: Three Theoretical Perspectives // Journal of the Korea Society of Mathematical Education, series D: Research in mathematical education. – 2020. – Vol. 23. – No. 3. – P. 165–179. – URL: <http://doi.org/10.7468/jksmed.2020.23.3.165>
26. Clark-Wilson A., Oldknow A., Sutherland R. Digital technologies and mathematics education: Executive Summary. – 2011.
27. Мухамедова Г. Р. Онлайн-тестирование в преподавании математики: проблемы и возможности дистанционного обучения.
28. Бояринов Д. А. Адаптивное образовательное пространство.
29. Semenov A., Polikarpov S. Digital Transformation of School and the Role of Mathematics and Informatics within It Problems and Paradoxes of Mathematics Education and their Digital Solution in Proceedings of the 4th International Conference on Informationization of Education and E-learning Methodology: Digital Technologies in Education (IEELM-DTE 2020), Krasnoyarsk, Russia
30. Бояринов Д. А. Индивидуальные образовательные траектории и образовательные карты // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы XXI Междунар. науч. конф. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2020. – Вып. 21. – С. 371–375.
31. Зулпукарова Д. И. Применение Google приложений в организации самостоятельной работы студентов.
32. Гребенкина А. С., Евсеева Е. Г. Применение цифровых инструментов в практико-ориентированном обучении математике будущих инженеров гражданской защиты // Дидактика математики: проблемы и исследования: междунар. сб. науч. работ. – 2021. – № 54. – С. 75–84. DOI: 10.24412/2079-9152-2021-54-75-84
33. Рустамов Х. Ш. Использование цифровых технологий в преподавании математики.
34. Alabdulaziz M. S. COVID-19 and the use of digital technology in mathematics.
35. Панюкова С. В. Цифровые инструменты и сервисы в работе педагога: учеб.-метод. пособие.
36. Самулышко А. Л., Самарина А. Е. О некоторых возможностях использования цифровой интерактивной среды Teacher Desmos в обучении // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сб. материалов IV Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием / Смоленский государственный университет. – Киров, 2020. – С. 98–102. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44845124>
37. Давыдочкина С. В. Использование Desmos Calculator при изучении рядов Фурье // Вопросы педагогики. – 2019. – № 4-1. – С. 52–56.
38. Польшкина Е. А. Использование математического интернет-сервиса Desmos при исследовании функциональных рядов // Естественные и технические науки. – 2018. – № 12 (126). – С. 418–421. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37375705>
39. Самарина А. Е., Самулышко А. Л. О проведении эксперимента по использованию цифровой среды teacher Desmos в дистанционном обучении математическим дисциплинам в учреждении среднего профессиональ-

- ного образования // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве: IV Всерос. (с междунар. участием) науч.-практ. конф., посвящ. 75-летию факультета физики, математики, информатики Курского государственного университета. – Курск, 2020. – С. 463–467. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44845124>
40. Бояринов Д. А. Непрерывное образование: проблема оценки и управления качеством учебного процесса // Научное обеспечение системы повышения квалификации кадров. – 2019. – № 1. – С. 40–47.
- 
1. Pokhrel, S., & Chhetri, pp. (2021). “A Literature Review on Impact of COVID-19 Pandemic on Teaching and Learning”, *Higher Education for the Future*, vol. 8, is. 1, pp. 133–141. Available at: <https://doi.org/10.1177/2347631120983481> (in English).
  2. Muhamedova, G. R. (2020). “Onlajn-testirovanie v prepodavanii matematiki: problemy i vozmozhnosti distancionnogo obucheniya” [Online testing in teaching mathematics: problems and opportunities of distance learning], *Byulleten' nauki i praktiki*, t. 6, № 12, pp. 415–420. Available at: <https://doi.org/10.33619/2414-2948/61/48> (in Russian).
  3. Zulpukarova, D. I. (2019). “Primenenie Google prilozhenij v organizacii samostoyatel'noj raboty studentov” [The use of Google applications in the organization of independent work of students], *Byulleten' nauki i praktiki*, t. 5, № 12, pp. 420–430. Available at: <https://doi.org/10.33619/2414-2948/49/52> (in Russian).
  4. Rustamov, H. Sh. (2021). “Ispol'zovanie cifrovyyh tekhnologij v prepodavanii matematiki” [The use of digital technologies in teaching mathematics], *Vestnik nauki i obra-zovaniya*, № 17(120), ch. 2, pp. 90–93 (in Russian).
  5. Panyukova, S. V. (2020). *Cifrovye instrumenty i servisy v rabote pedagoga [Digital tools and services in the work of a teacher]: ucheb.-metod. posobie*, ProPress, Moscow, 33 p. (in Russian).
  6. Doumanis, I., Economou, D., Sim, G. R., Porter, S. (2019). “The impact of multimodal collaborative virtual environments on learning: A gamified online debate”, *Computers & Education*, p. 130. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.09.017> (in Russian).
  7. Oyedotun, T. D. (2020). “Sudden change of pedagogy in education driven by COVID-19: Perspectives and evaluation from a developing country”, *Research in Globalization*, vol. 2, p. 100029. ISSN 2590-051X. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.resglo.2020.100029> (in English).
  8. Heidari, E., Mehrvarz, M., Marzooghi, R., & Stoyanov, S. (2021). “The role of digital informal learning in the relationship between students' digital competence and academic engagement during the COVID-19 pandemic”, *Journal of Computer Assisted Learning*, vol. 37, is. 4, pp. 1154–1166. Available at: <https://doi.org/10.1111/jcal.12553> (in English).
  9. Boyarinov, D. A. (2014). “Pedagogicheskoe proektirovanie informacionnogo obrazovatel'nogo prostranstva lichnostnogo razvitiya uchashchihsya” [Pedagogical design of the information educational environment for personal development of students], *Fundamental'nye issledovaniya*, № 12(2), pp. 379–383 (in Russian).
  10. Panyukova, S. V. (2020). Op. cit.
  11. Boyarinov, D. A. (2014). “Adaptivnoe obrazovatel'noe prostranstvo” [Adaptive educational environment], *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, № 1. Available at: <http://www.science-education.ru/115-12248> (in Russian).
  12. Drijvers, P. (2019). “Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education”, *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-02436279*. Available at: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02436279> (in English).
  13. Ibid.
  14. Ibid.
  15. Ibid.
  16. Ibid.
  17. Ibid.
  18. Ibid.
  19. Suhodolova, E. V., & Panarina, E. A. (2020). “Primenenie cifrovyyh obrazovatel'nyh resursov i tekhnologij distancionnogo obucheniya matematike” [Application of digital educational resources and technologies of distance learning in mathematics], in Ponomarev, A. V. & Popova, N. V. (eds.). *Innovacionnyj potencial molodezhi: grazhdanstvennost', professionalizm, tvorchestvo: sb. nauch. tr. Mezhdunar. molodezhnoj nauch.-issled.konf. (Ekaterinburg, 24 noyabrya 2020 g.)*, Izdatel'stvo Ural'skogo universiteta, Ekaterinburg, pp. 471–476 (in Russian).
  20. Alabdulaziz, M. S. (2021). “COVID-19 and the use of digital technology in mathematics”, *Education and Information Technologies*, 26, pp. 7609–7633. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10602-3> (in English).
  21. Viberg, O. Grönlund, Å. & Andersson, A. (2020). “Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study”, *Interactive Learning Environments*. DOI: 10.1080/10494820.2020.1770801 (in English).
  22. Drijvers, P. (2015). “Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't)”, in Cho, S. (ed.). *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, Springer, Cham. Available at: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_8) (in English).
  23. Ibid.

24. Sacristán, A. I. (2017). "Digital technologies in mathematics classrooms: barriers, lessons and focus on teachers", in Galindo, E., & Newton, J., (eds.). *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Indianapolis, Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators, IN, pp. 90–99 (in English).
25. Yeo, S. (2020). "Integrating Digital Technology into Elementary Mathematics: Three Theoretical Perspectives", *Journal of the Korea Society of Mathematical Education, series D: Research in mathematical education*, vol. 23, № 3, pp. 165–179. Available at: <http://doi.org/10.7468/jksmed.2020.23.3.165> (in English).
26. Clark-Wilson, A., Oldknow, A. & Sutherland, R. (2011). *Digital technologies and mathematics education: Executive Summary* (in English).
27. Muhamedova, G. R. (2020). Op. cit.
28. Boyarinov, D. A. (2014). Op. cit.
29. Semenov, A., Polikarpov, S. (2020). "Digital Transformation of School and the Role of Mathematics and Informatics within It Problems and Paradoxes of Mathematics Education and their Digital Solution", *Proceedings of the 4th International Conference on Informatization of Education and E-learning Methodology: Digital Technologies in Education (IEELM-DTE 2020)*, Krasnoyarsk, Russia (in English).
30. Boyarinov, D. A. (2020). "Individual'nye obrazovatel'nye traektorii i obrazovatel'nye karty" [Individual educational trajectories and educational maps], *Sistemy komp'yuternoj matematiki i ih prilozheniya: materialy XXI Mezhdunar. nauch. konf.*, Izd-vo SmolGU, Smolensk, vyp. 21, pp. 371–375 (in Russian).
31. Zulpukarova, D. I. (2019). Op. cit.
32. Grebenkina, A. S., & Evseeva, E. G. (2021). "Primenenie cifrovyyh instrumentov v praktiko-orientirovannom obuchenii matematike budushchih inzhenerov grazhdanskoj zashchity" [Application of digital tools in practice-oriented teaching of mathematics to future civil protection engineers], *Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya: mezhdunar. sb. nauch. rabot*, № 54, pp. 75–84. DOI: 10.24412/2079-9152-2021-54-75-84 (in Russian).
33. Rustamov, H. Sh. (2021). Op. cit.
34. Alabdulaziz, M. S. (2021). Op. cit.
35. Panyukova, S. V. (2020). Op. cit.
36. Samulyzhko, A. L., & Samarina, A. E. (2020). "O nekotoryh vozmozhnostyah ispol'zovaniya cifrovoy interaktivnoj sredy Teacher Desmos v obuchenii" [About some potentials of using the Teacher Desmos digital interactive environment in teaching], *Razvitie nauchno-tehnicheskogo tvorchestva detej i molodezhi: sb. materialov IV Vseros. nauch.-prakt. konf. s mezhdunar. uchastiem*, Smolenskij gosudarstvennyj universitet, Kirov, pp. 98–102. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44845124> (in Russian).
37. Davydochkina, S. V. (2019). "Isol'zovanie Desmos Calculator pri izuchenii ryadov fur'e" [Using Desmos Calculator in the study of Fourier Series], *Voprosy pedagogiki*, № 4-1, pp. 52–56 (in Russian).
38. Pol'kina, E. A. (2018). "Isol'zovanie matematicheskogo internet-servisa Desmos pri issledovanii funkcional'nyh ryadov" [Using the mathematical Internet service Desmos in the study of functional series], *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, № 12 (126), pp. 418–421. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37375705> (in Russian).
39. Samarina, A. E., & Samulyzhko, A. L. (2020). "O provedenii eksperimenta po ispol'zovaniyu cifrovoy sredy teacher Desmos v distancionnom obuchenii matematicheskimi disciplinam v uchrezhdenii srednego professional'nogo obrazovaniya" [About conducting an experiment on the use of the Teacher Desmos digital environment in distance learning of mathematical disciplines in an institution of secondary vocational education], *Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskimi i tekhnicheskimi disciplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve: IV Vseros. (s mezhdunar. uchastiem) nauch.-prakt. konf., posvyashch. 75-letiyu fakul'teta fiziki, matematiki, informatiki Kurskogo gosudarstvennogo universiteta*, Kursk, pp. 463–467. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44845124> (in Russian).
40. Boyarinov, D. A. (2019). "Nepreryvnoe obrazovanie: problema ocenki i upravleniya kachestvom uchebnogo processa" [Continuing education: the problem of evaluation and quality management of the educational process], *Nauchnoe obespechenie sistemy povysheniya kvalifikacii kadrov*, № 1, pp. 40–47 (in Russian).

#### Вклад авторов

А. Е. Самарина – планирование исследования, сбор и систематизация источников по теме научного исследования, планирование, проведение, анализ и описание результатов научного эксперимента, составление и оформление итогового варианта статьи, подготовка и оформление литературных источников.

Д. А. Бояринов – планирование исследования, сбор и систематизация источников по теме научного исследования, подготовка обзора отечественных и зарубежных литературных источников, анализ и интерпретация теоретической базы исследования, формулировка выводов, составление и оформление итогового варианта статьи, подготовка и оформление литературных источников.

#### Contribution of the authors

A. E. Samarina – research planning, selection and systematization of sources on the topic of scientific research, planning, conducting, analyzing and describing the results of a scientific experiment, writing and formatting the final version of the article, preparation and formatting of references.

D. A. Boyarinov – research planning, selection and systematization of sources on the topic of scientific research, preparation of a review of domestic and foreign literary sources, analysis and interpretation of the theoretical basis of research, formulation of conclusions, writing and formatting the final version of the article, preparation and formatting of references.