

Задание 4 (на 03.10).

CS 19. Задача о минимальном вершинном покрытии состоит в следующем. Дан граф, требуется отыскать минимальное множество вершин, что каждое ребро имеет конец в этом множестве. Постройте полиномиальный алгоритм, который строит покрытие, которое не более, чем в 2 раза больше минимального.

CS 20. Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицанием. Покажите, что множество выполнимых хорновских формул содержится в классе P

CS 21. Покажите, что язык 2-SAT (выполнимых формул в 2-КНФ) лежит в классе P.

CS 22. Покажите, что язык, состоящий из выполнимых формул в КНФ, в которых каждый дизъюнкт является либо хорновским (дизъюнкт называется хорновским, если не более одной переменной входит в него без отрицания), либо состоит из двух литералов, является NP-полным.

CS 23. Докажите, что любой язык из класса NP можно решить на машине Тьюринга, которая использует полиномиальную от длины входа память.

CS 24. Докажите, что если унарный язык (т.е. все слова этого языка состоят из одного символа) является NP-полным, то $P = NP$.

CS 9. Приведите пример неразрешимого множества $A \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, такого, что все его горизонтальные и вертикальные сечения разрешимы (т.е. для любого x разрешимы $A \cap \{x\} \times \mathbb{N}$ и $A \cap \{\mathbb{N} \times \{x\}\}$)

CS 17. Пусть LINEQ — язык выполнимых систем рациональных линейных уравнений. LINEQ состоит из пар (A, b) , где A — матрица $m \times n$, а b — такой рациональный вектор размерности m , что система $Ax = b$ имеет решения. Докажите, что язык LINEQ лежит в классе NP. Обратите внимание, что рациональные числа могут иметь длинную запись. *Мы уже разобрались со случаем, когда матрица A квадратная и невырожденная.*