

## **Программа курса олимпиадной подготовки по математике**

Тип курса: онлайн-курс

Класс учащихся: 10-11

Цель подготовки: призер и победитель МЭ и РЭ ВсОШ

Количество академических часов (обязательное): 56

Методист: Кузнецов Арсений Дмитриевич

Руководитель кафедры профильной математики школы Центра педагогического мастерства, заведующий кафедрой математики РОО «Ассоциация победителей олимпиад».

## 1. Как устроен курс олимпиадной подготовки

- ✓ Практикоориентированный подход к обучению: наработка навыков решения задач олимпиадного формата МЭ и РЭ ВсОШ.
- ✓ Программа курса обновляется каждый год и адаптируется преподавателем под уровень знаний и скорость усвоения материала учениками.
- ✓ Онлайн-занятия проходят в Zoom. Все материалы, тестирования и записи прошедших занятий доступны на собственной образовательной платформе Коалиции во время и после курса.
- ✓ Контроль прогресса: домашнее задание после каждого занятия, контрольные работы по итогам учебного модуля, три пробных тура ВсОШ.
- ✓ Куратор: помощник на курсе по всем техническим, организационным и предметным вопросам.
- ✓ Отслеживание успеваемости: индивидуальные отчеты по посещаемости, проценту выполнения домашних заданий и результатам контрольных точек.
- ✓ Доступ к закрытому чату курса в Telegram: куратор и преподаватель ответят на все вопросы.

## 2. Описание программы

**Цель обучения на курсе** – успешное выступление на МЭ и РЭ ВсОШ по математике.

### **Объём учебной нагрузки на курсе:**

Максимальная учебная нагрузка (с учетом домашних заданий и самостоятельной подготовки): 96 ак. часов.

Обязательная учебная нагрузка (аудиторная нагрузка): 56 ак. часов.

Количество занятий в неделю: 2 занятия в неделю по 2 ак. часа.

**Примерная длительность курса:** 3 месяца

### **Входные компетенции ученика (нужно для успешного обучения на курсе):**

- ✓ Опыт выступления на МЭ и РЭ ВсОШ по математике.
- ✓ Освоение школьной программы по математике с 5 по 9 класс включительно.

### **Выходные компетенции ученика (после обучения на курсе):**

- ✓ Умение решать нестандартные задания МЭ и РЭ ВсОШ по математике.
- ✓ Успешное выступление на МЭ и РЭ ВсОШ по математике (статус призера или победителя МЭ и РЭ ВсОШ).

**Критерии для достижения выходных компетенций:**

- ✓ Посещение 90% занятий или пересмотр пропущенных занятий в записи в течение недели после даты фактического проведения занятия.
- ✓ Выполнение 90% домашних заданий в течение максимум 14 дней после выдачи домашнего задания преподавателем.
- ✓ Написание 100% контрольных точек, возможно написание пропущенных контрольных точек в течение 14 дней после даты их проведения.
- ✓ Написание 100% пробных туров олимпиад, возможно написание пропущенных контрольных точек в течение 14 дней после даты их проведения.



### 3. Тематическое планирование планирование олимпиадного курса по математике

Программа может корректироваться преподавателем во время курса с учетом уровня группы: возможно увеличение или уменьшение ак. часов на определенные темы

№ п/п	Название темы	Кол-во ак. часов	Формат учебного занятия	Содержание темы
1	Входное тестирование	2	Практическое занятие	Входное тестирование формата муниципального этапа ВсОШ.
<b>Модуль 1. Алгебра</b>				
2	Теорема Виета и симметрические многочлены	1	Лекция-семинар	Понятие симметрического многочлена. Теорема Виета для трёхчлена. Теорема Виета для многочленов высших степеней. Симметрические системы уравнений. Поиск рациональных корней многочлена. Алгоритм Евклида для многочленов и теорема Безу. Задачи на многочлены.
3	Квадратный трёхчлен и многочлены: продвинутые методы	1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
4	Тригонометрия	1	Лекция-семинар	Определения, свойства и графики тригонометрических функций. Основные формулы тригонометрии. Определения, свойства и графики обратных тригонометрических функций. Преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Задачи на тригонометрические преобразования, решение тригонометрических уравнений и тригонометрические функции.
5		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
6	Прогрессии и последовательности	1	Лекция-семинар	Последовательности – способы задания, поиск n-го члена. Арифметические и геометрические прогрессии. Формулы для нахождения n-го члена, суммы n первых членов. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.
7		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
8	Неравенства	1	Лекция-семинар	Неравенство о средних в общем виде. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца (КБШ), КБШ для дробей. Решение различных сложных и нестандартных задач на неравенства.
9		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.



10	Итоговый контроль по теме	2	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 2. Теория чисел</b>				
11	Введение в ТЧ. НОД и НОК	1	Лекция-семинар	Каноническое разложение чисел на простые множители. Основная теорема арифметики. Проверка на простоту, нахождение НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида. Лемма о взаимно простых числах. Китайская теорема об остатках. Задачи на НОД и НОК.
12		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
13	Сравнения по модулю, общий вид признаков делимости	1	Лекция-семинар	Элементарные признаки делимости (3, 4, 5, 8, 9, 11). Теоремы о количестве делителей и о сумме делителей. Теоремы Ферма и Эйлера, вычисление функции Эйлера. Метод закливания при поиске остатков. Совершенные числа, дружественные числа.
14		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
15	Уравнения в целых числах	1	Лекция-семинар	Понятие диофантовых уравнений. Теоремы для решения уравнений в целых числах. Основные методы решения уравнений в целых числах.
16		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
17	Продвинутые теоремы и факты из теории чисел	1	Лекция-семинар	Показатели. Первообразные корни. Другой взгляд на малую теорему Ферма и теорему Эйлера. Производные.
18		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
19	Итоговый контроль по теме	2	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 3. Комбинаторные задачи</b>				



20	Классическая комбинаторика	1	Лекция-семинар	Перестановки, размещения и сочетания. Задача об анаграммах и полиномиальные коэффициенты, числа сочетаний как их частный случай.
21		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
22	Продвинутая комбинаторика Биекции	1	Лекция-семинар	Треугольник Паскаля. Шары и перегородки (сочетания с повторениями). Бином Ньютона. Тождества с биномиальными коэффициентами. . Разбиения на пары
23		1	Практическое занятие	
24	Графы	1	Лекция-семинар	Введение в теорию графов. Лемма о хороводах. Деревья и минимальная связность. Перечисление деревьев, теорема Кэли. Двудольные графы.
25		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
26	Итоговый контроль по теме	2	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
27	Промежуточный контроль	2	Зачет	Промежуточное тестирование формата муниципального этапа ВсОШ.
<b>Модуль 4. Классические идеи и логика</b>				
28	Метод математической индукции	1	Лекция-семинар	Доказательство тождеств и неравенств с помощью метода математической индукции. Применение метода математической индукции в задачах комбинаторной геометрии и теории графов.
29		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.



30	Принцип крайнего. Упорядочивание, лексикографический порядок.	1	Лекция-семинар	Задачи на принцип крайнего, при решении которых необходимо рассмотреть объект с экстремальными свойствами. Задачи, требующие упорядочивания. Задачи о лексикографическом упорядочивании.
31		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
32	Инвариант, полуинвариант. Метод перераспределения зарядов.	1	Лекция-семинар	Задачи на нахождение инвариантной или полуинвариантной величины в процессе. Задачи на полуинвариант, требующие организации процесса. Метод перераспределения зарядов, разновидность идеи инварианта – метод, основанный на введении вспомогательных весов, организации процесса их изменения и двойном подсчёте.
33		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
34	Принцип непрерывности	1	Лекция-семинар	Принцип работы метода спуска в задачах на доказательство, в том числе бесконечный спуск. Задачи, идеи решения которых основаны на различных приёмах, связанных с идеей непрерывности: классическая непрерывность, дискретная непрерывность, малые шевеления.
35		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
36	Итоговый контроль по теме	2	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 5. Геометрия</b>				
37	Планиметрия. Окружности	1	Лекция-семинар	Углы, связанные с окружностями. Касательные. Радиальные оси.
38		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
39	ГМТ Векторы	1	Лекция-семинар	Понятие о ГМТ. Нахождение классических ГМТ. Задачи на построение. Определение вектора. Решение задач с помощью векторов. Скалярное произведение векторов. Три формы скалярного произведения векторов.



40		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
41	Векторно-координатный подход	1	Лекция-семинар	Действия с векторами в пространстве. Скалярное произведение. Векторное и смешанное произведение. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Применение векторно-координатного метода для нахождения углов и расстояний в пространстве.
42		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
43	Стереометрия Углы	1	Лекция-семинар	Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью.
44		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
45	Стереометрия Расстояния	1	Лекция-семинар	Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
46		1	Практическое занятие	Решение и сдача преподавателю задач на тему.
47	Итоговый контроль по теме	2	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
48	Итоговый контроль по курсу	2	Выходной контроль	Тестирование в формате регионального этапа ВсОШ.



#### 4. Список рекомендуемых источников для обучающихся на курсе (литература и интернет-ресурсы)

##### Ресурсы, полезные в целом для освоения курса:

1. С. Генкин, И. Итенберг, Д.Фомин., «Ленинградские математические кружки»
2. М.И. Шабунин, «Пособие для поступающих в вузы»
3. В.В. Ткачук, «Математика – абитуриенту»
4. С. Генкин, И. Итенберг, Д.Фомин. Ленинградские математические кружки — Киров, 1994. — 272 с.
5. Проект МЦНМО при участии школы 57 - URL: <http://www.problems.ru>
6. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике -URL: <http://www.mathus.ru>
7. Московский Центр Непрерывного Математического Образования - URL: <http://www.mccme.ru>
8. Art of Problem Solving - <https://artofproblemsolving.com/>
9. Preparing for IMO - <https://www.imomath.com/index.cgi>
10. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. URL: <http://www.kvant.info/>
11. Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы. — М. Просвещение, 2010. — 192 с.
12. Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др. Математика. Областные олимпиады. 8—11 классы. — М. Просвещение, 2010. — 239 с.
13. Гальперин Г. А., Алексей Кириллович Толпыго. Московские математические олимпиады. М., Просвещение, 1986 — 303 с.
14. Федоров Р. М. и др. Московские математические олимпиады 1993—2005 г. М.: 2006. — 456с.
15. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы - 2017, 552 с.
16. Спивак А. В. Математический кружок. М.: Просвещение, 2003.
17. Спивак А. В. Математический праздник. М.: Бюро Квантум, 2000.
18. Материалы Уральских турниров юных математиков, Кубка Колмогорова, Южного математического Турнира, Кировских ЛМШ, курсов на платформе ОЦ «Сириус»

##### Дополнительно по разделам

##### Для успешного освоения модуля «Алгебра» полезно изучение:

19. Школьные учебники по алгебре за 8-9 классы
20. Седракян Н.М., Авоян А.М., «Неравенства. Методы доказательства»

##### Для успешного освоения модуля «Теория чисел» полезно изучение:

21. Алфутова Н. Б. Устинов А. В., «Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ»

- 22. А.И. Сгибнев, «Делимость и простые числа»
- 23. К.А. Кноп, «Азы теории чисел»

**Для успешного освоения модуля «Комбинаторные задачи» полезно изучение:**

- 24. Д.В. Карпов, «Теория графов»
- 25. О. Оре, «Графы и их применение»
- 26. С.К. Ландо, «Лекции о производящих функциях»

**Для успешного освоения модуля «Классические идеи и логика» полезно изучение:**

- 27. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К., «Как решают нестандартные задач»
- 28. Р. Кашуба, «Как решать задачу, когда не знаешь как»
- 29. В. А. Уфнарковский, «Математический аквариум»
- 30. Д. Пойа, «Как решать задачу»
- 31. Д. Пойа, «Математика и правдоподобные рассуждения»

**Для успешного освоения модуля «Окружности» полезно изучение:**

- 32. Школьные учебники по геометрии
- 33. Блинков Ю. А., Горская Е. С., «Вписанные углы»
- 34. Гордин Р. К., «Теоремы и задачи школьной планиметрии»
- 35. Гордин Р. К., «Задачи по планиметрии»
- 36. Понарин Я. П. «Элементарная геометрия. В 2-х т. Том 1: Планиметрия.»
- 37. Прасолов В.В. «Задачи по планиметрии»
- 38. Волчкевич М. А., «Уроки геометрии в задачах»
- 39. Акопян А. В., «Геометрия в картинках»
- 40. Паблик ВКонтакте «Олимпиадная геометрия» (автор – Фёдор Бахарев)