

## Программа курса по математике

Тип курса: онлайн-курс

Класс учащихся: 6-7

Цель подготовки: призер и победитель ШЭ и МЭ ВсОШ, дипломант МОШ и других перечневых олимпиад 1-2 уровня

Количество астрономических часов: 72

Методист: Браженко Александр Сергеевич: Преподаватель математики Лицея НИУ ВШЭ и Экономико-математической школы при ЭФ МГУ;

Победитель и призер математических олимпиад: Ломоносов, «Покори Воробьёвы горы!», Московская математическая олимпиада, Физтех

## 1. Как устроен курс

- ✓ Практикоориентированный подход к обучению: наработка навыков решения задач олимпиадного формата ШЭ и МЭВсОШ, а также перечневых олимпиад 1-2 уровня.
- ✓ Программа курса обновляется каждый год и адаптируется преподавателем под уровень знаний и скорость усвоения материала учениками.
- ✓ Онлайн-занятия проходят в Zoom. Все материалы, тестирования и записи прошедших занятий доступны на собственной образовательной платформе Коалиции во время и после курса.
- ✓ Контроль прогресса: домашнее задание после каждого занятия, контрольные работы по итогам учебного модуля, три пробных тура ВсОШ и 2 пробных тура перечневых олимпиад.
- ✓ Куратор: помощник на курсе по всем техническим, организационным и предметным вопросам.
- ✓ Отслеживание успеваемости: индивидуальные отчеты по посещаемости, проценту выполнения домашних заданий и результатам контрольных точек.
- ✓ Доступ к закрытому чату курса в Telegram: куратор и преподаватель ответят на все вопросы.

## 2. Описание программы

**Цель обучения на курсе:** успешное выступление на ШЭ и МЭ ВсОШ по математике.

**Объём учебной нагрузки на курсе:**

Максимальная учебная нагрузка (с учетом домашних заданий и самостоятельной подготовки): 120 астр. часов.

Обязательная учебная нагрузка (аудиторная нагрузка): 72 астр. часов.

**Примерная длительность курса:** 9 месяцев.

**Входные компетенции ученика (нужно для успешного обучения на курсе):**

- ✓ Уверенное освоение школьной программы по математике 1-5 класса.
- ✓ Опыт участия в ШЭ и МЭ ВсОШ по математике будет преимуществом.

**Выходные компетенции ученика (после обучения на курсе):**

- ✓ Умение решать нестандартные задания ШЭ и МЭ ВсОШ по математике.
- ✓ Успешное выступление на ШЭ и МЭ ВсОШ по математике (статус призера или победителя МЭ ВсОШ).
- ✓ Умение решать нестандартные задания по математике в формате перечневых олимпиад 1-2 уровня.
- ✓ Статус дипломанта МОШ и/или победителя и призера перечневых олимпиад 1-2 уровня.

**Критерии для достижения выходных компетенций:**

- ✓ Посещение 90% занятий или пересмотр пропущенных занятий в записи в течение недели после даты фактического проведения занятия.
- ✓ Выполнение 90% домашних заданий в течение максимум 14 дней после выдачи домашнего задания преподавателем.
- ✓ Написание 100% контрольных точек, возможно написание пропущенных контрольных точек в течение 14 дней после даты их проведения.
- ✓ Написание 100% пробных туров олимпиад и пробных ОГЭ, возможно написание пропущенных контрольных точек в течение 14 дней после даты их проведения.



### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

#### Тематическое планирование курса по математике

Программа может корректироваться преподавателем во время курса с учетом уровня группы: возможно увеличение или уменьшение ак. часов на определенные темы

№ п/п	Название темы	Кол-во астр. часов	Формат учебного занятия	Содержание темы
1	Входной контроль	2	Онлайн-тестирование	Входной контроль в формате ШЭ ВеОШ на онлайн-платформе
<b>Модуль 1. Классические идеи</b>				
2	Метод доказательства от противного, принцип Дирихле	2	Лекция-семинар	Понятие отрицания. Логические операции. Парадокс лжеца. Доказательство утверждений методом от противного. Смысл и доказательство утверждений принципа Дирихле. Применение принципа Дирихле в задачах.
3	Чётность, чередование	2	Семинар	Задачи на идеи чётности и чередования. Свойства чётности целых чисел.
4	Биекция, разбиение на группы	2	Лекция-семинар	Взаимно-однозначное соответствие. Применение идеи биекции для сравнения мощности множеств. Различные задачи на идею соответствия.
5	Подсчёт двумя способами	2	Лекция-семинар	Метод двойного подсчёта одной и той же величины в различных задачах.
6	Инвариант, полуинвариант, раскраска	2	Лекция-семинар	Понятие инварианта. Примеры построения инвариантных величин в задаче. Акцент на чётности как инварианте. Примеры нахождения полуинвариантов в задаче.
7		1	Семинар	Раскраска как инвариант. Различные виды раскрасок.
8	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющих как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 2. Логика и алгоритмы</b>				



9	Взвешивания и переливания	3	Лекция-семинар	Задачи на построение алгоритмов в формулировках о взвешивании или переливании. Понятие количества информации в задачах на взвешивание.
10	Различные алгоритмы, кооперативные алгоритмы, слепые алгоритмы	3	Лекция-семинар	Различные задачи на создание процессов и алгоритмов. Задачи на построение алгоритмов с несколькими действующими лицами. Построение алгоритмов в ситуациях с отсутствием обмена информацией по предварительной договорённости.
11	Игры и стратегии-1	2	Лекция-семинар	Понятие «правильной игры». Основные виды стратегий: симметрия, дополнение, передача хода.
12	Игры и стратегии-2	2	Лекция-семинар	Анализ с конца. Игры-шутки. Стратегия «заповедника». Разбор различных сложных и нестандартных задач на игры и стратегии.
13	Логика: истина и ложь Рыцари и лжецы	2	Лекция-семинар	Перебор вариантов в задачах с истинными и ложными утверждениями. Различные задачи с классической формулировкой о «рыцарях и лжецах». Логические таблицы.
14	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющих как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 3. Нестандартная геометрия</b>				
15	Задачи на разрезания	2	Лекция-семинар	Примеры стандартных конструкций. Решение различных задач на разрезание.
16	Геометрия клетчатой плоскости	3	Лекция-семинар	Площади на клетчатой бумаге. Формула Пика. Различные геометрические задачи на клетчатой плоскости.
17	Целочисленные решётки	2	Лекция-семинар	Задачи с целочисленными решётками. Геометрические головоломки.
18	Пространственные задачи	1	Лекция-семинар	Задачи на развитие пространственного воображения. Построение трёхмерных чертежей. Развёртки и проекции.



19	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
20	<b>Промежуточный контроль</b>	<b>3</b>	<b>Зачёт</b>	<b>Написание олимпиады в формате муниципального этапа ВСоШ на онлайн-платформе</b>
<b>Модуль 4. Текстовые задачи</b>				
21	Доли, проценты и отношения	2	Лекция-семинар	Задачи с процентами и долями. Изменение на процент. Относительность процентных величин. Простой и сложный процент.
22	Задачи на движение и совместную работу	2	Лекция-семинар	Составление математической модели задачи. Грамотное введение переменных. Графический подход в задачах на движение. Задачи на движение с дополнительными условиями: по реке, по эскалатору, по кругу. Составление математической модели задачи. Грамотное введение переменных. Понятие производительности. Решение различных задач на совместную работу.
23	Текстовые задачи с неравенствами и делимостью	2	Лекция-семинар	Нетипичные и нестандартные текстовые задачи, требующие дополнительных соображений при решении. Задачи, использующие оценки и неравенства. Задачи с целыми числами, использующие свойства делимости и остатков.
24	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 5. Теория чисел</b>				
25	Введение в теорию чисел	2	Лекция-семинар	Определение делимости, основные свойства. Определение простого числа. Основная теорема арифметики.
26	Простые и составные числа	2	Лекция-семинар	Бесконечность количества простых чисел. Каноническое разложение чисел на простые множители. Проверка на простоту, нахождение НОД и НОК. Взаимно простые числа. Доказательство теоремы о количестве делителей. Задачи о простых и составных числах.
27	Алгоритм Евклида	2	Лекция-семинар	Применение алгоритма Евклида для нахождения НОД. Задачи на доказательство свойств делимости, использующие принцип алгоритма Евклида.
28	Признаки делимости	3	Лекция-семинар	Доказательство признаков делимости на степени чисел 2 и 5, на числа 3 и 9, на число 11. Решение задач с их помощью.



29	Сравнения по модулю. Общий вид признаков делимости.	2	Лекция-семинар	Определения деления с остатком и сравнения по модулю. Свойства сравнений. Применение сравнений по модулю для решения задач на остатки. Формулировка признаков делимости через остатки. Применение для решения задач.
30	Уравнения в целых числах	2	Лекция-семинар	Уравнения, не имеющие решений в целых числах. Доказательство отсутствия решений уравнения в целых числах. Метод остатков. Метод оценок. Метод спуска. Уравнения, имеющие решения в целых числах. Решений линейных диофантовых уравнений. Решение уравнений разложением на множители. Пифагоровы тройки. Получение бесконечных серий решений.
31	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 6. Дискретные задачи</b>				
32	Комбинаторика-1	1	Лекция-семинар	Отработка навыка проведения полного перебора. Правила суммы и произведения: аналогия с логическими «И», «ИЛИ». Вывод формул для перестановок и размещений. Размещения с повторениями, задачи о двоичных кодах, о количестве подмножеств. Отработка навыков работы с факториалами.
33	Комбинаторика-2	3	Лекция-семинар	Вывод формулы числа сочетаний. Отработка применения формулы в числах. Доказательство тождеств с биномиальными коэффициентами: алгебраически и комбинаторно. Треугольник Паскаля.
34	Задачи на клетчатой плоскости	1	Лекция-семинар	Различные задачи на клетчатой плоскости не конструктивного характера.
35	Введение в теорию графов	2	Лекция-семинар	Понятие графа. Определения в теории графов. Простейшие задачи на графы. Чётность числе нечётных вершин. Основные теоремы теории графов.
36	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
<b>Модуль 7. Оценка+пример</b>				
37	Простейшие задачи типа оценка+пример	3	Лекция-семинар	Введение в задачи типа оценка+пример. Значение как построения примера, так и доказательства оценки в подобных задачах. Задачи типа оценка+пример со сложными и неочевидными примерами. Техники и полезные соображения при построении примера.



38	Оценка+пример на клетчатых досках	2	Лекция-семинар	Полезные соображения при решении задач типа оценка+пример, сформулированных на клетчатых досках. Разбиение на части. Применение узлов, стенок. Метод выделенных множеств. Применение раскраски.
39	Числовые задачи типа оценка+пример	2	Лекция-семинар	Задачи типа оценка+пример из теории чисел и алгебры. Применение свойств делимости для доказательства оценки.
40	Итоговый контроль по теме	1	Зачёт	Письменный зачёт по пройденным темам в формате открытых вопросов, проверяющий как теоретические знания, так и практические навыки решения задач с их помощью.
41	<b>Итоговое тестирование</b>	<b>4</b>	<b>Зачёт</b>	<b>Написание олимпиады в формате муниципального этапа ВсОШ на онлайн-платформе</b>
42	Разбор итогового тестирования	1	Семинар	Разбор заданий итогового тестирования



#### 4. Список рекомендуемых источников для обучающихся на курсе (литература и интернет-ресурсы)

1. С. Генкин, И. Итенберг, Д.Фомин., «Ленинградские математические кружки»
2. М.И. Шабунин, «Пособие для поступающих в вузы»
3. В.В. Ткачук, «Математика – абитуриенту»
4. С. Генкин, И. Итенберг, Д.Фомин. Ленинградские математические кружки — Киров, 1994. — 272 с.
5. Проект МЦНМО при участии школы 57 - URL: <http://www.problems.ru>
6. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике -URL: <http://www.mathus.ru>
7. Московский Центр Непрерывного Математического Образования - URL: <http://www.mcsme.ru>
8. Art of Problem Solving - <https://artofproblemsolving.com/>
9. Preparing for IMO - <https://www.imomath.com/index.cgi>
10. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. URL: <http://www.kvant.info/>
11. Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы. — М. Просвещение, 2010. — 192 с.
12. Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др. Математика. Областные олимпиады. 8—11 классы. — М. Просвещение, 2010. — 239 с.
13. Гальперин Г. А., Алексей Кириллович Толпыго. Московские математические олимпиады. М., Просвещение, 1986 — 303 с.
14. Федоров Р. М. и др. Московские математические олимпиады 1993—2005 г. М.: 2006. — 456с.
15. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы - 2017, 552 с.
16. Спивак А. В. Математический кружок. М.: Просвещение, 2003.
17. Спивак А. В. Математический праздник. М.: Бюро Квантум, 2000.
18. Материалы Уральских турниров юных математиков, Кубка Колмогорова, Южного математического Турнира, Кировских ЛМШ, курсов на платформе ОЦ «Сириус»
19. <https://www.youtube.com/@WildMathing>
20. <https://www.youtube.com/@trushinbv>
21. <https://www.youtube.com/@user-rb8ux1nobj/videos>