

Планиметрия: эта тема определит, поступишь ли ты в МГУ

14 июня 12:00

1. [ДВИ, 2022] Середины сторон выпуклого четырёхугольника $ABCD$ лежат на окружности. Известно, что $AB = 1$, $BC = 4$, $CD = 8$. Найдите AD .

2. [ДВИ, 2021] Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает диагональ BD и сторону BC в точках K и L соответственно. Найдите площадь треугольника DKL , если площадь параллелограмма равна 8 и $AD = 3 \cdot AB$.

3. [МГУ, мех-мат, 1969] В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE , пересекающиеся в точке O . Известно, что отрезок OE имеет длину 1, а вершина C лежит на окружности, проходящей через точки E , D , O . Найти стороны и углы треугольника EDO .

4. [МГУ, мех-мат, 1999] Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .

5. [МГУ, мех-мат, 1999] Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку B проведена прямая, пересекающая окружности в точках C и D , лежащих по разные стороны от прямой AB . Касательные к этим окружностям в точках C и D пересекаются в точке E . Найдите AE , если $AB = 10$, $AC = 16$, $AD = 15$.

Домашнее задание

6. [ДВИ, 2022] На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. При этом $AM = MB$ и $CN = 2NB$. Найдите тангенс острого угла параллелограмма $ABCD$.

7. [ПВГ, 2006] На стороне AB треугольника ABC взята точка D такая, что окружность, описанная около треугольника ACD , касается прямой BC в точке S . Найдите AD , если $AC = 9$, $BC = 12$, $CD = 6$.

8. [МГУ, мех-мат, 2001] Через вершины A , B и C параллелограмма $ABCD$, у которого $AB = 3$ и $BC = 5$, проведена окружность, пересекающая диагональ BD в точке E . Найдите BD , если $BE = 9$.

9. [МГУ, мех-мат, май 2003] В треугольнике ABC с углом $\angle B = 50^\circ$ и стороной $BC = 3$ на высоте BH взята точка D такая, что $\angle ADC = 130^\circ$ и $AD = \sqrt{3}$. Найдите угол между прямыми AD и BC , а также угол $\angle CBH$.

10. [МГУ, мех-мат, март 2003] Биссектриса AL треугольника ABC из вершины A пересекает сторону BC в точке L . На отрезке AL взята точка D такая, что $AD = 10$ и $\angle BDC = \angle BAL = 60^\circ$. Найдите площадь треугольника ABC . При каком расположении вершин B , C площадь треугольника BDC минимальна и чему она равна?