



МАТЕМАТИКА

10

класс

10

ВАРИАНТОВ

**ИТОГОВЫХ РАБОТ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ**

**К ВСЕРОССИЙСКОЙ
ПРОВЕРОЧНОЙ
РАБОТЕ**

А.А. Прокофьев, Е.А. Разинкова

МАТЕМАТИКА

10 класс

**10 ВАРИАНТОВ ИТОГОВЫХ РАБОТ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСЕРОССИЙСКОЙ
ПРОВЕРОЧНОЙ РАБОТЕ**

Электронное издание



Москва
Издательство «Интеллект-Центр»
2025

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

П80

Прокофьев, А. А.

П80 Математика. 10 класс. 10 вариантов итоговых работ для подготовки к Всероссийской проверочной работе / А. А. Прокофьев, Е. А. Разинкова. — Эл. изд. — 1 файл pdf : 99 с. — Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2025. — Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". — Текст : электронный.

ISBN 978-5-907931-88-6

Пособие предназначено для подготовки обучающихся 10 классов к выполнению Всероссийской проверочной работы по математике в 2025 году. В пособии представлены 10 вариантов, составленных в соответствии с официальной демоверсией 2025 года ВПР по математике для обучающихся 10 класса, а также приведены решения и критерии оценки для всех заданий второй части во всех вариантах. Варианты могут быть использованы как учителями и репетиторами по математике для проведения занятий по подготовке к ВПР, так и самими обучающимися в качестве материалов для самостоятельной подготовки к такой работе.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

Электронное издание на основе печатного издания: Математика. 10 класс. 10 вариантов итоговых работ для подготовки к Всероссийской проверочной работе / А. А. Прокофьев, Е. А. Разинкова. — Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2025. — 96 с. — ISBN 978-5-907931-49-7. — Текст : непосредственный.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-907931-88-6

© ООО «Издательство «Интеллект-Центр», 2025

© А.А. Прокофьев, Е.А. Разинкова, 2024

ВВЕДЕНИЕ

Согласно приказу Росособнадзора от 29.04.2024 № 1008 в период с 11 апреля по 16 мая 2025 года для обучающихся 10 классов будут проведены Всероссийские проверочные работы (ВПР) по четырём предметам, в том числе по математике, для оценки качества общеобразовательной подготовки обучающихся 10 классов в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС СОО) и федеральной образовательной программы среднего общего образования (ФОП СОО).

ВПР проводятся общеобразовательными организациями в рамках расписания учебных занятий, а результаты этих работ могут быть использованы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, проводимых в рамках реализации образовательной программы.

В таблице 1 представлен перечень умений, проверяемых в каждом задании ВПР по математике.

Таблица 1

Номер задания	Проверяемое умение
1	находить процент или долю числа, решать текстовые задачи, применяя данный навык
2	работать со степенью с целым или дробным показателем, корнем натуральной степени
3	преобразовывать и находить значения тригонометрических выражений
4	решать задачи, используя знания об арифметической либо о геометрической прогрессиях
5	решать геометрические задачи; находить отрезки, углы, площади и объёмы; объяснять свои рассуждения, ссылаясь на условие и известные теоремы
6	находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, а также вероятности с помощью дерева случайного опыта
7	работать с множествами, знание операции над множествами, умение использовать диаграмму Эйлера – Венна при решении задач
8	распознавать и строить графики элементарных функций, описывать свойства числовой функции по ее графику, решать уравнения, используя графики функций
9	находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, а также вероятности с помощью дерева случайного опыта
10	преобразовывать и находить значения тригонометрических выражений
11	решать геометрические задачи; находить отрезки, углы, площади и объёмы; объяснять свои рассуждения, ссылаясь на условие и известные теоремы
12	решать геометрические задачи; находить отрезки, углы, площади и объёмы; объяснять свои рассуждения, ссылаясь на условие и известные теоремы
13	решать тригонометрические уравнения
14	решать дробно-рациональные неравенства
15	распознавать и строить графики элементарных функций, описывать свойства числовой функции по ее графику, решать уравнения, используя графики функций
16	решать геометрические задачи; находить отрезки, углы, площади и объёмы; объяснять свои рассуждения, ссылаясь на условие и известные теоремы
17	находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, а также вероятности с помощью дерева случайного опыта

В данном пособии представлены 10 вариантов ВПР по математике для обучающихся 10 классов. Все варианты составлены в соответствии с официальной демоверсией ВПР и описанием контрольно-измерительных материалов для проведения в 2025 году проверочной работы по математике, разработанными Федеральной службой по надзору в сфере образования и науки.

В конце пособия приведены ответы ко всем заданиям, в том числе к заданиям части 2 с решениями.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ. 10 КЛАСС

Инструкция по выполнению проверочной работы

Всероссийская проверочная работа по математике состоит из двух частей и включает в себя 17 заданий. На выполнение каждой части отводится один урок (не более 45 минут). Обе части работы могут выполняться в один день с перерывом не менее 10 минут или в разные дни.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не проверяются и не оцениваются.

Часть 1 включает в себя 12 заданий. Ответы на задания этой части записываются в поля ответов в тексте работы.

Часть 2 включает в себя 5 заданий. В заданиях 13, 14, 16, 17 требуется записать решение и ответ в указанном месте. В задании 15 надо построить график функции и ответить на поставленный вопрос.

Для изменения любого ответа необходимо его зачеркнуть и записать рядом новый.

Задания лучше выполнять в том порядке, в котором они даны. Если не удаётся выполнить задание сразу, то надо переходить к следующему. Вернуться к пропущенным заданиям можно, если после выполнения работы останется время.

Критерии оценивания проверочной работы

Каждый правильный ответ на задания части 1 оценивается 1 баллом.

Максимальный балл за каждый правильный ответ на задания части 2 равен 2. Критерии оценивания приведены в таблице 2.

Таблица 2

Задание 13	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2 балла
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов
Задание 14	
Обоснованно получен верный ответ	2 балла
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов
Задание 15	
Верно построен график функции и дан верный ответ в пункте 2	2 балла
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов
Задание 16	
Обоснованно получен верный ответ	2 балла
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов
Задание 17	
Обоснованно получен верный ответ	2 балла
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов

Максимальный первичный балл за выполнение работы – 22.

Рекомендуется переводить баллы в отметки по пятибалльной шкале в соответствии с таблицей 3.

Таблица 3

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–5	6–11	12–17	18–22

Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. В магазин привезли продукты, среди которых было 40% овощей. Известно, что 7% всех овощей составлял картофель. Сколько процентов среди всех привезённых продуктов занимал картофель?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{(p^{-5})^{-6}}{p^{14} \cdot p^{12}}$ при $p = -0,2$.

[illegible]

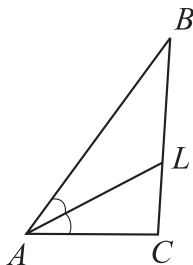
3. Вычислите: $\sin 150^\circ + \cos 540^\circ$.

[illegible]

4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $27, 9, 3, \dots$.

[illegible]

5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 67° , а угол ABC равен 40° . Найдите угол ACB .

[illegible]

11. Медиана прямоугольного треугольника ABC , проведенная из вершины прямого угла C , равна 6,5.

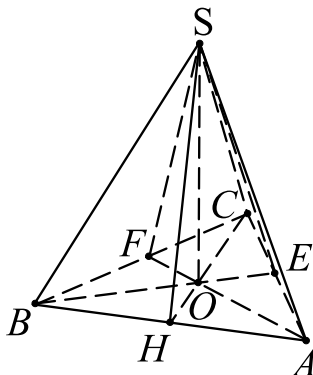
Найдите площадь треугольника ABC , если $\cos \angle B = \frac{5}{13}$.

[illegible]

12. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит равносторонний треугольник ABC . Точка O – центр треугольника ABC . Отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.

- 1) прямые SA и BC
- 2) прямые SA и BE
- 3) прямые AB и SE
- 4) прямые SB и CA

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

[illegible]

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[9; 11]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{-27}{x^2 - 4x - 21} \geq 0$.

Решение:	
Ответ:	

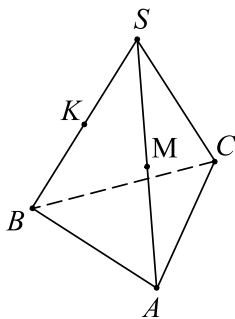
15. Дана функция $f(x) = |x|x - |x| - 3x$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно два решения?

[illegible]

16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка S – вершина, точка M – середина ребра SA , точка K – середина ребра SB . Найдите расстояние от вершины C до прямой MK , если $SC = 6$, $AB = 4$.

[illegible]

ВАРИАНТ 2

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. В школьной библиотеке 80% всех книг составляет художественная литература. Остальные книги являются учебной литературой отечественных авторов. Книги зарубежных авторов составляют 25% всей художественной литературы. Сколько процентов всех книг являются художественной литературой зарубежных авторов?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{x^6 \cdot x^{10}}{(x^{-7})^{-2}}$ при $x = -0,3$.

[illegible]

3. Вычислите: $\operatorname{tg} 225^\circ + \sin 330^\circ$.

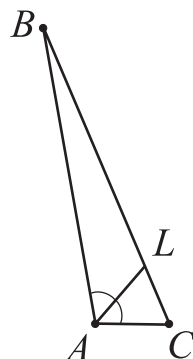
[illegible]

4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $28, 14, 7, \dots$.

[illegible]

5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALB равен 117° , а угол ACB равен 67° . Найдите угол ABC .

Ответ:	
--------	--

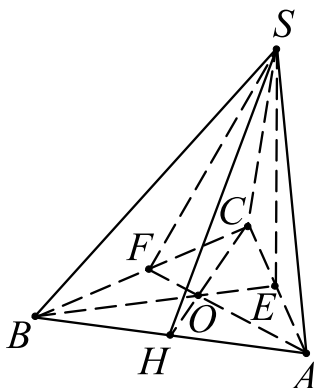


11. Медиана прямоугольного треугольника ABC , проведённая из вершины прямого угла C , равна $\sqrt{10}$. Найдите площадь треугольника ABC , если $\operatorname{tg} \angle B = 2$.

12. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит равносторонний треугольник ABC . Точка O – центр треугольника ABC . Отрезок SE перпендикулярен плоскости основания. Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.

- 1) прямые SB и CA
- 2) прямые AB и SC
- 3) прямые SA и BE
- 4) прямые SE и FA

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Ответ:

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[12; 14]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{-48}{x^2 + 14x + 24} \geq 0$.

Решение:	
Ответ:	

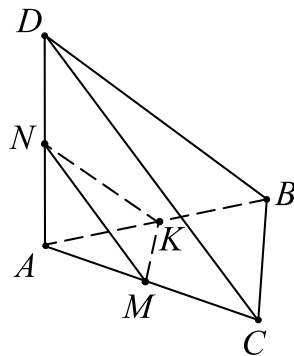
15. Дана функция $f(x) = |x|x - |x| - x$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно три решения?

[illegible]

16. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Точки K, M, N середины рёбер AB, AC и AD соответственно. Найдите расстояние от вершины A до плоскости KMN , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

[illegible]

ВАРИАНТ 3

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. В некотором городе взрослое население старше 18 лет составляет 80% всех живущих. Среди всех детей и подростков от 0 до 18 лет 35% занимаются в детских спортивных секциях. Сколько процентов горожан занимаются в детских спортивных секциях?

ОТВЕТ:																																		

2. Найдите значение выражения $\frac{x^{22} \cdot (y^4)^5}{(xy)^{20}}$ при $x = \sqrt{34}$; $y = \sqrt{24}$.

Ответ:	
--------	--

3. Вычислите: $3 \operatorname{tg}^2 60^\circ - 4 \sin(-30)^\circ$.

[illegible]

4. Найдите сто двадцатый первый член арифметической прогрессии $-78, -72, -66, \dots$.

[illegible]

5. В прямоугольном треугольнике угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 18° . Найдите больший из двух острых углов треугольника.

[illegible]

11. Окружность с радиусом 3, вписанная в равнобедренную трапецию $ABCD$, касается её боковой стороны AB в точке E . Найдите площадь трапеции, если известно, что $BE = 2$, а BC – меньшее основание трапеции.

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 1]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{7x+2}{x^2-x-42} \geq 0$.

Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = x^2 - 6|x| + 8$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно два решения?

[illegible]

16. В правильной шестиугольной пирамиде $MABCDEF$ стороны основания $ABCDEF$ равны 2, а боковые рёбра равны 4. Найдите косинус угла между прямыми MB и AE .

[illegible]

17. Электрические лампочки поступают в магазин с двух заводов. Среди лампочек, изготовленных на первом заводе, 3% бракованных, а среди лампочек, изготовленных на втором заводе, 8% бракованных. Известно, что из всех лампочек, поступивших в магазин, бракованные составляют 7%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется произведённой на втором заводе.

ВАРИАНТ 4

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. На музыкальном фестивале 45% всех участников и только они выступали с танцевальными номерами. Среди остальных участников 20% и только они играли на музыкальных инструментах. Сколько процентов всех участников фестиваля играли на музыкальных инструментах?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{(a^5)^3 \cdot b^{26}}{(ab^2)^{13}}$ при $a = \sqrt{98}$; $b = \sqrt{83}$.

[illegible]

3. Вычислите: $9\operatorname{tg}^2 30^\circ - 8\cos(-60^\circ)$.

[illegible]

4. Найдите девяносто шестой член арифметической прогрессии $-59, -55, -51, \dots$.

Ответ:	
--------	--

5. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 32° . Найдите меньший из двух острых углов треугольника.

ОТВЕТ:	
--------	--

11. Окружность с радиусом 4, вписанная в равнобедренную трапецию $ABCD$, касается её боковой стороны CD в точке E . Найдите площадь трапеции, если известно, что $DE = 8$, а AD – большее основание.

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 4]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{9 + 4x}{x^2 + 4x - 45} \leq 0$.

Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = x^2 - 2|x| + 3$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно три решения?

[illegible]

16. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ стороны основания $ABCDEF$ равны 4, а боковые рёбра равны 8. Найдите косинус угла между прямыми SE и FB .

[illegible]

17. Электрические лампочки поступают в магазин с двух заводов. Среди лампочек, изготовленных на первом заводе, 9% бракованных, а среди лампочек, изготовленных на втором заводе, 4% бракованных. Известно, что из всех лампочек, поступивших в магазин бракованные составляют 6%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется произведённой на первом заводе.

ВАРИАНТ 5

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. Во время первой распродажи в магазине цены на все товары были снижены на 15%, а во время второй – ещё на 10%. На сколько всего процентов подешевели товары в этом магазине после двух распродаж?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{x^{\frac{2}{5}} \cdot x^4}{x^{-\frac{3}{5}}}$ при $x = 3$.

[illegible]

3. Вычислите: $12 \operatorname{tg}(-45^\circ) \cdot \cos^2 30^\circ$.

Ответ:	
--------	--

4. Найдите десятый член геометрической прогрессии $\frac{1}{486}, \frac{1}{162}, \frac{1}{54}, \dots$.

Ответ:	
--------	--

5. Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол 43° . Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника.

Ответ:	
--------	--

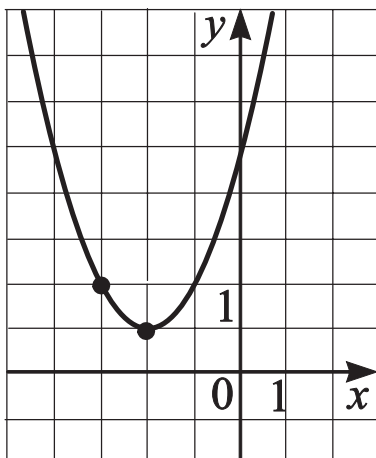
6. В магазине одежды продается 152 футболки: 32 красных, 36 зелёных, 30 оранжевых, остальные белые и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине блузка будет белой или оранжевой.

[illegible]

7. На столе стоит 20 тарелок. На 12 тарелках нарисован цветок, на 7 имеется надпись, на 4 есть и надпись, и цветок, а остальные – без надписи и рисунка. Сколько тарелок не имеют надписи и рисунка?

[illegible]

8. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + 4x + c$, где a и c – целые числа. Найдите $f(8)$.

[illegible]

9. Два игрока бросают по одному разу симметричный игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Объявляется ничья, если очков они выбросили поровну. Первый игрок выкинул 3 очка. Найдите вероятность того, что игрок, бросающий вторым, не выиграет.

[illegible]

10. Найдите $\sqrt{5} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ:	
--------	--

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $2\cos^2 x \sin x + \sin^2 x = 1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\sqrt{2x-1} \geq x$.

Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = |x - 2| - |x + 2|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = kx$ имеет ровно одно решение?

[illegible]

16. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Его диагональ AC_1 составляет с ребрами $B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ угол 60° . Найдите угол между прямыми AC_1 и CC_1 .

[illegible]

ВАРИАНТ 6

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. В ноябре цены на технику подняли на 5%, а в декабре – ещё на 12%. На сколько всего процентов подорожала техника за два указанных месяца?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{b^{-\frac{3}{7}} \cdot b^3}{b^{\frac{4}{7}}}$ при $b = 13$.

[illegible]

3. Вычислите: $8 \cos(-60^\circ) \cdot \sin^2 60^\circ$.

[illegible]

4. Найдите девятый член геометрической прогрессии $\frac{1}{972}, \frac{1}{162}, \frac{1}{27}, \dots$.

Ответ:	
--------	--

5. Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол 37° . Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника.

Ответ:	
--------	--

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $2 \cos x \sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\sqrt{2x-1} < x$.

Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = |x - 3| - |x + 3|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = kx$ имеет ровно три решения?

[illegible]

16. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Его диагональ $B_1 D$ составляет с ребром AD угол 45° , а с ребром DC угол 60° . Найдите угол между прямыми $B_1 D$ и DD_1 .

[illegible]

17. Иван попадает в мишень из пневматического пистолета с вероятностью 0,6 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество выстрелов должен сделать Иван, чтобы вероятность попадания была не менее 0,97?

ВАРИАНТ 7

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов			Отметка за работу			
Баллы												

Часть 1

1. Поступивший летом в продажу новый смартфон стоил 32000 рублей. Осенью он стал стоить 40000 рублей. На сколько процентов повысилась цена смартфона за этот период?

Ответ:	
--------	--

2. Найдите значение выражения $\frac{y^{-3}}{\sqrt[3]{y^5} \cdot y^{-8}}$ при $y = 8$.

[illegible]

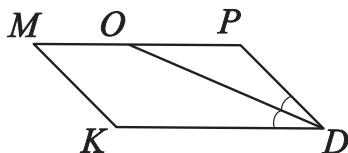
3. Вычислите: $\operatorname{tg} 225^\circ - \sin^2(-45^\circ)$.

[illegible]

4. Найдите сумму первых пятидесяти членов арифметической прогрессии $-30, -27, -24, \dots$.

[illegible]

5. Найдите периметр параллелограмма $KMPD$, если биссектриса угла D делит сторону MP на отрезки 10 см и 11 см, считая от вершины M .



ОТВЕТ:	
--------	--

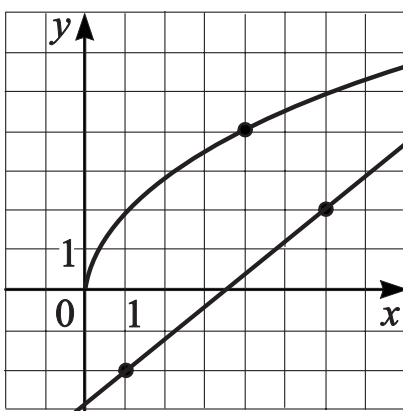
6. Гостей пансионата случайным образом размещают в трёх корпусах: в первые два корпуса селят по 120 человек, а остальных гостей размещают в третьем корпусе. В пансионат приехали 330 отдыхающих, в том числе Мария. Найдите вероятность того, что Мария будет размещена в третьем корпусе. Результат округлите до сотых.

[illegible]

7. В классе 28 учеников, среди которых только биологию любят 9 учеников, только математику – 11 учеников, двое не любят ни один из этих предметов, а остальные любят и тот, и другой предмет. Сколько учеников любят и математику, и биологию?

[illegible]

8. На рисунке изображены графики функций $f(x) = kx + b$ и $g(x) = a\sqrt{x}$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату этой точки.

[illegible]

9. Биатлонист 3 раза стреляет по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что он первый раз попал в мишень, а последние два раза промахнулся.

ОТВЕТ:	
--------	--

10. Найдите $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{10}$.

Ответ:	
--------	--

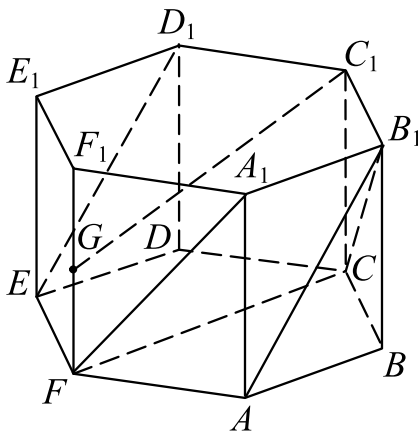
11. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, стороны которого равны 6, 25, 29.

[illegible]

12. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Выберите из предложенного списка пары прямых, лежащих в одной плоскости.

- 1) прямые E_1D_1 и FC
- 2) прямые GC_1 и AB_1
- 3) прямые FA_1 и CB_1
- 4) прямые EE_1 и FA

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

[illegible]

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{-5 \cos x} = 0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

[illegible]

14. Решите неравенство $\frac{(x^2 + 4x)(x - 3)}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$.

[illegible]

15. Дана функция $f(x) = \left| \frac{x-2}{x^2-2x} \right|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = k$ имеет ровно одно решение?

[illegible]

16. Найдите расстояние между прямыми, проходящими через ребро A_1D_1 и диагональ AC_1 куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$, длина ребра которого равна 4.

[illegible]

ВАРИАНТ 8

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов		Отметка за работу				
Баллы												

Часть 1

1. Набор посуды в декабре стоил 3000 рублей, а в январе стал стоить 2550 рублей. На сколько процентов снизилась цена набора посуды за указанный период?

Ответ:	
--------	--

2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{a^2} \cdot a^{-3}}{a^{-4}}$ при $a = 32$.

[illegible]

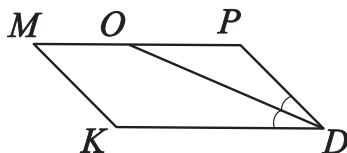
3. Вычислите: $\sin 450^\circ + 12 \cos^2(-150^\circ)$.

[illegible]

4. Найдите сумму первых тридцати членов арифметической прогрессии $-24, -19, -14, \dots$.

[illegible]

5. Найдите периметр параллелограмма $KMPD$, если биссектриса угла D делит сторону MP на отрезки 14 см и 12 см, считая от вершины P .

[illegible]

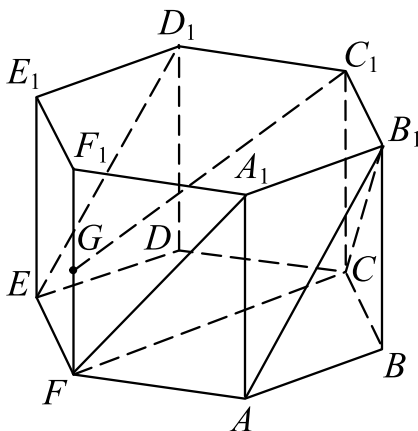
11. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, стороны которого равны 9, 10, 17.

Ответ:	
--------	--

12. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Выберите из предложенного списка пары скрещивающихся прямых.

- 1) прямые ED_1 и AB_1
- 2) прямые GC_1 и DD_1
- 3) прямые FA_1 и CB_1
- 4) прямые AB_1 и CC_1

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

[illegible]

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{8 \cos x} = 0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 3x - 10)(x + 1)}{x^2 - 5x} \leq 0$.

Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = \left| \frac{-4x-2}{4x^2+2x} \right|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = k$ имеет ровно 2 решения?

[illegible]

16. Найдите расстояние между прямыми, проходящими через ребро DC и диагональ AD_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, длина ребра которого равна 6.

[illegible]

ВАРИАНТ 9

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов				Отметка за работу		
Баллы												

Часть 1

1. Банк начисляет 18% годовых по вкладу «Лучший». Юрий открыл такой вклад сроком на два года и внёс 150000 рублей. Сколько рублей составит прибыль Юрия через два года, если он не будет снимать проценты до окончания срока вклада?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{m^{\frac{9}{4}} \cdot m^{-4}}{m^{-2}}$ при $m = 256$.

[illegible]

3. Вычислите: $\frac{1}{\pi} \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin(-1) \right)$.

[illegible]

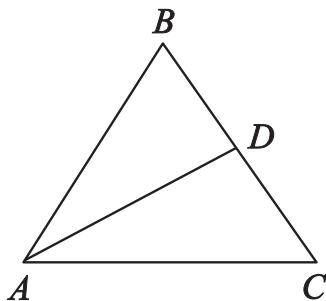
4. Найдите первый член геометрической прогрессии $\{b_n\}$, если $b_5 = 24$, $b_{10} = 768$.

Ответ:	
--------	--

5. Основания равнобедренной трапеции равны 20 и 32, боковая сторона 10. Найдите высоту трапеции.

ОТВЕТ:																												

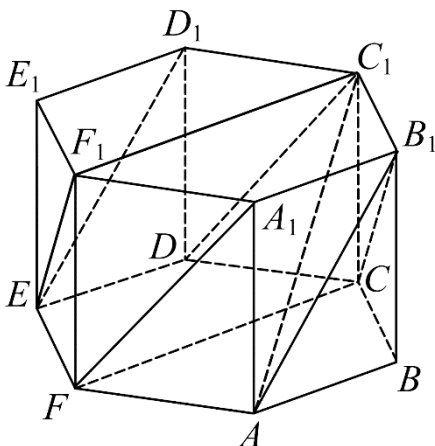
11. В равнобедренном треугольнике ABC основание AC равно 16 см и $\operatorname{tg} A = \frac{5}{4}$. Найдите длину медианы AD .

[illegible]

12. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Выберите из предложенного списка пары параллельных плоскостей.

- 1) плоскости EF_1C_1 и A_1B_1C
- 2) плоскости ED_1D и AC_1C
- 3) плоскости F_1ED_1 и AB_1C
- 4) плоскости ED_1D и AB_1B

В ответе запишите номера выбранных пар плоскостей без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

[illegible]

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\frac{3-3\sin x-2\cos^2 x}{2\sin x-2}=0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 4]$.

[illegible]

14. Решите неравенство $\frac{-7x^3 - 34x^2 + 5x}{-7x^2 + x} \leq 0$.

[illegible]

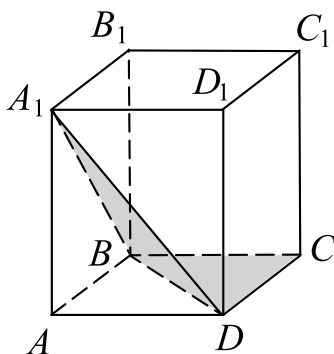
15. Дана функция $f(x) = \sqrt{|x+2|}$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно два решения?

[illegible]

16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра AB и AA_1 соответственно равны $\sqrt{6}$ и 3. Найдите величину большего из двугранных углов, образованных плоскостями $BA_1 D$ и ABD .

[illegible]

ВАРИАНТ 10

Часть 1												
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Баллы												
Часть 2												
Номер задания	13	14	15	16	17	Сумма баллов				Отметка за работу		
Баллы												

Часть 1

1. Банк начисляет 15% годовых по вкладу «Выгодный». Степан открыл такой вклад сроком на три года и внёс 200000 рублей. Сколько рублей составит прибыль Степана через три года, если он не будет снимать проценты до окончания срока вклада?

[illegible]

2. Найдите значение выражения $\frac{n^7}{n^{-\frac{13}{6}} \cdot n^9}$ при $n = 729$.

[illegible]

3. Вычислите: $\frac{3}{\pi} \left(\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arctg} 1 \right)$.

ОТВЕТ:	
--------	--

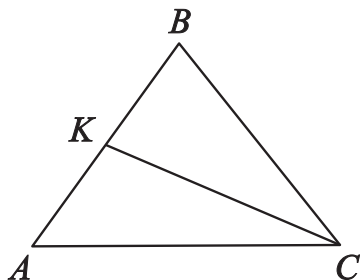
4. Найдите первый член геометрической прогрессии $\{b_n\}$, если $b_4 = 192$, $b_7 = 12288$.

[illegible]

5. Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 48, боковая сторона 15. Найдите высоту трапеции.

ОТВЕТ:																																									

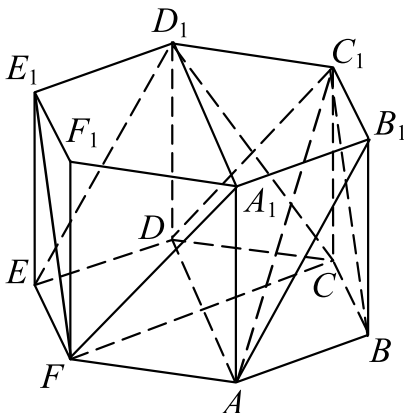
11. В равнобедренном треугольнике ABC основание AC равно 32 см и $\operatorname{tg} C = \frac{7}{8}$. Найдите длину медианы CK .

[illegible]

12. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Выберите из предложенного списка пары параллельных плоскостей.

- 1) плоскости ED_1A_1 и AB_1C_1
- 2) плоскости ED_1D и AC_1C
- 3) плоскости FE_1D_1 и ABC_1
- 4) плоскости FE_1D_1 и FA_1B_1

В ответе запишите номера выбранных пар плоскостей без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

[illegible]

Часть 2

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\frac{3 + 3 \cos x - 2 \sin^2 x}{5 \cos x + 5} = 0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4; -1]$.

Решение:	
Ответ:	

14. Решите неравенство $\frac{-18x^2 - 8x}{-9x^3 + 32x^2 + 16x} \geq 0$.

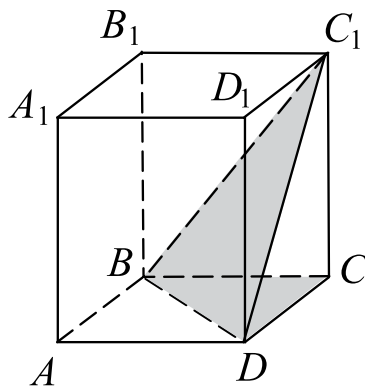
Решение:	
Ответ:	

15. Дана функция $f(x) = \sqrt{|3-x|}$.

- 1) Постройте график функции $y = f(x)$.
- 2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно одно решение?

[illegible]

16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра AB и AA_1 соответственно равны $2\sqrt{6}$ и 6. Найдите величину меньшего из двугранных углов, образованных плоскостями $BC_1 D$ и DAB .

[illegible]

ОТВЕТЫ

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2,8%	0,0016	-0,5	40,5	86°	0,75	5 сотрудников	-2	0,2	6	30	14

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[9; 11]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Из уравнения $\sin \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$ получаем $\frac{\pi(x+1)}{2} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x+1 = -1 + 4k, k \in \mathbb{Z};$ $x = -2 + 4k, k \in \mathbb{Z}.$ 2) Из полученной серии корней отберём корни, принадлежащие отрезку $[9; 11]$. Так как $9 \leq -2 + 4k \leq 11$, то $\frac{11}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}$. Учитывая, что $k \in \mathbb{Z}$, получим $k = 3$, следовательно, $x = 10$. Ответ: 1) $-2 + 4k, k \in \mathbb{Z}$; 2) 10. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

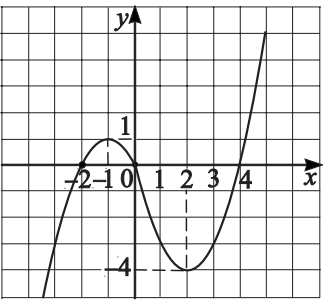
14. Решите неравенство $\frac{-27}{x^2 - 4x - 21} \geq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как $-27 < 0$ и знаменатель дроби не может равняться нулю, то данное неравенство равносильно неравенству $x^2 - 4x - 21 < 0$, откуда $(x+3)(x-7) < 0$. Решив это неравенство методом интервалов, получим $x \in (-3; 7)$. Ответ: $(-3; 7)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

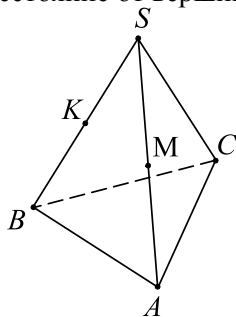
15. Дана функция $f(x) = |x|x - |x| - 3x$.

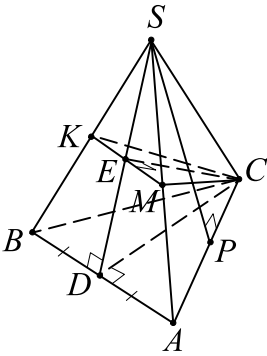
1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях t уравнение $f(x) = t$ имеет ровно два решения?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = x^2 - 4x$ при $x \geq 0$ и $f(x) = -x^2 - 2x$ при $x < 0$. Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $t = -4$ и $t = 1$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA , точка K – середина ребра SB . Найдите расстояние от вершины C до прямой MK , если $SC = 6$, $AB = 4$.



Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как пирамида правильная, то медианы CK и CM боковых граней равны и треугольник KCM равнобедренный, а тогда его медиана CE является его высотой, то есть расстояние от вершины C до прямой MK равно CE. Из треугольника SAP, где SP – высота треугольника SAC, имеем $\cos A = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Из треугольника AMC по теореме косинусов получим: $CM^2 = AM^2 + AC^2 - 2AM \cdot AC \cdot \cos A$, откуда $CM^2 = 17$. Так как $KM = 2$ (по свойству средней линии треугольника), то из прямоугольного треугольника CEM по теореме Пифагора получим $CE = \sqrt{CM^2 - EM^2} = \sqrt{17 - 1} = 4$. Ответ: 4. Возможно другое решение. 	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Если шахматист А играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б с вероятностью 0,7. Если А играет чёрными, то он выигрывает у Б с вероятностью 0,4. Шахматисты А и Б играют одну партию, причём цвет фигур определяется с помощью бросания симметричного игрального кубика. Если выпадет цифра 6, то белыми играет Б, иначе белыми играет А. Найдите вероятность того, что выиграет шахматист Б.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть $A = \{\text{шахматист А выигрывает, играя белыми}\}$, $B = \{\text{шахматист А выигрывает, играя чёрными}\}$, $C = \{\text{шахматист Б выигрывает, играя белыми}\}$, $D = \{\text{шахматист Б выигрывает, играя чёрными}\}$. По условию $P(A) = 0,7$, тогда $P(D) = 1 - P(A) = 0,3$, так как события A и D – противоположные. Также по условию $P(B) = 0,4$, тогда $P(C) = 1 - P(B) = 0,6$, так как события B и C – противоположные. Вероятность того, что шахматисту Б достанутся белые фигуры равна $\frac{1}{6}$, а чёрные ему достанутся с вероятностью $\frac{5}{6}$. Вероятность события {шахматист Б выиграет} равна сумме вероятностей двух несовместных событий {шахматисту Б достанутся белые фигуры, и он выиграет} и {шахматисту Б достанутся чёрные фигуры, и он выиграет}, поэтому искомая вероятность равна $\frac{1}{6} \cdot 0,6 + \frac{5}{6} \cdot 0,3 = 0,35.$ Ответ: 0,35. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20%	0,09	0,5	56	13°	0,65	8 пирожных	15	0,6	−2	8	134

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[12; 14]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Из уравнения $\cos \frac{\pi(x+1)}{2} = -1$ получаем $\frac{\pi(x+1)}{2} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x+1 = 2 + 4k, k \in \mathbb{Z};$ $x = 1 + 4k, k \in \mathbb{Z}.$ 2) Из полученной серии корней отберём корни, принадлежащие отрезку $[12; 14]$. Так как $12 \leq 1 + 4k \leq 14$, значит, $\frac{11}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}$. Учитывая, что $k \in \mathbb{Z}$, получим $k = 3$, следовательно, $x = 13$. Ответ: 1) $1 + 4k, k \in \mathbb{Z}$; 2) 13. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

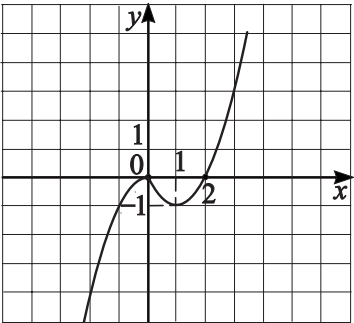
14. Решите неравенство $\frac{-48}{x^2 + 14x + 24} \geq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как $-48 < 0$ и знаменатель дроби не может равняться нулю, то данное неравенство равносильно неравенству $x^2 + 14x + 24 < 0$, откуда $(x+12)(x+2) < 0$. Решая это неравенство методом интервалов, получим $x \in (-12; -2)$. Ответ: $(-12; -2)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

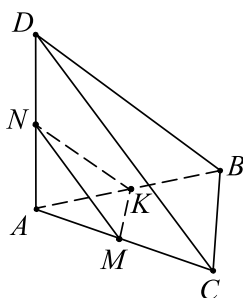
15. Дана функция $f(x) = |x|x - |x| - x$.

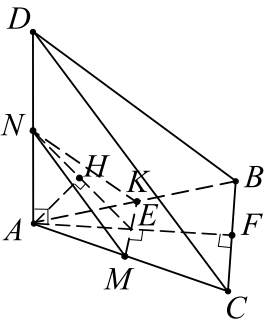
1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях t уравнение $f(x) = t$ имеет ровно три решения?

Ответ и указания к оцениванию		Баллы
Решение. $f(x) = x^2 - 2x \text{ при } x \geq 0 \text{ и } f(x) = -x^2 \text{ при } x < 0.$ Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $-1 < t < 0$.		
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2		2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2

16. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Точки K, M, N середины рёбер AB, AC и AD соответственно. Найдите расстояние от вершины A до плоскости KMN , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.



Решение и указания к оцениванию		Баллы
Решение. Треугольник ABC – равнобедренный. В нём медиана AF – высота, $AF \perp BC$ и $AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = 4\sqrt{5}$, MK – средняя линия ($MK \parallel BC$ и $MK \perp AF$). Треугольник MNK – равнобедренный (из равенства проекций $AM = AK$ следует равенство и наклонных $NM = NK$). Пусть точка $E = MK \cap AF$ – середина MK, тогда медиана NE в треугольнике MNK является также и высотой. По признаку перпендикулярности прямой и плоскости $MK \perp ANE$ ($MK \perp AE$ и $MK \perp NE$). В прямоугольном треугольнике ANE высота $AH \perp NE$ и $AH \perp MK$, а значит $AH \perp MNK$, следовательно, искомое расстояние равно AH. Поскольку $AE = \frac{AF}{2} = 2\sqrt{5}$, $AN = \frac{AD}{2} = \sqrt{5}$, $NE = \sqrt{AE^2 + AN^2} = 5$, то $AH = \frac{AN \cdot AE}{NE} = 2.$ Ответ: 2. Возможно другое решение.		
		
Обоснованно получен верный ответ		2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2

17. Если шахматист Б играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста А с вероятностью 0,7. Если Б играет чёрными, то он выигрывает у А с вероятностью 0,4. Шахматисты А и Б играют одну партию, причём цвет фигур определяется с помощью бросания симметричного игрального кубика. Если выпадет цифра 6, то белыми играет Б, иначе белыми играет А. Найдите вероятность того, что выиграет шахматист А.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть $A = \{\text{шахматист А выигрывает, играя белыми}\}$, $B = \{\text{шахматист А выигрывает, играя чёрными}\}$, $C = \{\text{шахматист Б выигрывает, играя белыми}\}$, $D = \{\text{шахматист Б выигрывает, играя чёрными}\}$. По условию $P(C) = 0,7$, тогда $P(B) = 1 - P(C) = 0,3$, так как события B и C – противоположные. Также по условию $P(D) = 0,4$, тогда $P(A) = 1 - P(D) = 0,6$, так как события A и D – противоположные. Вероятность того, что шахматисту А достанутся белые фигуры равна $\frac{5}{6}$, а чёрные ему достанутся с вероятностью $\frac{1}{6}$. Вероятность события {шахматист А выиграет} равна сумме вероятностей двух несовместных событий {шахматисту А достанутся белые фигуры, и он выиграет} и {шахматисту А достанутся чёрные фигуры, и он выиграет}, поэтому искомая вероятность равна $\frac{5}{6} \cdot 0,6 + \frac{1}{6} \cdot 0,3 = 0,55.$ Ответ: 0,55. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

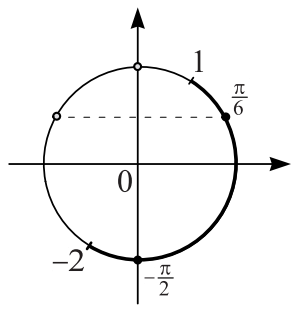
Вариант 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7%	34	11	642	63°	0,875	26 учеников	14,25	0,2	0,8	39	23

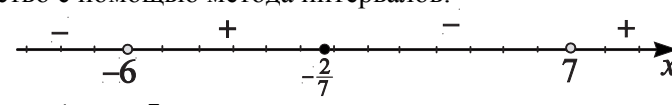
13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 1]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Преобразуем уравнение к виду $2 \sin x \cos x = \cos x$; $2 \sin x \cos x - \cos x = 0$; $\cos x(2 \sin x - 1) = 0$. Отсюда $\cos x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$. Тогда $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = -\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{6}$. Ответ: 1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{6}$.  Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14. Решите неравенство $\frac{7x+2}{x^2-x-42} \geq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Выражение $\frac{7x+2}{(x-7)(x+6)}$ равно нулю в точке $-\frac{2}{7}$ и не имеет смысла при $x = 7$ и $x = -6$. Решим неравенство с помощью метода интервалов:  Таким образом, $x \in \left(-6; -\frac{2}{7}\right] \cup (7; +\infty)$. Ответ: $\left(-6; -\frac{2}{7}\right] \cup (7; +\infty)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15. Дана функция $f(x) = x^2 - 6|x| + 8$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно два решения?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1 \text{ при } x \geq 0 \text{ и}$ $f(x) = x^2 + 6x + 8 = (x + 3)^2 - 1 \text{ при } x < 0.$ Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке. 2) при $m = -1$ или $m > 8$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. В правильной шестиугольной пирамиде $MABCDEF$ стороны основания $ABCDEF$ равны 2, а боковые рёбра равны 4. Найдите косинус угла между прямыми MB и AE .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как пирамида $MABCDEF$ правильная, то все её боковые рёбра равны, а в основании лежит правильный шестиугольник $ABCDEF$. В правильном шестиугольнике диагонали AE и BD параллельны. Следовательно, угол между прямыми MB и AE равен углу между пересекающимися прямыми MB и BD. Треугольник BMD – равнобедренный, $BM = MD = 4$, $BD = BC \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$. Из теоремы косинусов для треугольника BMD получим, что $\cos \angle MBD = \frac{BM^2 + BD^2 - MD^2}{2BM \cdot BD} = \frac{4^2 + (2\sqrt{3})^2 - 4^2}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$ Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Электрические лампочки поступают в магазин с двух заводов. Среди лампочек, изготовленных на первом заводе, 3% бракованных, а среди лампочек, изготовленных на втором заводе, 8% бракованных. Известно, что из всех лампочек, поступивших в магазин, бракованные составляют 7%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется произведённой на втором заводе.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть p – вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка изготовлена на втором заводе, тогда $(1 - p)$ – вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка изготовлена на первом заводе. Построим дерево вероятностей. Тогда вероятность события {лампочка бракованная} равна сумме вероятностей несовместных событий {лампочка изготовлена на первом заводе и бракованная} и {лампочка изготовлена на втором заводе и бракованная} Получим уравнение $p \cdot 0,08 + (1 - p) \cdot 0,03 = 0,07.$ Откуда $p = 0,8$. Ответ: 0,8. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Вариант 4

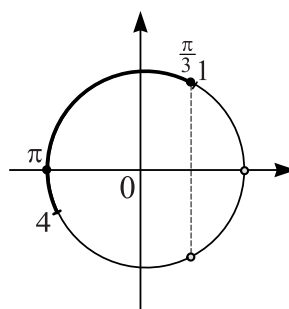
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11%	98	-1	321	29°	0,2	23 ученика	-1	0,4	0,6	80	13

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 4]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Преобразуем уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ к виду $2 \sin x \cos x = \sin x; 2 \sin x \cos x - \sin x = 0;$ $\sin x(2 \cos x - 1) = 0; \sin x = 0 \text{ или } \cos x = \frac{1}{2}.$ Отсюда $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = \frac{\pi}{3}; x = \pi.$ Ответ: 1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{3}; \pi$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

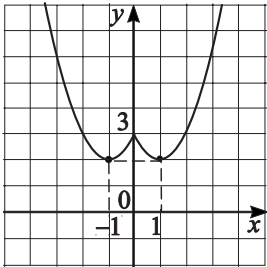


14. Решите неравенство $\frac{9+4x}{x^2+4x-45} \leq 0$.

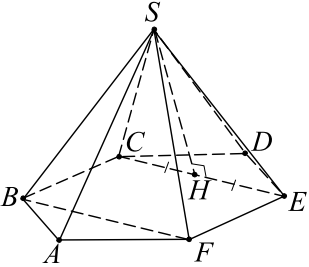
Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Выражение $\frac{9+4x}{x^2+4x-45}$ равно нулю в точке $-\frac{9}{4}$ и не имеет смысла при $x = -9$ и $x = 5$. Решим неравенство с помощью метода интервалов: Таким образом, $x \in (-\infty; -9) \cup \left[-\frac{9}{4}; 5\right)$. Ответ: $(-\infty; -9) \cup \left[-\frac{9}{4}; 5\right)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15. Дана функция $f(x) = x^2 - 2|x| + 3$.

- Постройте график функции $y = f(x)$.
- При каких значениях m уравнение $f(x) = m$ имеет ровно три решения?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 \text{ при } x \geq 0 \text{ и}$ $f(x) = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \text{ при } x < 0.$ Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $m = 3$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ стороны основания $ABCDEF$ равны 4, а боковые рёбра равны 8. Найдите косинус угла между прямыми SE и FB .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как пирамида $SABCDEF$ правильная, то все её боковые рёбра равны, а в основании лежит правильный шестиугольник $ABCDEF$. В правильном шестиугольнике диагонали FB и EC параллельны. Следовательно, угол между прямыми SE и FB равен углу между пересекающимися прямыми SE и CE. Треугольник CSE – равнобедренный, $CS = SE = 8$, $CE = CD \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$. В равнобедренном треугольнике CSE медиана SH является и высотой. Из прямоугольного треугольника HSE получим $\cos \angle SEH = \frac{HE}{SE} = \frac{CE}{2SE} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$ Ответ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Электрические лампочки поступают в магазин с двух заводов. Среди лампочек, изготовленных на первом заводе, 9% бракованных, а среди лампочек, изготовленных на втором заводе, 4% бракованных. Известно, что из всех лампочек, поступивших в магазин бракованные составляют 6%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется произведённой на первом заводе.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Пусть p – вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка изготовлена на первом заводе, тогда $(1 - p)$ – вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка изготовлена на втором заводе. Построим дерево вероятностей. <pre> graph TD A[Лампочка] -- p --> B[Изготовлена на 1-м заводе] A -- 1 - p --> C[Изготовлена на 2-м заводе] B -- 0,91 --> D[Не брак] B -- 0,09 --> E[Брак] C -- 0,04 --> F[Брак] C -- 0,96 --> G[Не брак] E --- H(()) F --- H style H stroke:#f00,stroke-width:2px </pre> Тогда событие {лампочка бракованная} равно сумме несовместных событий {лампочка изготовлена на первом заводе и бракованная} и {лампочка изготовлена на втором заводе и бракованная}. $p \cdot 0,09 + (1 - p) \cdot 0,04 = 0,06.$ Откуда $p = 0,4$. Ответ: 0,4. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

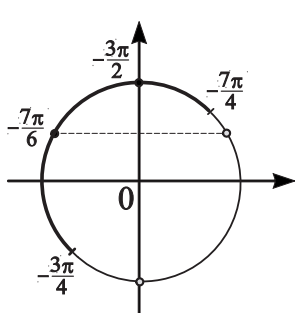
Вариант 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
23,5%	243	-9	40,5	86°	0,375	5 тарелок	101	0,5	-2	2	4

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $2\cos^2 x \sin x + \sin^2 x = 1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Преобразуем уравнение $2\cos^2 x \sin x + \sin^2 x = 1$ к виду $2\cos^2 x \sin x + \sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x;$ $2\cos^2 x \sin x - \cos^2 x = 0; \cos^2 x(2\sin x - 1) = 0;$ $\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2}.$ Отсюда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = -\frac{7\pi}{6}; x = -\frac{3\pi}{2}.$ Ответ: 1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ 2) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}.$ Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

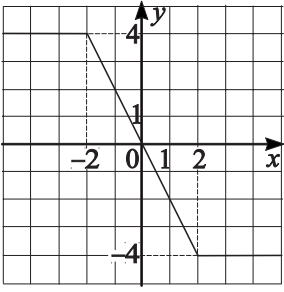
14. Решите неравенство $\sqrt{2x-1} \geq x$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Область допустимых значений переменной составляют те значения x, для которых выполнено условие $2x-1 \geq 0$, то есть $x \geq \frac{1}{2}$. При $x \geq \frac{1}{2}$ исходное неравенство равносильно неравенству $2x-1 \geq x^2$. Откуда $x^2 - 2x + 1 \leq 0$, то есть $(x-1)^2 \leq 0$, значит, $x = 1$. Ответ: 1. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

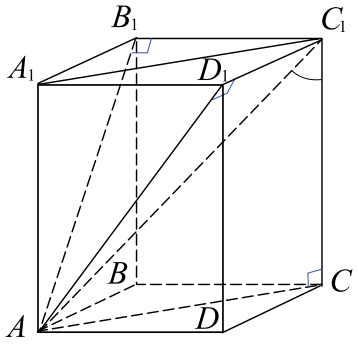
15. Дана функция $f(x) = |x - 2| - |x + 2|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = kx$ имеет ровно одно решение?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = 4$ при $x < -2$; $f(x) = -2x$ при $-2 \leq x < 2$ и $f(x) = -4$ при $x \geq 2$. Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $k \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Его диагональ AC_1 составляет с рёбрами $B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ угол 60° . Найдите угол между прямыми AC_1 и CC_1 .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный, $B_1 C_1 \perp AA_1 B_1$, $D_1 C_1 \perp AA_1 D_1$ и $CC_1 \perp ABC$. Пусть $AC_1 = d$. В прямоугольном треугольнике $AB_1 C_1$ имеем $B_1 C_1 = AC_1 \cos \angle AC_1 B_1 = d \cos 60^\circ = \frac{d}{2}$. Аналогично в прямоугольном треугольнике $AD_1 C_1$ $D_1 C_1 = AC_1 \cos \angle AC_1 D_1 = d \cos 60^\circ = \frac{d}{2}$. В основаниях параллелепипеда лежат равные прямоугольники, поэтому $AC = A_1 C_1 = \sqrt{A_1 B_1^2 + B_1 C_1^2} = \frac{d\sqrt{2}}{2}.$ В прямоугольном треугольнике $AC_1 C$ получаем $\sin \angle AC_1 C = \frac{AC}{AC_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Тогда искомый угол равен 45°. Ответ: 45°. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Сергей попадает в мишень при стрельбе из пневматического пистолета с вероятностью 0,8 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество выстрелов должен сделать Сергей, чтобы вероятность попадания была не менее 0,999?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Вероятность не попасть в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,2, тогда вероятность n раз подряд не попасть в мишень составляет $0,2^n$, значит, вероятность попадания при одном из n выстрелов равна $1 - 0,2^n$. По условию задачи $1 - 0,2^n \geq 0,999$, тогда $0,2^n \leq 0,001$. При $n = 1$ $0,2^1 > 0,001$. При $n = 2$ $0,2^2 = 0,04 > 0,001$. При $n = 3$ $0,2^3 = 0,008 > 0,001$. При $n = 4$ $0,2^4 = 0,0016 > 0,001$. При $n = 5$ $0,2^5 = 0,00032 < 0,001$. Таким образом, чтобы вероятность попадания была не менее 0,999, Сергей должен сделать не менее 5 выстрелов. Ответ: 5. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

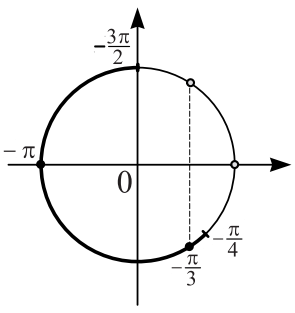
Вариант 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
17,6%	169	3	1728	74°	0,25	9 чашек	-13	0,5	-5	4	1

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $2\cos x \sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. 1) Преобразуем уравнение $2\cos x \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ к виду $2\cos x \sin^2 x + \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x;$ $2\cos x \sin^2 x - \sin^2 x = 0; \sin^2 x(2\cos x - 1) = 0;$ $\sin x = 0 \text{ или } \cos x = \frac{1}{2}.$ Тогда $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = -\frac{\pi}{3}; x = -\pi.$  Ответ: 1) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $-\frac{\pi}{3}; -\pi$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

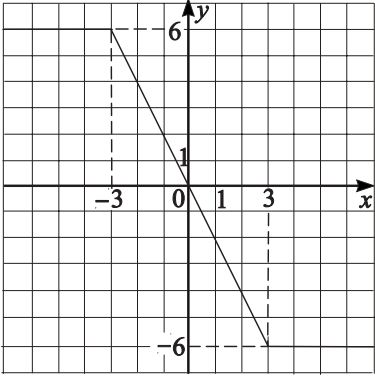
14. Решите неравенство $\sqrt{2x-1} < x$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Область допустимых значений составляют те значения x, для которых выполнено условие $2x-1 \geq 0$, то есть $x \geq \frac{1}{2}$. При $x \geq \frac{1}{2}$ исходное неравенство равносильно неравенству $2x-1 < x^2$. Откуда $x^2 - 2x + 1 > 0$, то есть $(x-1)^2 > 0$, значит, $x \neq 1$. Так как $x \neq 1$ и $x \geq \frac{1}{2}$, то $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$. Ответ: $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

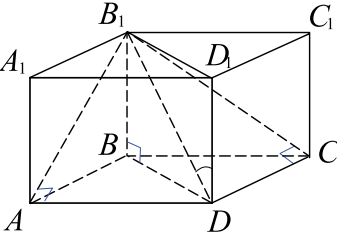
15. Дана функция $f(x) = |x - 3| - |x + 3|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях k уравнение $f(x) = kx$ имеет ровно три решения?

Ответ и указания к оцениванию		Баллы
Решение. $f(x) = 6$ при $x < -3$; $f(x) = -2x$ при $-3 \leq x < 3$ и $f(x) = -6$ при $x \geq 3$. Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $-2 < k < 0$.		
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2		2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2

16. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Его диагональ $B_1 D$ составляет с ребром AD угол 45° , а с ребром DC угол 60° . Найдите угол между прямыми $B_1 D$ и DD_1 .

Решение и указания к оцениванию		Баллы
Решение. Так как параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный, то $AD \perp AA_1 B_1$, $D_1 C_1 \perp BB_1 C_1$ и $CC_1 \perp A_1 B_1 C_1$. Пусть $B_1 D = d$. В прямоугольном треугольнике $AB_1 D$ имеем $AD = B_1 D \cos \angle B_1 D A = d \cos 45^\circ = \frac{d\sqrt{2}}{2}.$ Аналогично в прямоугольном треугольнике $DB_1 C$ $DC = B_1 D \cos \angle B_1 D C = d \cos 60^\circ = \frac{d}{2}.$ В основаниях параллелепипеда лежат равные прямоугольники, поэтому $B_1 D_1 = BD = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \frac{d\sqrt{3}}{2}.$ В прямоугольном треугольнике $DB_1 D_1$ получаем $\sin \angle B_1 D D_1 = \frac{B_1 D_1}{B_1 D} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Тогда искомый угол равен 60°. Ответ: 60°. Возможно другое решение.		
		
Обоснованно получен верный ответ		2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2

17. Иван попадает в мишень из пневматического пистолета с вероятностью 0,6 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество выстрелов должен сделать Иван, чтобы вероятность попадания была не менее 0,97?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Вероятность не попасть в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,4, тогда вероятность n раз подряд не попасть в мишень составляет $0,4^n$, значит, вероятность попадания при одном из n выстрелов равна $1 - 0,4^n$. По условию задачи $1 - 0,4^n \geq 0,97$, тогда $0,4^n \leq 0,03$. При $n = 1$ $0,4^1 > 0,03$. При $n = 2$ $0,4^2 = 0,16 > 0,03$. При $n = 3$ $0,4^3 = 0,064 > 0,03$. При $n = 4$ $0,4^4 = 0,0256 < 0,03$. Таким образом, чтобы вероятность попадания была не менее 0,97, Иван должен сделать не менее 4 выстрелов. Ответ: 4. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

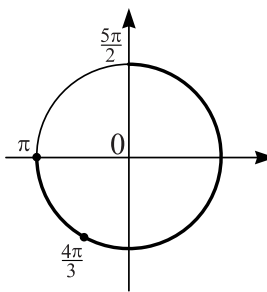
Вариант 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25%	1024	0,5	2175	64 см	0,27	6 учеников	7	0,096	-0,9	2	13

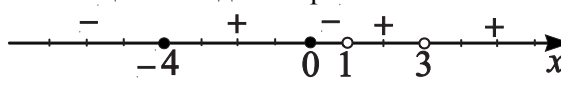
13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{-5 \cos x} = 0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
1) Область допустимых значений составляют те значения x, для которых выполнены условия: $\begin{cases} \cos x \leq 0, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$ Откуда $\cos x < 0$. Тогда исходное уравнение равносильно системе $\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x = 0, \\ \cos x < 0. \end{cases}$ Рассмотрим первое уравнение системы. $\operatorname{tg} x (\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0,$ $\operatorname{tg} x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = \sqrt{3}.$ Учитывая, что $\cos x < 0$, получим $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}.$ 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = \frac{4\pi}{3}; x = \pi.$ Ответ: 1) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z};$ 2) $\pi; \frac{4\pi}{3}.$  Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

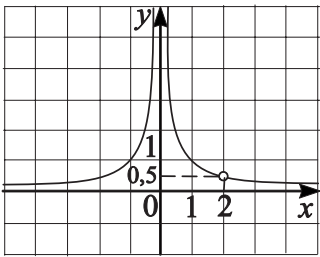
14. Решите неравенство $\frac{(x^2 + 4x)(x - 3)}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Выражение $\frac{x(x+4)(x-3)}{(x-1)(x-3)}$ равно нулю в точках 0 и -4, а при $x = 1$ и $x = 3$ не имеет смысла. Решим неравенство с помощью метода интервалов:  Таким образом, $x \in [-4; 0] \cup (1; 3) \cup (3; +\infty).$ Ответ: $[-4; 0] \cup (1; 3) \cup (3; +\infty).$ Возможно другое решение.	

Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

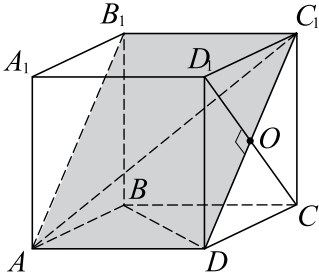
15. Дана функция $f(x) = \left| \frac{x-2}{x^2-2x} \right|$.

- 1) Постройте график функции $y = f(x)$.
2) При каких значениях k уравнение $f(x) = k$ имеет ровно одно решение?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = \left \frac{x-2}{x^2-2x} \right = \left \frac{x-2}{x(x-2)} \right = \frac{1}{ x } \text{ при условии, что } x \neq 2.$ Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $k = 0,5$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. Найдите расстояние между прямыми, проходящими через ребро A_1D_1 и диагональ AC_1 куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$, длина ребра которого равна 4.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Прямая AC_1 лежит в плоскости AB_1C_1. Прямая $A_1D_1 \parallel B_1C_1$, а прямая B_1C_1 лежит в плоскости AB_1C_1, значит, $A_1D_1 \parallel AB_1C_1$. Тогда расстояние $\rho(A_1D_1, AC_1) = \rho(A_1D_1, AB_1C_1) = \rho(D_1, AB_1C_1)$. Поскольку $D_1C \perp DC$ (как диагонали квадрата) и $D_1C \perp AD$ (поскольку $AD \perp DD_1C_1$), то $D_1C \perp AB_1C_1$. Следовательно, $\rho(D_1, AB_1C_1) = \frac{D_1C}{2} = 2\sqrt{2}$. Ответ: $2\sqrt{2}$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



17. Для проведения беспроигрышной лотереи было выпущено 1000 билетов. Цена одного билета – 100 рублей. В таблице представлены размеры выигрышей и количество билетов с указанным выигрышем.

Выигрыш	10	100	200	1000	2000
Количество билетов	800	150	40	9	1

На сколько рублей цена билета, выбранного случайным образом, выше, чем математическое ожидание выигрыша?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть $x_1 = 10$, $x_2 = 100$, $x_3 = 200$, $x_4 = 1000$, $x_5 = 2000$ – значения случайной дискретной величины X, вероятности которых равны соответственно $p_1 = \frac{800}{1000} = 0,8$, $p_2 = \frac{150}{1000} = 0,15$, $p_3 = \frac{40}{1000} = 0,04$, $p_4 = \frac{9}{1000} = 0,009$, $p_5 = \frac{1}{1000} = 0,001$. Математическое ожидание EX выигрыша можно найти по формуле $EX = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4 + x_5p_5.$ Откуда $EX = 8 + 15 + 8 + 9 + 2 = 42$. Тогда цена билета выше математического ожидания выигрыша на $100 - 42 = 58$ рублей. Ответ: 58 рублей. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

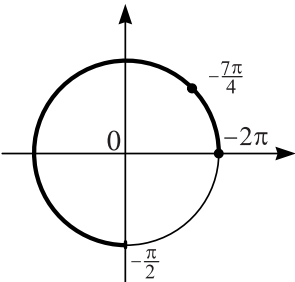
Вариант 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15%	128	10	1455	80 см	0,19	6 человек	-6	0,1029	0,75	10,625	24

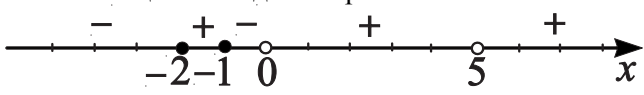
13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{8 \cos x} = 0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
1) Область допустимых значений составляют те значения x, для которых выполнены условия: $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$ Откуда $\cos x > 0$. Тогда исходное уравнение равносильно системе $\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0, \\ \cos x > 0. \end{cases}$ Рассмотрим первое уравнение системы. $\operatorname{tg} x (\operatorname{tg} x - 1) = 0$, $\operatorname{tg} x = 0$ или $\operatorname{tg} x = 1$. Учитывая, что $\cos x > 0$, получим $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x = -2\pi$; $x = -\frac{7\pi}{4}$. Ответ: 1) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) -2π; $-\frac{7\pi}{4}$.  Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

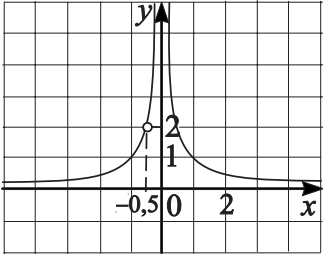
14. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 3x - 10)(x + 1)}{x^2 - 5x} \leq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$, то $\frac{(x^2 - 3x - 10)(x + 1)}{x^2 - 5x} = \frac{(x - 5)(x + 2)(x + 1)}{x(x - 5)}$. Выражение $\frac{(x - 5)(x + 2)(x + 1)}{x(x - 5)}$ равно нулю в точках -2 и -1, а при $x = 0$ и $x = 5$ не имеет смысла. Решим неравенство с помощью метода интервалов:  Таким образом, $x \in (-\infty; -2] \cup [-1; 0)$. Ответ: $(-\infty; -2] \cup [-1; 0)$. Возможно другое решение.	

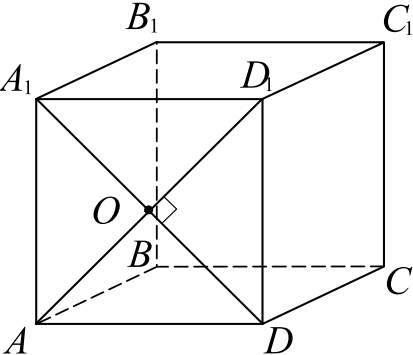
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15. Дана функция $f(x) = \left| \frac{-4x - 2}{4x^2 + 2x} \right|$.

- 1) Постройте график функции $y = f(x)$.
 2) При каких значениях k уравнение $f(x) = k$ имеет ровно 2 решения?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = \left \frac{-4x - 2}{4x^2 + 2x} \right = \left \frac{-2(2x + 1)}{2x(2x + 1)} \right = \frac{1}{ x } \text{ при условии, что } x \neq -0,5.$ Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $k \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. Найдите расстояние между прямыми, проходящими через ребро DC и диагональ AD_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, длина ребра которого равна 6.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть O – точка пересечения диагоналей квадрата $AA_1 D_1 D$, тогда $DO \perp AD_1$. Так как $CD \perp AA_1 D_1$, то $CD \perp DO$. Таким образом, DO – общий перпендикуляр скрещивающихся прямых DC и AD_1. Таким образом, $\rho(AD_1, DC) = DO = \frac{AD_1}{2} = 3\sqrt{2}$. Ответ: $3\sqrt{2}$. Возможно другое решение.	
	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Для проведения беспроигрышной лотереи было выпущено 1000 билетов. Цена одного билета – 50 рублей. В таблице представлены размеры выигрышей и количество билетов с указанным выигрышем.

Выигрыш	10	50	100	1000	2000
Количество билетов	900	60	30	8	2

На сколько рублей цена билета, выбранного случайным образом, выше, чем математическое ожидание выигрыша?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пусть $x_1 = 10$, $x_2 = 50$, $x_3 = 100$, $x_4 = 1000$, $x_5 = 2000$ – значения случайной дискретной величины X, вероятности которых равны соответственно $p_1 = \frac{900}{1000} = 0,9$, $p_2 = \frac{60}{1000} = 0,06$, $p_3 = \frac{30}{1000} = 0,03$, $p_4 = \frac{8}{1000} = 0,008$, $p_5 = \frac{2}{1000} = 0,002$. Математическое ожидание EX выигрыша можно найти по формуле $EX = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4 + x_5p_5.$ Откуда $EX = 9 + 3 + 3 + 8 + 4 = 27$. Тогда цена билета выше математического ожидания выигрыша на $50 - 27 = 23$ рубля. Ответ: 23 рубля. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

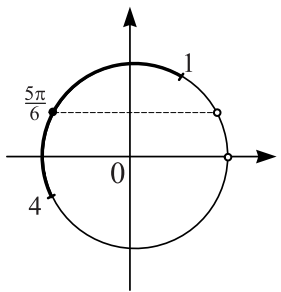
Вариант 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
58860 рублей	4	-0,25	1,5	8	0,25	24 акции	29	0,92	1,5	13	34

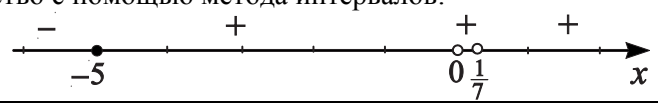
13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\frac{3-3\sin x-2\cos^2 x}{2\sin x-2}=0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 4]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
1) Преобразуем исходное уравнение $\frac{3-3\sin x-2(1-\sin^2 x)}{2\sin x-2}=0;$ $\frac{2\sin^2 x-3\sin x+1}{2(\sin x-1)}=0; \quad \frac{2(\sin x-0,5)(\sin x-1)}{2(\sin x-1)}=0.$ Таким образом, $\sin x=0,5$, то есть $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x=\frac{5\pi}{6}$. Ответ: 1) $\frac{\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{5\pi}{6}$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

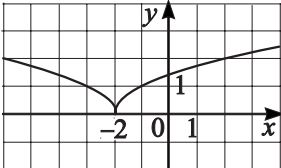
14. Решите неравенство $\frac{-7x^3-34x^2+5x}{-7x^2+x} \leq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как $\frac{-7x^3-34x^2+5x}{-7x^2+x} = \frac{-7x(x+5)\left(x-\frac{1}{7}\right)}{-7x\left(x-\frac{1}{7}\right)}$, то исходное неравенство равносильно неравенству $\frac{x(x+5)\left(x-\frac{1}{7}\right)}{x\left(x-\frac{1}{7}\right)} \leq 0$. Выражение $\frac{x(x+5)\left(x-\frac{1}{7}\right)}{x\left(x-\frac{1}{7}\right)}$ не равно нулю в точке -5, а при $x=0$ и $x=\frac{1}{7}$ не имеет смысла. Решим неравенство с помощью метода интервалов: 	

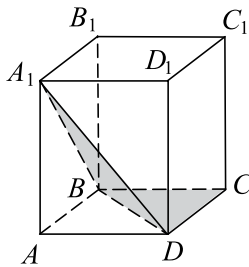
Таким образом, $x \in (-\infty; -5]$.	
Ответ: $(-\infty; -5]$.	
Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

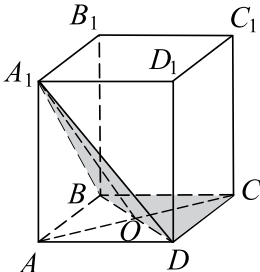
15. Дана функция $f(x) = \sqrt{|x+2|}$.

- 1) Постройте график функции $y = f(x)$.
- 2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно два решения?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = \sqrt{x+2}$ при $x \geq -2$ и $f(x) = \sqrt{-x-2}$ при $x < -2$. Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $c \in (0; +\infty)$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра AB и AA_1 соответственно равны $\sqrt{6}$ и 3. Найдите величину большего из двугранных углов, образованных плоскостями $BA_1 D$ и ABD .



Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пересекающиеся плоскости $BA_1 D$ и ABD образуют две пары вертикальных двугранных углов с общим ребром BD. В основании призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$. Его диагонали BD и AC перпендикулярны. Боковые грани призмы – равные прямоугольники, диагонали которых равны. Значит, треугольник $BA_1 D$ – равнобедренный и его медиана $A_1 O$ является высотой. Тогда угол $A_1 O A$ – линейный угол двугрannого угла $A_1 B D A$. 	

В прямоугольном треугольнике OAA_1 имеем $\operatorname{tg} \angle A_1OA = \frac{AA_1}{AO} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$. Следовательно, $\angle A_1OA = 60^\circ$. Тогда мера большего двугранного угла A_1BDC равна 120° . Ответ: 120° . Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17. Стрелок стреляет по одному разу по каждой из шести одинаковых мишеней. Вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно три мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно пять мишеней»? Ответ округлите до сотых.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. По условию задачи вероятность поражения мишени равна $p = 0,6$, тогда вероятность промаха $1 - p = 0,4$. Используя формулу Бернулли, запишем вероятности событий $A = \{\text{стрелок поразит ровно три мишени}\}$ и $B = \{\text{стрелок поразит ровно пять мишеней}\}$: $P(A) = C_6^3 \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^3 = 20 \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^3;$ $P(B) = C_6^5 \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^1 = \frac{6!}{5!(6-5)!} \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^1 = 6 \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^1.$ Тогда $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{20 \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^3}{6 \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^1} = \frac{10 \cdot 0,4^2}{3 \cdot 0,6^2} = 1,48$. Ответ: 1,48. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Вариант 10

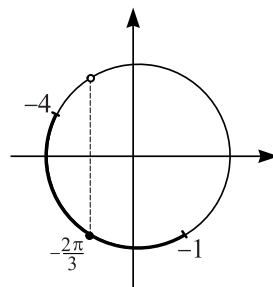
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
104175 рублей	3	-0,25	3	9	0,17	30 картин	3	0,9	3	25	13

13. Выполните действия.

1) Решите уравнение $\frac{3+3\cos x-2\sin^2 x}{5\cos x+5}=0$.

2) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4; -1]$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
1) Преобразуем исходное уравнение $\frac{3+3\cos x-2(1-\cos^2 x)}{5\cos x+5}=0;$ $\frac{2\cos^2 x+3\cos x+1}{5(\cos x+1)}=0; \frac{2(\cos x+0,5)(\cos x+1)}{5(\cos x+1)}=0.$ Таким образом, $\cos x=-0,5$, то есть $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$. 2) С помощью тригонометрической окружности отберём корни из указанного промежутка: $x=-\frac{2\pi}{3}$. Ответ: 1) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$; 2) $-\frac{2\pi}{3}$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Дан верный ответ в пункте 1 ИЛИ Ход решения верный для обоих пунктов, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



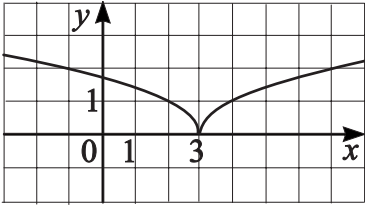
14. Решите неравенство $\frac{-18x^2-8x}{-9x^3+32x^2+16x}\geq 0$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Так как $\frac{-18x^2-8x}{-9x^3+32x^2+16x}=\frac{-18x\left(x+\frac{4}{9}\right)}{-9x(x-4)\left(x+\frac{4}{9}\right)}$, то исходное неравенство равносильно неравенству $\frac{2x\left(x+\frac{4}{9}\right)}{x(x-4)\left(x+\frac{4}{9}\right)}\geq 0$. Выражение $\frac{9x\left(x+\frac{4}{9}\right)}{x\cdot(x-4)\left(x+\frac{4}{9}\right)}$ не равно нулю, а при $x=-\frac{4}{9}$, $x=0$ и $x=4$ не имеет смысла. Решим неравенство с помощью метода интервалов: Таким образом, $x\in(4;+\infty)$. Ответ: $(4;+\infty)$. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2

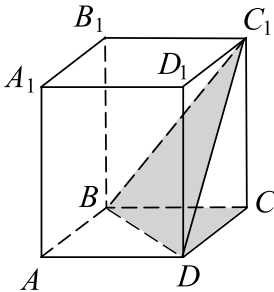
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

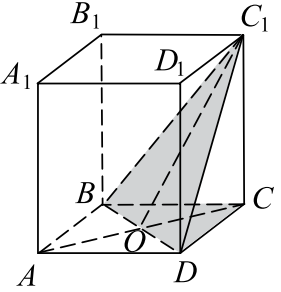
15. Дана функция $f(x) = \sqrt{|3-x|}$.

- 1) Постройте график функции $y = f(x)$.
- 2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно одно решение?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $f(x) = \sqrt{3-x}$ при $x \leq 3$ и $f(x) = \sqrt{x-3}$ при $x > 3$. Ответ. 1) График функции $f(x)$ представлен на рисунке.  2) при $c = 0$.	
Верно построен график функции, и дан верный ответ в пункте 2	2
Верно построен график функции, искомые значения параметра не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра AB и AA_1 соответственно равны $2\sqrt{6}$ и 6. Найдите величину меньшего из двугранных углов, образованных плоскостями $BC_1 D$ и DAB .



Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Пересекающиеся плоскости $BC_1 D$ и DAB образуют две пары вертикальных двугранных углов с общим ребром BD. В основании призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$. Его диагонали BD и AC перпендикулярны. Боковые грани призмы – равные прямоугольники, диагонали которых равны. Значит, треугольник $BC_1 D$ – равнобедренный и его медиана $C_1 O$ – высота. Тогда угол $C_1 O C$ – линейный угол двугранного угла $C_1 B D C$. В прямоугольном треугольнике $O C C_1$ имеем $\operatorname{tg} \angle C_1 O C = \frac{C C_1}{C O} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$. Следовательно, $\angle C_1 O C = 60^\circ$, и он является меньшим. Ответ: 60°. Возможно другое решение.	

Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17. Стрелок стреляет по одному разу по каждой из восьми одинаковых мишеней. Вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно четыре мишени» меньше вероятности события «стрелок поразит ровно шесть мишеней»?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. По условию задачи вероятность поражения мишени равна $p = 0,8$, тогда вероятность промаха $1 - p = 0,2$. Используя формулу Бернулли, запишем вероятности событий $A = \{\text{стрелок поразит ровно четыре мишени}\}$ и $B = \{\text{стрелок поразит ровно шесть мишеней}\}$: $P(A) = C_8^4 \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^4 = 70 \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^4;$ $P(B) = C_8^6 \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2 = \frac{8!}{6!(8-6)!} \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2 = 28 \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2.$ Тогда $\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{28 \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2}{70 \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^4} = \frac{4 \cdot 0,8^2}{10 \cdot 0,2^2} = 6,4$. Ответ: 6,4. Возможно другое решение.	
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Описание контрольно-измерительных материалов для проведения в 2025 году проверочной работы по МАТЕМАТИКЕ 10 класс. // Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки. https://fioco.ru/obraztsi_i_opisaniya_vpr_2025
2. Образец проверочной работы по математике в 10 классе. // Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки. https://fioco.ru/obraztsi_i_opisaniya_vpr_2025
3. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации : [учебное пособие] / А.А. Прокофьев, Е.А. Разинкова. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2025. – 280 с.
4. Математика. Профильный уровень. Единый государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации : [учебное пособие] / А.А. Прокофьев, Т.В. Соколова. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2025. – 248 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ. 10 КЛАСС	4
ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРОВЕРОЧНОЙ РАБОТЫ	4
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОВЕРОЧНОЙ РАБОТЫ	4
ВАРИАНТ 1	5
ВАРИАНТ 2	11
ВАРИАНТ 3	17
ВАРИАНТ 4	23
ВАРИАНТ 5	29
ВАРИАНТ 6	35
ВАРИАНТ 7	41
ВАРИАНТ 8	47
ВАРИАНТ 9	53
ВАРИАНТ 10	59
ОТВЕТЫ	65
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	95

Минимальные системные требования определяются соответствующими требованиями программ Adobe Reader версии не ниже 11-й либо Adobe Digital Editions версии не ниже 4.5 для платформ Windows, Mac OS, Android и iOS; экран 10"

Учебное электронное издание

Прокофьев А. А., Разинкова Е. А.

МАТЕМАТИКА

10 КЛАСС

**10 вариантов итоговых работ для подготовки
к Всероссийской проверочной работе**

Генеральный директор *М. Б. Миндюк*

Редактор *Д. П. Локтионов*

Художественный редактор *Е. Ю. Воробьёва*

Компьютерная вёрстка и макет *Е. В. Лупенко*

Подписано к использованию 27.12.24

Формат 18,5×27,5 см

Гарнитура Times New Roman

Издательство «Интеллект-Центр»

125445, Москва, ул. Смольная, 24А, этаж 7, пом. I, ком. 14

Тел.: (495) 660-34-53

Сайт: <https://www.intellectcentre.ru/>

Эл. почта: intellect@izentr.ru

Электронное издание данной книги подготовлено
Агентством электронных изданий «Интермедиатор»

Сайт: <http://www.intermediator.ru>

Телефон: (495) 587-74-81

Эл. почта: info@intermediator.ru

Издательство «Интеллект-Центр»

- Учебные материалы для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ и ВПР
- Практикумы и дидактические материалы, сборники тестовых заданий
- Материалы для развития интеллектуальных способностей
- Учебные пособия, реализующие современные технологии в обучении и контроле знаний учащихся

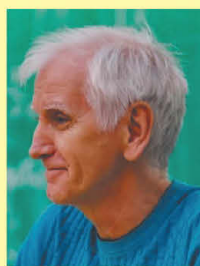
- **Покупайте наши пособия в электронном формате в интернет-магазине «Электронный универс»**
e-Univers.ru



КУРСЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

(образовательная лицензия № 0411759 от 27.10.2021 г.):

«ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ: ТЕХНОЛОГИЯ ПОДГОТОВКИ» (72 часа).



Автор: Прокофьев Александр Александрович, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой НИУ МИЭТ «Кафедра высшей математики – 1», председатель предметной комиссии по проверке ЕГЭ по математике г. Москвы в 2015–2020 гг., автор более 300 научных и учебно-методических публикаций.

«ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ, ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ» (36 часов).



Автор: Казарихина Татьяна Николаевна, кандидат педагогических наук, учитель математики и информатики высшей квалификационной категории, зам. директора АНО СОШ «Димитриевская», доцент кафедры теоретической информатики и дискретной математики МПГУ.

Форма обучения: заочная с применением ДОТ. Документ по окончании обучения: удостоверение о повышении квалификации установленного образца.

Подробнее о курсах можно узнать на сайте Издательства: www.intellectcentre.ru

Записаться на курсы можно:

- направив заявку на электронную почту: intellect@izentr.ru
- на сайте Издательства: <https://edu.intellectcentre.ru/>
- на сайте дополнительного профессионального образования педагогических работников города Москвы: <https://www.dpomos.ru/>

Издательство «Интеллект-Центр»

тел./факс: + 7 (495) 660-34-53

Ждём Ваших писем: 125445, г. Москва, ул. Смольная, д. 24А,

этаж 6, ком. 24 | e-mail: intellect@izentr.ru

www.intellectcentre.ru | vk.com/intellektcentre | t.me/izentr