

Конспект занятия

Введение в неравенства.
Метод интервалов

Аделия Адамова

ЕГЭ

Профильная математика





Введение в неравенства. Метод интервалов

Простейшие линейные неравенства

1) $6x \geq 54;$

$$x \geq \frac{54}{6};$$

$$x \geq 9;$$

$$x \in [9; +\infty).$$

2) $3x + 4 < 0;$

$$3x < -4;$$

$$x < -\frac{4}{3};$$

$$x < -1\frac{1}{3};$$

$$x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{3}\right).$$

3) $7 - 49x > 0.$

$$-49x > -7;$$

$$x < \frac{7}{49};$$

$$x < \frac{1}{7};$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{7}\right).$$

Метод интервалов. Алгоритм решения неравенств

Пусть нам дано неравенство вида $f(x) V 0$, где V – это $<, \leq, >, \geq$.

1. Раскладываем $f(x)$ на множители (если это возможно).

2. Находим нули $f(x)$.

3. Отмечаем корни (нули) функции на оси в порядке возрастания.

4. Расставляем знаки на интервалах, начиная от крайнего правого.

5. Выбираем подходящие нам промежутки, записываем ответ.

Простейший пример

Решите неравенство: $x^2 - 5x + 6 > 0$.

1. Раскладываем на множители:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3);$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 \cdot x_2 = 6, \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 3.$$

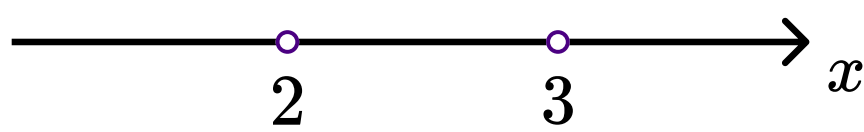


2. Из (1) пункта находим нули неравенства:

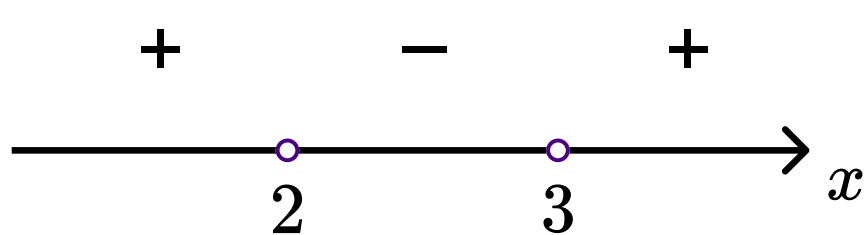
$$(x - 2)(x - 3) = 0;$$

$$x = 2, \quad x = 3.$$

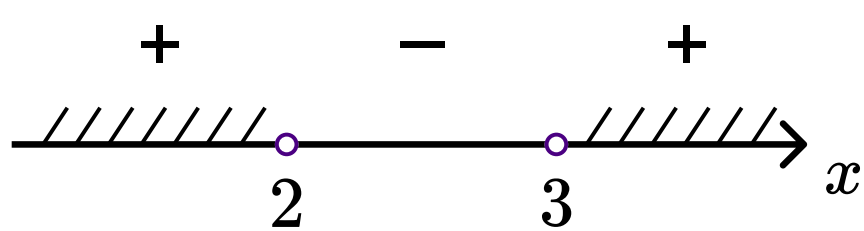
3. Отмечаем на числовой прямой:



4. Расставляем знаки:



5. Отмечаем необходимые промежутки:



Ответ: $(-\infty; 2) \cup (3 + \infty)$.

P.S. Конечно, так расписывать на ЕГЭ вовсе не обязательно в силу экономии времени. В дальнейшем большая часть из этих пунктов выполняется устно.

Определение промежутков знакопостоянства

Если неравенство представлено в виде произведения множителей, то:

1) Если перед всеми x стоит знак +, то в крайнем правом промежутке будет +. Если перед **четным** количеством x стоит -, то в крайнем правом будет +.

1*) Если перед **нечетным** количеством x стоит -, то в крайнем правом промежутке будет -.

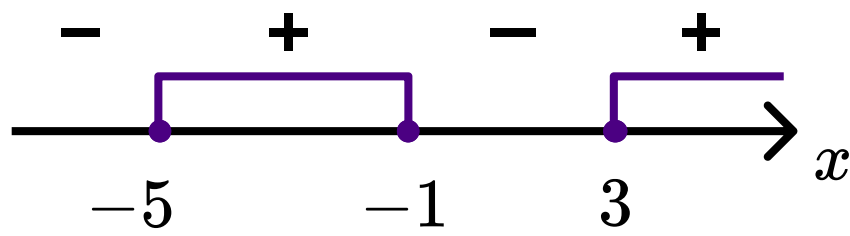
2) Если у множителя неравенства стоит **нечетная** степень, то знаки около этого корня **чередуются**.

2*) Если у множителя неравенства стоит **четная** степень, то знаки около этого корня **одинаковы**.



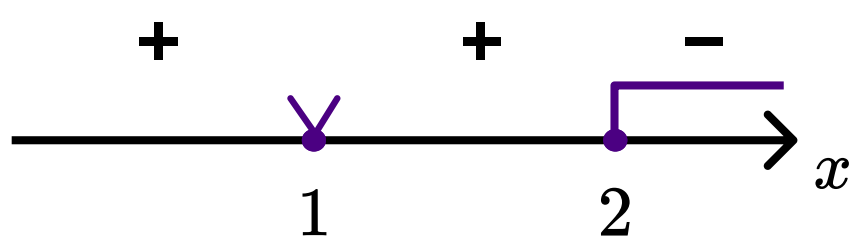
Примеры для определения промежутков знакопостоянства

1) $(x - 3)(x + 1)(x + 5)^3 \geq 0$.



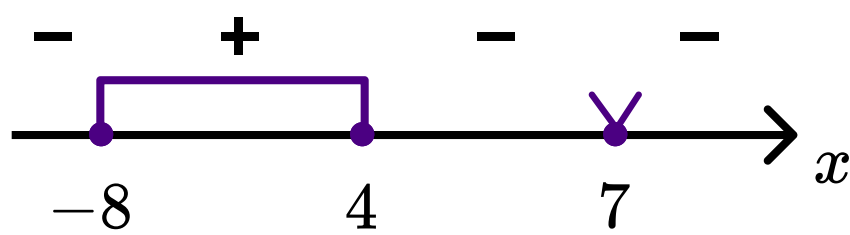
$$x \in [-5; -1] \cup [3; +\infty).$$

2) $(x - 1)^2(2 - x) \leq 0$.



$$x \in \{1\} \cup [2; +\infty).$$

3) $(4 - x)(7 - x)^2(x + 8) \geq 0$.



$$x \in [-8; 4] \cup \{7\}.$$