МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ «СЕРГИЕВО-ПОСАДСКИЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»

Российская Федерация, Московская обл., Сергиево-Посадский г.о., г. Сергиев Посад, мкр. Семхоз, ул. Хотьковская, д. 33в
E-mail: mo_spfml@mosreg.ru http://ФМЛ.РФ

РАССМОТРЕНО	**СОГЛАСОВАНО**	**УТВЕРЖДЕНО**
Руководитель кафедры	Заместитель директора по УВР	Директор
_____	_____	_____
Краснова Вера Владимировна	Четайкина Галина Федоровна	Макарова Ольга Алексеевна
Протокол №1	от «27» 08 2026 г	Приказ № 1-ос
от «26» 08 2026 г.		от «01» 09 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

элективного курса

«Теория и практика решения задач повышенной трудности по математике»

для 10 класса

г. Сергиев Посад

Настоящая рабочая программа по элективному курсу **«Теория и практика решения задач повышенной трудности по математике»** для обучающихся 10 классов составлена в соответствии с нормативными документами, определяющими структуру и содержание курса:

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного среднего образования, утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287;
2. Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки РФ к использованию в образовательном процессе в текущем 2026-2027 учебном году
3. Рабочая программа по алгебре и началам анализа составлена на базе рабочих программ среднего общего образования по алгебре и началам анализа Т.А. Бурмистровой по УМК С.М. Никольского, М.К. Потапова, Н.Н. Решетникова и др. «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы», углубленный уровень (Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10-11 классы: учебное пособие для учителей общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / (сост. Т.А. Бурмистрова).- М.: Просвещение, 2026. - 128 с. - ISBN 978-5-09-038782 - 8).
4. Основная образовательная программа ГБОУ МО СП ФМЛ.
5. Рекомендации по оснащению образовательного учреждения учебным и учебно-лабораторным оборудованием, необходимым для реализации федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования, организации проектной деятельности, моделирования и технического творчества обучающихся (письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 24.11.2021 № МД-1552/03).

Рабочая программа ориентирована на работу с учебником: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс: учебн. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников и др.]. – 3-е издание – М.: Просвещение, 2026 .

Программа рассчитана на 1 час в неделю (всего 34 ч.)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

- Элективный курс **« Теория и практика решения задач повышенной трудности поматематике »** соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности. Язык алгебры подчеркивает значение математики как языка для построения математических моделей, процессов и явлений реального мира.

Одной из основных задач изучения алгебры является развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики; овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символических форм вносит свой специфический вклад в развитие воображения, способностей к математическому творчеству.

Другой важной задачей изучения алгебры является получение обучающимися конкретных знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов (равномерных, равноускоренных, экспоненциальных, периодических и др.), для формирования у учащихся представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Изучение алгебры и начал анализа в старшей школе осуществляется на двух уровнях - базовом и профильном, каждый из которых имеет свою специфику в зависимости от образовательных потребностей обучающихся.

Отличия курса «Алгебры и начал анализа» на базовом уровне от того же курса на профильном уровне заключаются в том, что один и тот же математический материал в первом случае служит главным образом средством развития личности обучающихся, повышения их общекультурного уровня. Во втором случае во главу угла ставится развитие математических способностей обучающихся и сохранение традиционно высокого уровня российского математического образования. Эти отличия проявляться в учебной деятельности: это, например, различный уровень изложения материала и некоторое расширение содержания курса в классах с углубленным изучением, различная глубина изучения ключевых понятий, качественные различия в задачном материале. Поэтому, обучающиеся, имеющие ярко выраженную склонность к занятиям наукой, и в частности к математике, могут получить возможности развития своих способностей. Для этой категории обучающихся будут предложны темы самостоятельных исследовательских работ. Некоторые из них предусмотрены в программе для углубленного уровня.

Элективный курс «**Практикум по решению математических задач**» в 10 классах является последовательным продолжением элективного курса 9 класса. Учебный материал содержит разделы, связанные с решением задач с параметрами более высокого и многопланового характера (тригонометрические, иррациональные, показательные, логарифмические, модульные системы уравнений и неравенств). Наряду с этим в программу включены темы, связанные с изучением, начал математического анализа и элементов теории вероятностей и математической статистики. Перемещения в программе не повлекли за собой изменения содержания программы. Темы изучаются все и в полном объеме.

Планируемые предметные результаты освоения элективного курса «Теория и практика решения задач повышенной трудности по математике»

Изучение алгебры и начал математического анализа в старшей школе даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов.

- **Личностные:**

1) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

2) готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

3) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

4) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

5) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества;

6) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

- **Метапредметные:**

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением

требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) владение языковыми средствами — умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

7) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

- **Предметные**

Предметные результаты освоения курса алгебры и начал математического анализа на углублённом уровне ориентированы преимущественно на подготовку к последующему профессиональному образованию, развитие индивидуальных способностей обучающихся путём более глубокого, чем это предусматривается базовым курсом, освоения основ наук, систематических знаний и способов действий, присущих данному учебному предмету. Углублённый уровень изучения алгебры и начал математического анализа включает, кроме перечисленных ниже результатов освоения углублённого курса, и результатов освоения базового курса, данные ранее:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ 10 КЛАСС

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и ее свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства.

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

К концу обучения **в 10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по темам:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближенные вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем; свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента; оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач;

свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы 2×2 и его геометрический смысл, использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений, моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;
моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;
свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;
свободно оперировать понятиями: четные и нечетные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;
свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;
оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;
свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;
свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность,
определение тригонометрических функций числового аргумента;
использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь представление о константе;
использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера; свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых; свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;
свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;
свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;
вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;
использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Множества и логика:

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

Календарно-тематическое планирование элективного курса

«Теория и практика решения задач повышенной трудности по математике»

№ п\п	Содержание урока	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий) по теме	Дата по плану	Дата по факту
	Действительные числа			
1	Решение задач на множестве натуральных и целых чисел			
2	Решение задач на множестве рациональных чисел			
3	Иррациональные числа.			
4	Доказательство иррациональности числа.			
5	Действительные числа.			
	Решение задач с параметром			
6	Линейные и квадратные уравнения с параметром	Знать определение уравнения-следствия, преобразования, приводящие данное уравнение к уравнению-следствию. Решать уравнения при помощи перехода к уравнению-следствию. Решать уравнения переходом к равносильной системе. Решать уравнения вида f (a(x)) = f (b(x)). Решать неравенства переходом к равносильной системе. Решать неравенства вида f (a(x)) > f (b(x))		
7	Линейные и квадратные неравенства с параметром			
8	Решение дробно- рациональных уравнений с параметром			
9	Теоремы о расположении корней квадратного трехчлена			
10	Решение уравнений с параметром, содержащих абсолютную величину			
11	Решение уравнений с параметром, содержащих абсолютную величину			
12	Решение уравнений с параметром, содержащих абсолютную величину			
12	Решение уравнений с параметром, содержащих			

	абсолютную величину			
13	Решение неравенств, содержащих абсолютную величину			
14	Решение иррациональных уравнений с параметром			
15	Решение иррациональных неравенств с модулем			
16	Решение показательных уравнений с параметром			
17	Решение показательных неравенств с параметром			
18	Логарифмические уравнения с параметром			
19	Логарифмические уравнения с параметром			
20	Логарифмические неравенства с параметром			
21	Логарифмические неравенства с параметром			
	Обратные тригонометрические функции			
23	Понятие арккосинуса . Основные свойства.			
24	Понятие арксинуса . Основные свойства. Преобразование выражений, содержащих арксинус.			
25	Понятия арктангенса и арккотангенса . Основные свойства.			
26	Преобразование выражений, содержащих арктангенс и арккотангенс			
27	Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.			

28	Простейшие неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.			
	Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром			
29	Простейшие тригонометрические уравнения с параметром.			
30	Решение тригонометрических уравнений с параметром с применением замен.			
31	Простейшие тригонометрические неравенства с параметром.			
32	Тригонометрические неравенства с параметром. Метод замены.			
	Решение задач с параметром по материалам ЕГЭ			
33	Решение задач с параметром по материалам ЕГЭ			
34	Решение задач с параметром по материалам ЕГЭ			
35	Решение задач с параметром по материалам ЕГЭ			
36	Решение задач с параметром по материалам ЕГЭ			