



МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

10—11

классы

БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВНИ

• • • • Методическое пособие
для учителя



МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

10—11

КЛАССЫ

БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВНИ

Методическое пособие
для учителя

Москва
«Просвещение»
2024

УДК 373.5.016:512
ББК 74.262.21
М34

Математика. Вероятность и статистика : 10—11-е классы : базовый и углублённый уровни :
М34 методическое пособие для учителя. — Москва : Просвещение, 2024. — 40 с.

ISBN 978-5-09-117246-1

Пособие предназначено учителям, ведущим преподавание по УМК «Математика. Вероятность и статистика. 10 класс», «Математика. Вероятность и статистика. 11 класс» базового и углублённого уровней Е. А. Бунимовича, В. А. Булычева.

В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса «Вероятность и статистика» 10—11 классов, приводятся общие методические рекомендации. Также в него включены рабочая программа по учебному предмету «Математика» для 10—11 классов и планирование изучения учебного курса «Вероятность и статистика» на базовом и углублённом уровнях.

**УДК 373.5.016:512
ББК 74.262.21**

ISBN 978-5-09-117246-1

© АО «Издательство «Просвещение», 2024
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2024
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: в сфере экономики, в бизнесе, и в технологических областях и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо, в том числе, хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике старшей школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 10 — 11 классов базового и углублённого уровней Е. А. Бунимовича, В. А. Булычева входят:

- ✓ учебное пособие «Математика. Вероятность и статистика. 10 класс» в печатной и электронной формах;
- ✓ учебное пособие «Математика. Вероятность и статистика. 11 класс» в печатной и электронной формах;
- ✓ задачник в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики, теории вероятностей и статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

Учебный курс «Вероятность и статистика» в 10—11 классах является продолжением и развитием одноимённого учебного курса основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Приоритетными целями обучения математике в 10—11 классах являются:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- подведение учащихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различного рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе.

ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы **на базовом уровне** выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел».

Важную часть курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел — фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям,

при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

В структуре учебного курса «Вероятность и статистика» **на углублённом уровне** средней школы выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел». Помимо основных линий в курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную в основной школе, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне, — последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Рабочей программой предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения в старшей школе, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше курсов.

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на базовом и углублённом уровнях отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов. Но содержание этих курсов различается в зависимости от уровня изучения.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события.

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 класс

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.

Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований.

Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении.

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 класс

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах

функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственное воспитание:

осознанием духовных ценностей русского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т. п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов.

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

К концу 10 класса обучающийся научится:

- читать и строить таблицы и диаграммы;
- оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;
- оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;
- находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач;
- оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта; применять комбинаторное правило умножения при решении задач;
- оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;
- оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения.

11 класс

К концу 11 класса обучающийся научится:

- сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм;
- оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению; иметь представление о законе больших чисел; иметь представление о нормальном распределении.

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

- Свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента.
- Свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями.

- Находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач; пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трёх случайных событий.
- Оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач; определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента.
- Применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей.
- Свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха; в серии испытаний Бернулли; в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности.
- Свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

11 класс

- Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.
- Свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения); применять свойства математического ожидания при решении задач; вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений.
- Свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач; вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений.
- Вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» 10 — 11 КЛАССОВ

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 10 — 11 классов базового и углублённого уровней Е. А. Бунимовича, В. А. Булычева входят:

- ✓ учебное пособие «Математика. Вероятность и статистика. 10 класс» в печатной и электронной формах;
- ✓ учебное пособие «Математика. Вероятность и статистика. 11 класс» в печатной и электронной формах;
- ✓ задачник в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Одной из принципиальных особенностей новых российских образовательных стандартов является включение в программу по математике элементов теории вероятностей и статистики. А также выделение отдельного курса «Вероятность и статистика». Это целесообразно по следующим причинам:

- преподавание теории вероятностей и статистики имеет свою уникальную специфику (проведение реальных экспериментов, требующих больших затрат времени; статистическая обработка больших массивов данных и т. д.), которая требует иных, помимо традиционных, форм организации учебной деятельности;
- вероятностно-статистическая линия особенно насыщена межпредметными связями, вследствие чего данный материал может и должен быть использован не только на уроках математики, но и на занятиях по другим предметам (информатика, биология, физика, экономика и др.).

Параграфы учебных пособий содержат необходимые теоретические сведения и примеры выполнения заданий. Для самоконтроля приведены вопросы для повторения и упражнения для самостоятельного выполнения. В учебных пособиях содержатся лабораторные работы, выполнение которых предполагает использование электронных таблиц.

В теории вероятностей и статистике, как ни в какой другой области математики, требуется постоянное обращение к реальным вероятностным ситуациям и опытным данным. Однако проведение статистических испытаний всегда требует слишком много времени и дополнительного оборудования. Вызывает затруднение и ручная обработка статистической информации сколько-нибудь значительных объёмов. А ведь только при большом количестве экспериментальных данных школьник может в полной мере ощутить проявление основных статистических закономерностей. Именно по этой причине использование современных компьютерных средств обучения становится при изучении этой линии школьной математики особенно актуальным и необходимым.

На всех этапах обучения характерной чертой является опора на реальную информацию из различных доступных школьнику областей знаний и общественной жизни, а также на его личный опыт. Для методики усвоения стохастического материала характерен проблемный подход, большой объём практических задач на реальном материале, а также исследовательских заданий, ориентированных на работу в группах, уроки-обсуждения, дискуссии.

Стохастическая линия разворачивается в курсе математики не изолированно от других вопросов, а органично встраивается в общий курс и является полем для активного использования и практического применения математических знаний, полученных при изучении других разделов (вычисления с целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, оценка, приближённые вычисления, проценты, чтение и построение графиков). Эта линия имеет развёрнутую систему связей с другими школьными предметами, включая не только физику и химию, традиционно связанные с курсом математики, но и такими, как экономика, география, биология, социология,

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Приведено примерное тематическое планирование изучения каждой главы. Это планирование ни в коей мере не является догмой. Каждый учитель в зависимости от уровня подготовки класса может составить своё поурочное планирование, используя материалы данного пособия.

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на базовом и углублённом уровнях отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов.

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящем пособии, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы, и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, заинтересовавшую обучающихся, или направить усилия на преодоление затруднений. Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания курса внутри данного класса.

Тематическое планирование приведено для каждого уровня отдельно.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Представление данных и описательная статистика	4	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	Извлекать информацию из таблиц и диаграмм, использовать таблицы и диаграммы для представления статистических данных. Находить описательные характеристики данных. Выдвигать, критиковать гипотезы о характере случайной изменчивости и определяющих её факторах
Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Практическая работа	Выделять на примерах случайные события в описанном случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными исходами. Моделировать опыты с равновозможными элементарными исходами в ходе практической работы
Операции над событиями, сложение вероятностей	3	Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей	Использовать диаграммы Эйлера и словесное описание событий для формулировки и изображения объединения и пересечения событий. Решать задачи с использованием формулы сложения вероятностей
Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и	6	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события	Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе условных с помощью дерева случайного опыта. Определять независимость событий по формуле и

независимость событий			по организации случайного опыта
Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Использовать правило умножения для перечисления событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний
Серии последовательных испытаний	3	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания. Осваивать понятия: испытание, серия независимых испытаний. Приводить примеры серий независимых испытаний. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли. Изучать в ходе практической работы с использованием электронных таблиц вероятности событий в сериях независимых испытаний
Случайные величины и распределения	6	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Сумма и произведение случайных величин. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Приводить примеры распределений, в том числе геометрического и биномиального. Сравнивать распределения случайных величин Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределение
Обобщение и систематизация знаний	5	Описательная статистика. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Операции над событиями. Элементы комбинаторики, серии независимых испытаний	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

11 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Повторение, обобщение и систематизация знаний	4	Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний. Случайные величины и распределения	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
Математическое ожидание случайной величины	4	Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	Осваивать понятие математического ожидания. Приводить и обсуждать примеры применения математического ожидания. Вычислять математическое ожидание. Использовать понятие математического ожидания и его свойства при решении задач. Находить по известным формулам математическое ожидание суммы случайных величин. Находить по известным формулам математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения
Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4	Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсии геометрического и биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению. Находить по известным формулам дисперсию геометрического и биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы с использованием электронных таблиц
Закон больших чисел	3	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Знакомиться с выборочным методом исследования совокупности данных. Изучать в ходе практической работы с использованием электронных таблиц применение выборочного метода исследования
Непрерывные	2	Примеры непрерывных случайных величин.	Осваивать понятия: непрерывная случайная

случайные величины (распределения)		Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства	величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Приводить примеры непрерывных случайных величин. Находить вероятности событий по данной функции плотности, в том числе равномерного распределения
Нормальное распределения	2	Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности и свойства нормального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по нормальному закону. Приводить примеры задач, приводящих к нормальному распределению. Находить числовые характеристики нормального распределения по известным формулам. Решать задачи , связанные с применением свойств нормального распределения, в том числе с использованием электронных таблиц
Повторение, обобщение и систематизация знаний	15	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ
10 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Элементы теории графов	3	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа. Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами
Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события	Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи , в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей
Элементы комбинаторики	3	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Формулировать и доказывать комбинаторные факты. Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний.

			Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений
Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
Случайные величины и распределения	15	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения. Решать задачи на вычисление математического ожидания. Строить совместные распределения. Изучать свойства математического ожидания. Решать задачи с помощью изученных свойств. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению.

		и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы
--	--	---	--

11 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Закон больших чисел	5	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбирать доказательства теорем. Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы
Элементы математической статистики	6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы
Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное	4	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного	Знакомиться с понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное

распределения		распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения	распределение, нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач , приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению
Распределение Пуассона	2	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Выделять по описанию случайного опыта величины, распределённые по закону Пуассона. Решать задачи , в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц
Связь между случайными величинами	6	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
Обобщение и систематизация знаний	11	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Базовый уровень 10 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Глава 1	Представление данных и описательная статистика	4	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	Извлекать информацию из таблиц и диаграмм, использовать таблицы и диаграммы для представления статистических данных. Находить описательные характеристики данных. Выдвигать, критиковать гипотезы о характере случайной изменчивости и определяющих её факторах
§ 1	Представление данных	2		
	1. Таблицы. 2. Диаграммы. 3. Таблица частот и полигон. 4. Электронные таблицы ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1			
§ 2	Описательная статистика	2		
	1. Мода. 2. Среднее арифметическое. 3. Медиана. 4*. Средние характеристики: какая лучше? 5. Среднее гармоническое. 6. Наибольшее и наименьшее значения. Размах. 7. Дисперсия и стандартное отклонение. 8*. Формула для вычисления дисперсии ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	—		
		—		
Глава 2*	Элементы теории графов*	—		
§ 3	Граф и способы его задания	—		
	1. Определение графа.			

	2. Степени вершин. 3. Пути, цепи и циклы			
§ 4	Виды графов	—		
	1. Связные графы. 2. Деревья. 3. Дерево случайного эксперимента. 4. Планарные графы. 5. Теорема Эйлера			
Глава 3	Случайные события и их вероятности	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Практическая работа	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами. Моделировать опыты с равновозможными элементарными исходами в ходе практической работы
§ 5	Случайные события	2		
	1. Случайный опыт и случайные события. 2. Исходы и элементарные события. 3. Частота и вероятность			
§ 6	Опыты с равновозможными исходами	1		
	1. Классическое определение вероятности. 2. Равновозможные исходы в сложных опытах			
Глава 4	Сложение и умножение вероятностей	9		
§ 7	Операции над событиями	2	Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей	Использовать диаграммы Эйлера и словесное описание событий для формулировки и изображения объединения и пересечения событий. Решать задачи с использованием формулы сложения вероятностей
	1. События и множества. 2. Противоположное событие. 3. Пересечение событий. 4. Объединение событий. 5. События, формулы и диаграммы			
§ 8	Сложение вероятностей	1		

	1. Вероятность противоположного события. 2. Формула суммы для несовместных событий. 3. Формула суммы для произвольных событий			
§ 9	Умножение вероятностей	3	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события	Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе условных, с помощью дерева случайного опыта. Определять независимость событий по формуле и по организации случайного опыта
	1. Условная вероятность. 2. Вероятность пересечения событий. 3. Независимые события			
§ 10	Полная вероятность и формула Байеса	3		
	1. Дерево вероятностей. 2. Формула полной вероятности. 3*. Формула Байеса	—		
Глава 5	Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Использовать правило умножения для перечисления событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний
§ 11	Перестановки и размещения	2		
	1. Перебор комбинаций. 2. Правило умножения. 3. Перестановки и факториал. 4. Размещения			
§ 12	Сочетания и их свойства	2		
	1. Сочетания. 2. Свойства чисел сочетаний. 3. Треугольник Паскаля. 4. Бином Ньютона			
Глава 6	Испытания Бернулли. Случайный выбор	3	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания.	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания.
§ 13	Независимые испытания	1		

	1. Успех и неудача. 2. Формула Бернулли. 3*. Наиболее вероятное число успехов	—	Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: испытание, серия независимых испытаний. Приводить примеры серий независимых испытаний. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли. Изучать в ходе практической работы с использованием электронных таблиц вероятности событий в сериях независимых испытаний
§ 14	Испытания до первого успеха	1		
	1. Когда же наступит успех? 2. Сколько испытаний провести? 3. Испытания Бернулли в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
§ 15*	Случайный выбор*	—	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Сумма и произведение случайных величин. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Приводить примеры распределений, в том числе геометрического и биномиального. Сравнивать распределения случайных величин. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределение
	1. Случайный выбор без возвращения. 2. Одновременный случайный выбор. 3. Случайный выбор с возвращениями. 4. Комбинаторика перестановок			
Глава 7	Случайные величины и распределения	6		
§ 16	Понятие случайной величины	2		
	1. Что такое случайная величина? 2. Случайные величины вокруг нас. 3. Дискретные и непрерывные величины			
§ 17	Распределение вероятностей	3		
	1. Закон распределения вероятностей. 2. Биномиальное распределение. 3. Геометрическое распределение			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	1		
§ 18	Математическое ожидание			

	1. Что такое математическое ожидание? 2*. Физический смысл математического ожидания. 3. Свойства математического ожидания. 4. Математическое ожидание биномиального распределения. 5*. Математическое ожидание геометрического распределения	—		
§ 19	Дисперсия и стандартное отклонение			
	1. Что такое дисперсия? 2. Свойства дисперсии. 3. Стандартное отклонение. 4. Дисперсия биномиального распределения. 5*. Дисперсия геометрического распределения	—		
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5			
	Обобщение и систематизация знаний	5	Описательная статистика. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Операции над событиями. Элементы комбинаторики, серии независимых испытаний	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
	Итого:	34		

Базовый уровень 11 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
	Повторение, обобщение и систематизация знаний	4	Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний. Случайные величины и распределения	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
§ 18 10 класс	Математическое ожидание	3	Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсии геометрического и биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятие математического ожидания. Приводить и обсуждать примеры применения математического ожидания. Вычислять математическое ожидание. Использовать понятие математического ожидания и его свойства при решении задач. Находить по известным формулам математическое ожидание суммы случайных величин. Находить по известным формулам математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению
	1. Что такое математическое ожидание? 2*. Физический смысл математического ожидания. 3. Свойства математического ожидания. 4. Математическое ожидание биномиального распределения. 5*. Математическое ожидание геометрического распределения	—		
§ 19 10 класс	Дисперсия и стандартное отклонение	3		
	1. Что такое дисперсия? 2. Свойства дисперсии. 3. Стандартное отклонение. 4. Дисперсия биномиального распределения. 5*. Дисперсия геометрического распределения	—		
Глава 1	Закон больших чисел	2	Закон больших чисел.	Понимать роль закона больших

§ 1*	Вероятностные неравенства*	—	Практическая работа с использованием электронных таблиц	чисел в жизни и деятельности человека
	1. Неравенство Маркова. 2. Неравенство Чебышёва			
§ 2	Математическое обоснование закона больших чисел	2		
	1*. Теорема Бернулли. 2*. Теорема Чебышёва. 3. Закон больших чисел вокруг нас ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	— —		
Глава 2	Элементы математической статистики	2	Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Знакомиться с выборочным методом исследования совокупности данных. Изучать в ходе практической работы с использованием электронных таблиц применение выборочного метода исследования
§ 3	Выборочный метод исследования	2		
	1. Генеральная совокупность и случайная выборка. 2. Распределение вероятностей и таблица частот. 3. Выборочное среднее. 4. Выборочная дисперсия. 5. Оценка вероятности по выборке. 6. Выборочные характеристики в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2			
§ 4*	Проверка статистических гипотез*	—		
	1. Гипотезы в научных исследованиях. 2. Статистические гипотезы. 3. Гипотеза о математическом ожидании. 4. От чего зависит критическая область? 5. Гипотеза о вероятности успеха в испытаниях Бернулли			

Глава 3	Случайные величины	4	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности и свойства нормального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Приводить примеры непрерывных случайных величин. Находить вероятности событий по данной функции плотности, в том числе равномерного распределения. Осваивать понятия: нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по нормальному закону. Приводить примеры задач, приводящих к нормальному распределению. Находить числовые характеристики нормального распределения по известным формулам. Решать задачи, связанные с применением свойств нормального распределений, в том числе с использованием электронных таблиц
§ 5	Непрерывные случайные величины	2		
	1. Дискретные и непрерывные случайные величины. 2. Функция распределения вероятностей. 3. Свойства функции распределения. 4. Плотность распределения вероятностей. 5. Свойства плотности распределения			
§ 6*	Математическое ожидание*	—		
	1. Математическое ожидание. 2. Дисперсия			
§ 7	Важные распределения	2		
	1. Равномерное распределение. 2. Показательное распределение. 3. Распределение Пуассона. 4. Нормальное распределение. 5*. Связь биномиального и нормального распределений. 6. Моделирование непрерывных случайных величин ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	—		
Глава 4*	Связь между случайными величинами*	—		
§ 8	Корреляция случайных величин	—		
	1. Совместное распределение случайных величин. 2. Независимые случайные			

	величины. 3. Коварияция случайных величин. 4. Коэффициент корреляции случайных величин			
§ 9	Линейная регрессия	—		
	1. Совместные наблюдения случайных величин. 2. Выборочный коэффициент корреляции. 3. Линейная регрессионная модель. 4. Корреляция и регрессия в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4			
	Обобщение и систематизация знаний	16		
	Повторение курса 10—11 классов	15	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение основных понятий и методов курса 10—11 классов, обобщение знаний	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	Итого:	34		

Углублённый уровень 10 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Глава 1	Представление данных и описательная статистика	3	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	Извлекать информацию из таблиц и диаграмм, использовать таблицы и диаграммы для представления статистических данных. Находить описательные характеристики данных. Выдвигать, критиковать гипотезы о характере случайной изменчивости и определяющих её факторах
§ 1	Представление данных	1		
	1. Таблицы. 2. Диаграммы. 3. Таблица частот и полигон. 4. Электронные таблицы ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1			
§ 2	Описательная статистика	2		
	1. Мода. 2. Среднее арифметическое. 3. Медиана. 4. Средние характеристики: какая лучше? 5. Среднее гармоническое 6. Наибольшее и наименьшее значения. Размах. 7. Дисперсия и стандартное отклонение. 8. Формула для вычисления дисперсии ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2			
Глава 2	Элементы теории графов	3	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на	Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа.
§ 3	Граф и способы его задания	1		
	1. Определение графа. 2. Степени вершин.			

	3. Пути, цепи и циклы		плоскости. Дерево случайного эксперимента	Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов
§ 4	Виды графов	2		
	1. Связные графы. 2. Деревья. 3. Дерево случайного эксперимента. 4. Планарные графы. 5. Теорема Эйлера			
Глава 3	Случайные события и их вероятности	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными исходами
§ 5	Случайные события	2		
	1. Случайный опыт и случайные события. 2. Исходы и элементарные события. 3. Частота и вероятность			
§ 6	Опыты с равновероятными исходами	1		
	1. Классическое определение вероятности. 2. Равновероятные исходы в сложных опытах			
Глава 4	Сложение и умножение вероятностей	5	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события	Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи , в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и
§ 7	Операции над событиями	2		
	1. События и множества. 2. Противоположное событие. 3. Пересечение событий. 4. Объединение событий. 5. События, формулы и диаграммы			
§ 8	Сложение вероятностей	1		

	1. Вероятность противоположного события. 2. Формула суммы для несовместных событий. 3. Формула суммы для произвольных событий			умножения вероятностей
§ 9	Умножение вероятностей	1		
	1. Условная вероятность. 2. Вероятность пересечения событий. 3. Независимые события			
§ 10	Полная вероятность и формула Байеса	1		
	1. Дерево вероятностей. 2. Формула полной вероятности. 3. Формула Байеса			
Глава 5	Элементы комбинаторики	3	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Формулировать и доказывать комбинаторные факты. Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений
§ 11	Перестановки и размещения	2		
	1. Перебор комбинаций. 2. Правило умножения. 3. Перестановки и факториал. 4. Размещения			
§ 12	Сочетания и их свойства	1		
	1. Сочетания. 2. Свойства чисел сочетаний. 3. Треугольник Паскаля. 4. Бином Ньютона			
Глава 6	Испытания Бернулли. Случайный выбор	5	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача.	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания.

§ 13	Независимые испытания	1	Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
	1. Успех и неудача. 2. Формула Бернулли. 3. Наиболее вероятное число успехов			
§ 14	Испытания до первого успеха	1		
	1. Когда же наступит успех? 2. Сколько испытаний провести? 3. Испытания Бернулли в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
§ 15	Случайный выбор	2	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения.
Глава 7	Случайные величины и распределения	12		
§ 16	Понятие случайной величины	3		
	1. Что такое случайная величина? 2. Случайные величины вокруг нас. 3. Дискретные и непрерывные величины			
§ 17	Распределение вероятностей	3		
	1. Закон распределения вероятностей. 2. Биномиальное распределение. 3. Геометрическое распределение			

	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	1	величин. Независимые случайные	Решать задачи на вычисление математического ожидания. Строить совместные распределения. Изучать свойства математического ожидания. Решать задачи с помощью изученных свойств. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению. Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы
§ 18	Математическое ожидание	2	величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения.	
	1. Что такое математическое ожидание? 2. Физический смысл математического ожидания. 3. Свойства математического ожидания. 4. Математическое ожидание биномиального распределения. 5. Математическое ожидание геометрического распределения		Практическая работа с использованием электронных таблиц	
§ 19	Дисперсия и стандартное отклонение	2		
	1. Что такое дисперсия? 2. Свойства дисперсии. 3. Стандартное отклонение. 4. Дисперсия биномиального распределения. 5. Дисперсия геометрического распределения			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5	1		
	Итого:	34		

Углублённый уровень 11 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
	Повторение, обобщение и систематизация знаний	4	Математическое ожидание случайной величины.	Повторять изученное и выстраивать систему знаний.
§ 18 10 класс	Математическое ожидание	2	Математическое ожидание бинарной случайной величины.	Решать задачи на вычисление математического ожидания.
	1. Что такое математическое ожидание? 2. Физический смысл математического ожидания. 3. Свойства математического ожидания. 4. Математическое ожидание биномиального распределения. 5. Математическое ожидание геометрического распределения		Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.	Изучать свойства математического ожидания. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины.
§19 10 к ласс	Дисперсия и стандартное отклонение	2	Дисперсия биномиального распределения	Находить дисперсию по распределению.
	1. Что такое дисперсия? 2. Свойства дисперсии. 3. Стандартное отклонение. 4. Дисперсия биномиального распределения. 5. Дисперсия геометрического распределения			Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения
Глава 1	Закон больших чисел	4	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод	Разбирать доказательства теорем.
§ 1	Вероятностные неравенства	2		Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе
	1. Неравенство Маркова.			

	2. Неравенство Чебышёва		исследований.	практической работы
§ 2	Математическое обоснование закона больших чисел	2	Практическая работа с использованием электронных таблиц	
	1. Теорема Бернулли. 2. Теорема Чебышёва. 3. Закон больших чисел вокруг нас			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1			
Глава 2	Элементы математической статистики	5	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы
§ 3	Выборочный метод исследования	2		
	1. Генеральная совокупность и случайная выборка. 2. Распределение вероятностей и таблица частот. 3. Выборочное среднее. 4. Выборочная дисперсия. 5. Оценка вероятности по выборке. 6. Выборочные характеристики в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	1		
§ 4	Проверка статистических гипотез	2		
	1. Гипотезы в научных исследованиях. 2. Статистические гипотезы. 3. Гипотеза о математическом ожидании. 4. От чего зависит критическая область?			

	5. Гипотеза о вероятности успеха в испытаниях Бернулли			
Глава 3	Случайные величины	6	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения. Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Знакомиться с понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное распределение, нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению. Выделять по описанию случайного опыта величины, распределённые по закону Пуассона. Решать задачи , в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц
§ 5	Непрерывные случайные величины	2		
	1. Дискретные и непрерывные случайные величины. 2. Функция распределения вероятностей. 3. Свойства функции распределения. 4. Плотность распределения вероятностей. 5. Свойства плотности распределения.			
§ 6	Математическое ожидание и дисперсия	1		
	1. Математическое ожидание. 2. Дисперсия			
§ 7	Важные распределения	2		
	1. Равномерное распределение. 2. Показательное распределение. 3. Распределение Пуассона. 4. Нормальное распределение. 5. Связь биномиального и нормального распределений. 6. Моделирование непрерывных случайных величин			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
Глава 4	Связь между случайными величинами	5	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции.	Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная

§ 8	Корреляция случайных величин	2	Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
	1. Совместное распределение случайных величин. 2. Независимые случайные величины. 3. Ковариация случайных величин. 4. Коэффициент корреляции случайных величин			
§ 9	Линейная регрессия	2		
	1. Совместные наблюдения случайных величин. 2. Выборочный коэффициент корреляции. 3. Линейная регрессионная модель. 4. Корреляция и регрессия в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	1		
	Обобщение и систематизация знаний	10		
	Повторение курса 10—11 классов	9	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

			распределения, математическое ожидание случайной величины	
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение основных понятий и методов курса 10—11 классов, обобщение знаний	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	Итого:	34		

Учебное издание

**МАТЕМАТИКА
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

10—11 классы
Базовый и углублённый уровни

Методическое пособие для учителя

Центр математики, физики и астрономии
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*
Редактор *М. В. Кузнецова*
Художественный редактор *Ю. В. Христич*

Подписано в печать 11.03.2024. Формат 70 × 90/16.
Гарнитура «Школьная». Усл. печ. л. 3.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация,
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,
д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — **vopros@prosv.ru**.