



СИСТЕМА Л. В. ЗАНКОВА



И. И. Аргинская, С. Н. Кормишина

# МАТЕМАТИКА

4 класс

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к учебному пособию И. И. Аргинской, Е. И. Ивановской,  
С. Н. Кормишиной

И. И. Аргинская, С. Н. Кормишина

# МАТЕМАТИКА

## 4 класс

---

### МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к учебному пособию И. И. Аргинской,  
Е. И. Ивановской, С. Н. Кормишиной

---

- *Программа  
4 класса*
- *Комментарий  
к основным разделам  
курса математики  
в 4 классе*
- *Пояснения и ответы  
к заданиям  
рабочих тетрадей*
- *Разработки  
уроков*

Москва  
«Просвещение»  
2024

УДК 373.3:51+51(075.2)  
ББК 22.1я71  
А79

Издание выходит в pdf-формате.

**А79 Аргинская, Ирэн Ильинична.**  
Математика : 4-й класс : методическое пособие к учебному пособию И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской, С.Н. Кормишиной / И.И. Аргинская, С.Н. Кормишина. – Москва : Просвещение, 2024. – 132 с.  
ISBN 978-5-09-119323-7.

Методическое пособие разработано к курсу «Математика. 4 класс» и предназначено для учителей, работающих по системе развивающего обучения Л.В. Занкова. Оно подготовлено с учётом требований ФГОС начального общего образования 2021 года.

В пособии раскрывается содержание программы 4 класса, рассматриваются особенности и структура учебного пособия И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской, С.Н. Кормишиной «Математика. 4 класс», даётся характеристика УМК, приводятся планируемые результаты освоения обучающимися программного материала.

В помощь учителю предлагаются пояснения к основным содержательным линиям курса математики в 4 классе, разработки уроков по некоторым изучаемым темам, комментарии и ответы к заданиям рабочей тетради в двух частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина).

**УДК 373.3:51+51(075.2)**  
**ББК 22.1я71**

**ISBN 978-5-09-119323-7**

© АО «Издательство «Просвещение», 2024  
© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2024  
Все права защищены

## Пояснительная записка

---

В соответствии с требованиями, обозначенными в Федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования, утвержденном приказом Министерства просвещения № 286 от 31.05.2021 г., предметные результаты по учебному предмету «Математика» должны «обеспечивать младшим школьникам

- сформированность системы знаний о числе как результате счета и измерения;
- сформированность вычислительных навыков, умений выполнять арифметические действия с числами;
- развитие пространственного мышления: умения распознавать и выполнять построение геометрических фигур с помощью чертежных инструментов;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение элементами математической речи: умение формулировать вывод, правило, строить логические рассуждения;
- приобретение опыта работы с информацией, представленной в графической и текстовой форме: умения извлекать, анализировать, использовать информацию и делать выводы;
- использование начальных математических знаний при решении учебных и практических задач и в повседневных ситуациях для описания и объяснения окружающих предметов, процессов и явлений».

Курс математики 4 класса продолжает развивать и обогащать содержание основных математических линий, изучаемых в начальной школе и определенных в Примерной рабочей программе начального общего образования по предмету «Математика»: «Числа и величины», «Арифметические действия», «Текстовые задачи», «Пространственные отношения и геометрические фигуры», «Математическая информация». Вместе с тем включенные в программу учебного пособия для 4 класса системы развивающего обучения Л.В. Занкова такие темы, как «Положительные и отрицательные числа», «Точные и приближенные значения чисел. Округление

чисел», не только знакомят с новыми числами, но и обобщают знания об изученных. Учащиеся получают возможность формирования обобщенного понятия числа и широких способов действий с числами.

Тема «Действия с величинами» систематизирует знания о величинах. Материал структурирован таким образом, что ученики имеют возможность анализировать системы соотношения между единицами измерения разных величин в сравнении, что способствует формированию обобщенного понятия аддитивной величины.

Тема «Площади фигур» развивает конструкторские умения в ситуациях нахождения площадей сложных фигур.

Все предлагаемые задания являются многоцелевыми: вопросы к ним составлены так, что, отвечая на них, ученики попадают в ситуации, в которых необходимо в качестве средства получения новых знаний применить познавательные и регулятивные универсальные действия.

Таким образом, содержание курса «Математика», 4 класс системы развивающего обучения Л.В. Занкова создает достаточные условия для реализации требований ФГОС НОО к процессу и результатам образования и направлено на достижение образовательных, развивающих и воспитательных целей:

- 1) освоение начальных математических знаний;
- 2) формирование функциональной математической грамотности младшего школьника, характеризующейся наличием у него опыта решения учебно-познавательных и учебно-практических задач;
- 3) обеспечение математического развития, формирование способности к интеллектуальной деятельности;
- 4) становление учебно-познавательных мотивов и интереса к изучению математики и умственному труду, прочного навыка использования математических знаний в повседневной жизни.

# Содержание и методический аппарат учебного пособия 4 класса

---

## ПРОГРАММА 4 КЛАССА

### СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

(136 часов)

#### Числа (14 часов)

##### Класс миллионов

Чтение и запись чисел от нуля до миллиона. Представление изученных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

Сравнение и упорядочивание чисел от нуля до миллиона. Устная и письменная нумерация в пределах класса миллионов. Общий принцип образования классов.

##### Точные и приближенные значения чисел

Обобщение знаний об основных источниках возникновения чисел, счете и измерении величин. Источники возникновения точных и приближенных значений чисел.

Приближенные значения чисел, получаемые в результате округления с заданной точностью. Правило округления чисел (в свободном изложении), его использование в практической деятельности. Особые случаи округления.

##### Положительные и отрицательные числа

Понятие о величинах, имеющих противоположные значения. Обозначение таких значений с помощью противоположных по смыслу знаков (+) и (-).

Запись положительных и отрицательных чисел. Знакомство с координатной прямой. Расположение на ней положительных и отрицательных чисел.

Расположение на координатной прямой точек с заданными координатами, определение координат заданных точек.

#### Величины (10 часов)

Общепринятые единицы измерения объема – кубический миллиметр ( $мм^3$ ), кубический сантиметр ( $см^3$ ), кубический дециметр ( $дм^3$ ), кубический метр ( $м^3$ ), кубический километр ( $км^3$ ). Соотношения между ними:

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3, 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3, 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3.$$

Метрическая система мер (обобщение всего изученного материала), ее связь с десятичной системой счисления.

Перевод изученных величин из одних единиц измерения в другие.

## **Арифметические действия (44 часа)**

### **Сложение и вычитание**

Сложение и вычитание в пределах изученных натуральных чисел.

Обобщение знаний о свойствах выполняемых действий, их формулировка и краткая обобщенная запись.

Использование свойств сложения и вычитания для рационализации выполнения операций.

Сложение и вычитание величин различными способами.

Обобщение наблюдений за изменением результата сложения и вычитания при изменении одного или двух компонентов этих действий.

### **Умножение и деление**

Умножение и деление многозначного числа на многозначное (в основном рассматриваются случаи умножения и деления на двузначные и трехзначные числа). Осознание общего алгоритма выполнения каждой из этих операций.

Обобщение знаний о свойствах умножения и деления. Их формулировка и запись в общем виде.

Использование свойств умножения и деления для рационализации выполнения вычислений.

Умножение и деление величин на натуральное число различными способами.

Деление величины на величину.

Обобщение наблюдений за результатом умножения и деления при изменении одного или двух компонентов.

Выражения с двумя и более переменными. Чтение и запись таких выражений. Определение значений выражений при заданных значениях переменных.

Свойства равенств и их использование для решения уравнений.

Уравнения, содержащие переменную в обеих частях. Решение таких уравнений.

## **Текстовые задачи (22 часа)**

Продолжение всех линий работ, начатых в предыдущих классах, их обобщение.

Сравнение задач, различных по сюжету (процессы движения, работы, купли-продажи и др.), но сходных по характеру математических отношений, в них заложенных. Классификация задач по этому признаку.

Преобразование задач в более простые или более сложные.

Решение задач алгебраическим методом. Оформление такого решения.

Сравнение арифметического и алгебраического методов решения задачи.

Решение задач на движение двух тел (в одном направлении, в разных направлениях).

## **Пространственные отношения и геометрические фигуры (28 часов)**

Нахождение площади прямоугольного треугольника. Формула площади прямоугольного треугольника:

$$S = (a \cdot b) : 2.$$

Нахождение площади произвольного треугольника разными способами.

Определение площади произвольного многоугольника с использованием площадей прямоугольников и прямоугольных треугольников.

Понятие об объеме. Измерение объема произвольными мерками.

Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда с использованием длин трех его измерений, а также – площади его основания и высоты.

Свойство диагонали прямоугольника. Разбиение прямоугольника на два равных прямоугольных треугольника. Разбиение произвольного треугольника на прямоугольные треугольники.

Разбиение многоугольников на прямоугольники и прямоугольные треугольники.

Классификация изученных объемных геометрических тел по разным основаниям.



## **Математическая информация (16 часов)**

Сбор и представление информации, связанной со счетом, измерением величин, наблюдением; фиксирование, анализ полученной информации.

Чтение, заполнение, составление, интерпретация таблицы.

Чтение столбчатой и круговой диаграмм. Построение простейших столбчатых диаграмм.

Составление, запись, выполнение простого алгоритма.

Чтение, выполнение действий по схеме. Составление простейших схем.

Построение математических выражений с помощью логических связок и слов («и», «или», «не», «если ... , то ...», «верно/неверно, что ...», «каждый», «все», «некоторые»).

Проверка истинности утверждений.

## **Резерв (2 часа)**

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ПРОГРАММЫ**

### **Личностные результаты**

*К концу обучения в четвертом классе у обучающихся будет сформировано:*

- внутренняя позиция школьника на уровне положительного отношения к урокам математики, к школе, ориентации на содержательные моменты школьной действительности и принятия образца «хорошего ученика»;

- широкий интерес к изучению учебного материала, способам решения новых учебных задач, исследовательской деятельности в области математики;

- представление о применении математических знаний для решения практических задач в повседневной жизни, для рационального и эффективного решения учебных и жизненных проблем;

- ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности;

- навыки оценки и самооценки результатов учебной деятельности на основе критерия ее успешности;

- понимание границ собственных математических знаний и способов математических действий;
- умение формулировать вопросы, направленные на расширение/углубление собственных математических знаний и умений;
- представление о своей гражданской идентичности в форме осознания «Я» как гражданина России на основе исторического математического материала;
- навыки организации безопасного поведения в информационной среде.

### **Метапредметные результаты**

К концу обучения в четвертом классе у обучающихся будут сформированы следующие универсальные учебные действия.

#### **Универсальные познавательные учебные действия:**

##### ***1) базовые логические действия:***

- проводить количественное и качественное сравнение по нескольким основаниям, в т.ч. самостоятельно выделенным, делать выводы на основе сравнения;
- осуществлять разносторонний анализ объекта;
- проводить классификацию объектов (самостоятельно выделять основание классификации, находить разные основания для классификации, проводить разбиение объектов на группы по выделенному основанию), самостоятельно строить выводы на основе классификации;
- самостоятельно проводить сериацию объектов;
- выполнять обобщение (самостоятельно выделять ряд или класс объектов);
- устанавливать аналогии;
- строить индуктивные и дедуктивные рассуждения;
- осуществлять действие подведения под понятие (для изученных математических понятий);
- устанавливать отношения между понятиями (родовидовые, отношения пересечения – для изученных математических понятий или генерализаций, причинно-следственные – для изучаемых классов явлений).

## **2) базовые исследовательские действия:**

- на основе анализа самостоятельно строить модели математических понятий, отношений, задачных ситуаций, осуществлять выбор наиболее эффективных моделей для данной учебной ситуации;

- самостоятельно выполнять эмпирические и простейшие теоретические обобщения на основе существенного анализа изучаемых единичных объектов;

- проводить аналогию и на ее основе строить и проверять выводы по аналогии.

## **3) работа с информацией:**

- анализировать и перерабатывать информацию, организованную разными способами (в виде текста, таблицы, диаграммы, графика, схемы);

- составлять самостоятельно таблицы, схемы, диаграммы при решении математических задач и задач в повседневной жизни;

- осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных и поисково-творческих заданий с использованием учебной и дополнительной литературы, в т.ч. в открытом информационном пространстве (контролируемом пространстве Интернета);

- представлять информацию в виде сообщения с иллюстрациями (презентация проектов).

## **Универсальные коммуникативные учебные действия:**

### **1) общение:**

- допускать существование различных точек зрения, ориентироваться на позицию партнера в общении, уважать чужое мнение;

- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения/опровержения вывода, гипотезы;

- свободно владеть правилами вежливости в различных ситуациях;

- адекватно использовать речевые средства, математическую терминологию для решения различных практических задач при изучении математики;

- инициировать обсуждение различных способов выполнения задания, поиск ошибок и решения;

- координировать различные мнения о математических явлениях и делать выводы, приходить к общему решению в спорных вопросах и проблемных ситуациях.

## **2) совместная деятельность:**

- принимать участие в работе парами и группами, используя для этого речевые и другие коммуникативные средства, строить монологические высказывания (в т.ч. с сопровождением аудиовизуальных средств), владеть диалогической формой коммуникации;

- активно проявлять себя в коллективной работе, понимая важность своих действий для конечного результата;

- задавать вопросы для организации собственной деятельности и координирования ее с деятельностью партнеров;

- стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве; вставать на позицию другого человека.

## **Универсальные регулятивные учебные действия:**

### **1) самоорганизация:**

- понимать смысл различных учебных задач, вносить в них свои коррективы;

- планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации; учитывать выделенные учителем ориентиры действия в учебном материале;

- контролировать правильность выполнения алгоритма арифметического действия, решения текстовой задачи, построения геометрической фигуры;

- самостоятельно находить несколько вариантов решения учебной задачи;

- различать способы и результат действия.

### **2) самоконтроль:**

- адекватно воспринимать оценку своей работы учителями, товарищами, другими людьми;

- осуществлять при необходимости поиск ошибок, вносить необходимые коррективы в свои действия на основе их оценки и учета характера сделанных ошибок;

- осуществлять пошаговый и итоговый контроль по результату под руководством учителя и самостоятельно.

## Предметные результаты

### Числа

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- читать, записывать, сравнивать, упорядочивать числа от нуля до миллиона;
- устанавливать закономерность – правило, по которому составлена числовая последовательность, и составлять последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу (увеличение/уменьшение числа на несколько единиц, увеличение/уменьшение числа в несколько раз);
- группировать числа по заданному или самостоятельно установленному признаку;
- классифицировать числа по одному или нескольким основаниям, объяснять свои действия;
- различать точные и приближенные значения чисел исходя из источников их получения, округлять числа с заданной точностью;
- применять положительные и отрицательные числа для характеристики изучаемых процессов и ситуаций;
- сравнивать системы мер различных величин с десятичной системой счисления.

### Величины

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- вычислять периметр треугольника, прямоугольника и квадрата, площадь прямоугольника и квадрата;
- выбирать единицу для измерения величины (длины, массы, площади, времени), объяснять свои действия;
- записывать и сравнивать величины (массу, время, вместимость, длину, площадь, скорость), используя основные единицы измерения величин и соотношения между ними (килограмм, грамм, центнер, тонна; час, минута, секунда, сутки, неделя, месяц, год, век; литр; километр, метр, дециметр, сантиметр, миллиметр; копейка, рубль; квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр; километр в час, метр в секунду);
- преобразовывать одни единицы величин в другие;

- называть (находить) долю величины и величину по ее доле;
- использовать единицы величин при решении задач.

### Арифметические действия

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- использовать названия компонентов изученных действий, знаки, обозначающие эти операции, свойства изученных действий;
- выполнять арифметические действия с многозначными числами (сложение, вычитание, умножение и деление на однозначное, двузначное числа в пределах 10 000 письменно с использованием таблиц сложения и умножения, алгоритмов письменных арифметических действий, в т.ч. деления с остатком);
- выполнять устно сложение, вычитание, умножение и деление однозначных, двузначных и трехзначных чисел в случаях, сводимых к действиям в пределах 100 (в том числе с нулем и числом 1);
- выделять неизвестный компонент арифметического действия и находить его значение;
- вычислять значение числового выражения, содержащего 2–3 арифметических действия, со скобками и без скобок;
- использовать при вычислениях изученные свойства арифметических действий.

### Текстовые задачи

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- анализировать задачу, устанавливать зависимость между величинами, взаимосвязь между условием и вопросом задачи, определять количество и порядок действий для решения задачи, выбирать и объяснять выбор действий;
- решать учебные задачи и задачи, связанные с повседневной жизнью, арифметическим способом (в 1–4 действия);
- оценивать правильность хода решения и реальность ответа на вопрос задачи;

- решать задачи на нахождение доли величины и величины по значению ее доли (половина, треть, четверть, пятая, десятая часть);
- решать задачи на нахождение части величины (две трети, пять седьмых и т.д.);
- решать задачи, содержащие отношения «больше на (в) ...», «меньше на (в) ...»; отражающие процесс движения одного или двух тел в одном или противоположных направлениях, процессы работы (производительность, время, объем работы) и купли-продажи;
- находить разные способы решения задачи;
- сравнивать задачи по сходству и различию в сюжете и математическом смысле;
- составлять задачу по ее краткой записи или с помощью изменения частей задачи.

#### Пространственные отношения и геометрические фигуры

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- описывать взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости;
- распознавать, называть, изображать геометрические фигуры (точка, отрезок, ломаная, прямой угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг);
- выполнять построение геометрических фигур с заданными измерениями (отрезок, квадрат, прямоугольник) с помощью линейки, угольника, окружности с помощью циркуля и линейки;
- использовать свойства квадрата и прямоугольника для решения задач;
- выполнять разбиение составной фигуры на прямоугольники (квадраты), находить периметр и площади фигур, составленных из 2-3 прямоугольников (квадратов);
- распознавать и называть простейшие пространственные фигуры (куб, шар, пирамида, цилиндр, конус), распознавать в простейших случаях проекции предметов окружающего мира на плоскость (пол, стену);
- классифицировать объемные тела по различным основаниям;
- соотносить реальные объекты с моделями геометрических фигур.

## Математическая информация

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

- устанавливать истинность (верно – неверно, истинно – ложно) утверждений о числах, величинах, геометрических фигурах, приводить примеры, контрпримеры;
- строить логические рассуждения, формулировать выводы;
- использовать алгоритмы, планы, схемы в практических и учебных целях;
- выбирать рациональное решение;
- читать и извлекать информацию из несложных столбчатых диаграмм, таблиц (в том числе в виде календаря, расписания, прайс-листа, счета и т.д.) для решения задач и выполнения заданий;
- заполнять данными несложные готовые таблицы, столбчатые диаграммы.

## ХАРАКТЕРИСТИКА УМК «МАТЕМАТИКА. 4 КЛАСС»

УМК по математике для 4 класса продолжает решение задач, стоящих перед всем курсом математики и обозначенных в программе курса.

В УМК входят: учебное пособие в 2 частях (в печатной и электронной формах) (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), рабочая тетрадь в 2 частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина), методическое пособие к учебному пособию (авторы И.И. Аргинская, С.Н. Кормишина).

Кроме того, учитель может использовать в учебном процессе рабочие тетради «Диагностические комплексные работы на основе единого текста. 4 класс» (автор Н.Е. Воскресенская); «Волшебные точки. Вычисляй и рисуй. 4 класс» (автор С.Н. Кормишина); «Стартовая диагностика. 4 класс» (авторы Е.В. Восторгова, А.Г. Ефремова); тетрадь проверочных работ «Что я знаю. Что я умею. Математика. 4 класс» (автор А.Г. Ефремова); «ВПР. 50 шагов к успеху. Готовимся к Всероссийским проверочным работам. Математика. 4 класс» (автор А.Г. Ефремова).



## Печатная форма учебного пособия

Общий принцип отбора содержания образования в системе Л.В. Занкова, заключающийся в создании у школьников целостной картины мира, определяет и подход к содержанию учебного пособия по математике. Оно включает как материал, подлежащий обязательному изучению и усвоению на данном этапе обучения детей в школе, так и материал, расширяющий их общий и математический кругозор.

Многие темы в курсе «Математика. 4 класс» («Площади фигур», «Умножение и деление многозначных чисел», «Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел», «Объем и его измерение» и т.д.) традиционны для начальной школы. Этот материал подлежит прочному усвоению. Кроме того, в пособии представлен материал, связанный с наблюдениями за изменениями, происходящими с объектом при изменении другого, связанного с ним объекта, знакомство с положительными и отрицательными числами, измерение и построение углов с помощью транспортира, разнообразная работа с объемными и плоскостными геометрическими объектами, работа по преобразованию задач и т.д. Рассмотрение этих вопросов закладывает основы для изучения математики на следующих ступенях обучения и позволяет более глубоко и осознанно изучать математику в начальной школе.

Важнейшей особенностью учебного пособия является ориентация на самостоятельное добывание знаний самими учащимися, в связи с чем задания или не содержат образцов решения поставленных в пособии проблем, или они возникают в заключительной части как возможный вариант (варианты) их решения и являются объектом сравнения с достигнутым в процессе самостоятельного поиска результатом, обсуждения и обоснованного выбора наилучшего из них.

Следует также отметить преобладание в пособии заданий, требующих использования словесно-образного и словесно-логического уровней мышления, над заданиями, требующими наглядно-действенного и наглядно-образного уровней, хотя последние также активно используются в случаях, когда это связано со спецификой изучаемого вопроса или особенностями учеников, с которыми работает учитель.

Необходимо остановиться и на последовательности расположения заданий в пособии. Как и в учебных пособиях

для 2–3 классов, в пособии для 4 класса рядом стоящие задания не связаны общей темой, а относятся к разным темам и даже разным разделам математики, входящим в этот по существу интегрированный курс начальной школы. В результате такого расположения на каждом уроке ученики выполняют различные по характеру учебного содержания и видам деятельности задания, что позволяет постоянно возвращаться к уже освоенному учебному материалу на новом уровне трудности или к его рассмотрению с новой точки зрения, способствует уяснению изучаемых вопросов всеми учениками, углублению и расширению полученных знаний, стимулирует познавательный интерес, повышает положительную мотивацию школьников, снижает уровень утомляемости.

Особенностью учебного пособия является также само построение его заданий. Подавляющее большинство их представляет достаточно подробную методическую проработку одного, а иногда и нескольких вариантов решения вопроса, которому оно посвящено. Это находит свое отражение в том, что каждое задание включает в себя несколько пунктов (подзаданий), каждый из которых выполняет свою функцию, позволяет рассмотреть основное содержание задания с разных точек зрения, а также установить возможные связи с вопросами, которые изучались раньше, и подготовить почву для дальнейшего продвижения вперед. Помимо этого, многие задания содержат помощь ученикам при возникновении у них непреодолимых затруднений. Она никогда не появляется в виде готового «рецепта», а либо указывает на материал, который поможет найти решение вопроса, либо возвращает к ранее выполненному заданию, продолжением которого является вызвавшее у ученика затруднение. Если же приводится вариант решения, он выступает как катализатор поиска ответов на вопросы типа: «Можно ли так выполнить задание? Как рассуждал автор предложенного решения? Верно ли он рассуждал? Чем его рассуждение отличается от моего? Какое рассуждение лучше и почему? Нельзя ли рассуждать и так, и так, и получить верное решение?» и т.д.

Естественно, что пункты заданий, посвященные оказанию помощи, используются только в случае необходимости и только для детей, которые в этом нуждаются. Все это дает

возможность реализовать в полной мере положения развивающего обучения Л.В. Занкова: для каждого ученика в задании есть вопросы той степени трудности, которая соответствует именно его уровню подготовки.

Характерной особенностью учебного пособия является и отсутствие в нем четко обозначенных традиционных разделов: в начале года «Повторение пройденного в третьем классе», в конце – «Повторение пройденного в четвертом классе».

Отсутствие начального раздела вызвано прежде всего желанием максимально удовлетворить ожидания учеников, ведь школьник, перешедший в следующий класс, воспринимает это событие как важный этап своей школьной жизни и ждет от начала нового учебного года явных признаков, подтверждающих это. С нашей точки зрения, таким знаком может служить появление новой темы, но ни в коем случае не повторение материала предыдущего года обучения.

Естественно, что изучение новой темы протекает на фоне повторения тем предыдущего класса. При анализе пособия легко заметить, что новая тема занимает немного времени, особенно в начале знакомства с ней, основное же внимание уделяется повторению самых разнообразных вопросов программы третьего класса, что позволяет оперативно установить, какие из них нуждаются в существенном повторении, а какие нет. Такой подход делает повторение целенаправленным и индивидуальным для каждого класса.

Отсутствие специального раздела повторения в конце учебного пособия также продиктовано желанием сохранить до последнего дня интерес учеников к учению. К концу учебного года у школьников накапливается естественная усталость, которая приводит к снижению работоспособности. Особенно это заметно в случаях, когда предлагаемая деятельность неинтересна детям, не вызывает положительного эмоционального отклика. И именно в это время ученикам предлагается «зависнуть» на повторении, топтаться на месте. Это приводит к резкому падению интереса и желания учиться, которое списывают на усталость и наступление весны. С нашей точки зрения, такое объяснение в значительной степени смешивает причину и следствие. Влияние названных факторов, безусловно, велико, но главной причиной является отсутствие интереса к материалу, который уже давно

знаком ученикам. Особенно опасно такое положение для детей, привыкших к полноценной интеллектуальной и эмоциональной жизни на уроках, к которым, вне сомнения, относятся школьники, обучающиеся по системе Л.В. Занкова. Именно эти соображения побуждают нас распределять изучение нового материала так, чтобы оно продолжалось до конца учебного года.

Как уже отмечалось, задания в учебном пособии для 4 класса, как и в 1–3 классах, являются многоцелевыми, направленными на решение нескольких учебных задач. Наряду с предметными умениями формируются универсальные учебные действия: познавательные, личностные, регулятивные. Приведем примеры таких заданий.

Задания 25, 26, 32, 61 и др. направлены как на совершенствование предметных результатов (решение неравенств, задач, вычисление значений сложных выражений), так и на формирование умения синтезировать, конструировать математические объекты по их описанию.

В заданиях 40, 77 требуется не только знать виды треугольников, уметь находить их площади или складывать трехзначные числа, но и выполнять такие познавательные универсальные учебные действия, как классификация и сравнение.

Многие задания в пособии направлены на формирование такого качества мышления, как рациональность, экономичность. Учащимся предлагается найти несколько вариантов выполнения задания, решить задачу разными способами, сравнить вычислительные приемы и т.п. В качестве примера можно привести задание 12, в котором необходимо по данной схеме записать несколько неравенств, задание 42, где нужно решить задачу разными способами; задание 137, где дана задача без вопроса и требуется составить как можно больше вопросов к ней.

Вопросы ко многим заданиям направлены на установление причинно-следственных связей в изучаемом явлении. Так, исследование зависимости решения задачи от ее данных (задание 24 «Узнай, какой путь пробежала бы лиса, если бы бежала в 2 раза быстрее?») позволит учащимся более глубоко усвоить математические отношения (например, свойства монотонности суммы и произведения и др.).

Задание 103, где требуется сравнить способы умножения на двузначное и трехзначное числа и сделать общий вывод о зависимости количества промежуточных результатов от количества цифр в числе, на которое умножают, направлено на получение эмпирического обобщения (на основе сравнения единичных объектов, выявления общего и фиксирования этого общего в выводе).

В задании 128 следует выяснить, в чем удобство предложенного способа вычисления, обосновать его с теоретических позиций и составить похожее выражение, значение которого удобно находить предложенным способом. При выполнении задания учащиеся должны действовать по аналогии, которая выступает в этом случае как мощное средство «открытия» новых знаний.

В учебном пособии часто используется прием, позволяющий обсудить разные способы рассуждений (приводятся мнения детей о способах вычислений, решении задач и т.п.), причем в одних случаях эти способы равноценны (одинаковой степени сложности), в других – одни более рациональны, чем другие. Учащиеся учатся оценивать каждое мнение, обосновывать свою позицию, что способствует развитию критичности мышления, а также формированию коммуникативных умений.

Материал в пособии структурирован так, что ученики для выполнения многих заданий ведут поиск информации либо в пособии на других страницах, например, задание 24 («Вернись к задаче № 20...»), задание 90 («Сравни задачу с задачей в задании 67...» и др.), либо в других источниках информации: задание 64 («Какая река в мире самая большая по протяженности? Найди эту информацию в справочниках или Интернете»); задание 70 («На сколько морская миля отличается от английской мили? Узнай об этом в энциклопедиях, справочниках или в Интернете»).

Как и в учебных пособиях для 1–3 классов, учащимся предлагается работать с информацией, организованной разными способами: в виде текста, схемы, таблицы, диаграммы. Поскольку у четвероклассников уже достаточно высоко развито абстрактное мышление, диаграммы и схемы усложнены двумя способами: во-первых, увеличено количество символов в схемах, во-вторых, они приобретают все более абстрактную форму (например, в заданиях 10 и 16 даются таблицы

и предлагается, используя их данные, ответить на вопросы; в задании 44 по схеме задачи необходимо заполнить таблицу и ответить на вопросы, используя полученную информацию).

Для ориентации в материале в учебном пособии используется система значков.

Особым значком отмечены задания, предлагающие работу со страницей-справочником. К этой работе ребята уже привыкли начиная с 1 класса, когда составляли сначала столбики таблицы сложения, во 2 классе – таблицу умножения, в 3 классе – таблицы соотношений величин.

В 4 классе учащиеся работают и со старыми (из 1–3 классов) карточками-справочниками и составляют новые (задания 30, 207, 237, 306, 327 и др.) – запись формулы площади прямоугольного треугольника, соотношения единиц измерения длины; единиц измерения массы; таблица соотношения единиц измерения объема и т.д.

С помощью значка «Составляем алгоритм» выделены задания, в которых определяется последовательность того или иного действия или уже известная инструкция применяется в новых условиях (задания 118, 126, 256).

Значком «Практическая работа» отмечаются ситуации, в которых учащиеся выходят за пределы учебного пособия и с помощью различных инструментов исследуют, сравнивают, анализируют информацию (задания 72, 114, 120, 181, 234, 254, 286, 291, 372, 378 и др.).

Значками «Работа в паре», «Работа в группе», «Учим друг друга» выделены задания, в которых не только формируются коммуникативные навыки, но и расширяется область применения математических знаний, проверяется гипотеза, накапливается материал для формулирования вывода и т.д. (задания 38, 65, 90, 155, 225 и др.).

К особенностям структуры учебного пособия можно отнести и странички «Проверь себя» в конце каждой главы, которые позволяют обобщить и систематизировать математический материал, изученный на ряде уроков. Эти задания можно выполнить на заключительном уроке по теме, а можно использовать в текущей урочной или домашней работе.

Исторический материал, выделенный в пособии в отдельные развороты, расширяет кругозор детей, связывает прошлое и настоящее, помогает осознать математику как древнюю и вечно современную науку.

Как и предыдущих классах, последовательность заданий, предложенная в пособии для 4 класса, является желательной, но не обязательной. Вместе с тем следует иметь в виду, что расположение заданий не является случайным, если учитель захочет что-то изменить, то он должен четко продумать систему подачи материала.

Выполнение каждого задания необходимо строить так, чтобы побуждать учеников самостоятельно решать возникающие проблемы. Основные формы работы – самостоятельное (индивидуальное или групповое) обдумывание проблемы и последующая беседа (обсуждение предложений, гипотез, вопросов, ответов детей). При этом наиболее ценной такая беседа становится тогда, когда она ведется не между учителем и учениками, а непосредственно между учениками. Такое построение процесса обучения создает благоприятные условия для постоянного движения вперед каждого ученика в самостоятельном обнаружении свойств, связей и закономерностей, содержащихся в изучаемом материале, способствует глубокому его пониманию.

Количество заданий учебного пособия предполагает, что в течение учебного дня будут использоваться 4–5 заданий, часть пунктов которых составит основу урока, а часть послужит домашним заданием.

### **Электронная форма учебного пособия**

В УМК «Математика. 4 класс» наряду с печатной формой представлена его электронная версия. Структура, содержание, художественное оформление печатной и электронной форм учебного пособия соответствуют друг другу. Вместе с тем, в электронной форме образовательные возможности традиционного учебного пособия расширяются за счет активного использования мультимедийных и интерактивных элементов.

Электронная форма учебного пособия представляет собой образовательный контент, который включает материалы, разработанные специально к данному пособию (в частности, галереи изображений, тестовые задания, дополнительные вопросы и т.д.).

ЭФУП является обязательным элементом современной образовательной среды, базирующейся на деятельности по

передаче и овладению учебной информацией и ориентированной на удовлетворение новых образовательных потребностей педагога и учащихся.

Учебный процесс с использованием электронной формы учебного пособия позволяет усилить мотивацию, расширить познавательные потребности обучающихся, повысить интерактивность обучения, оптимизировать наглядность, повысить уровень визуализации изучаемого материала, расширить потенциал учебного задания, создать возможности для использования новых, дополнительных источников учебной информации, создать условия для индивидуализации процесса обучения, эффективно использовать самоконтроль.

Более детально конкретные технические и методические вопросы работы с ЭФУ рассматриваются в Инструкции, которая размещена на сайте издательства.

### **Рабочая тетрадь в 2 частях**

В учебно-методический комплект «Математика. 4 класс» входит также рабочая тетрадь к учебному пособию в 2 частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина), которая предоставляет дополнительный материал для организации учебного процесса, позволяет расширить формы работы с учащимися, выбрать оптимальный для каждого класса и учителя вариант изучения предмета, повысить интерес к математике.

Задания тетради разнообразны по тематике, способам выполнения и уровню сложности, являются комплексными по содержанию, т.е. способствуют решению нескольких учебных задач. Учитель может менять порядок выполнения заданий, но при этом необходимо строго следить за тем, чтобы не нарушалась логика развертывания темы, а также последовательность расположения связанных между собой заданий.

Каждая тетрадь содержит два раздела «Что я знаю, что я умею», задания могут быть использованы как для проведения проверочных работ в конце четверти, так и для самостоятельного выполнения дома с целью самопроверки.

Следует подчеркнуть, что не стоит полностью выполнять в процессе обучения все задания учебного пособия и тетрадей. Дело учителя решать, что именно он будет использовать, учитывая особенности и возможности своего класса.

Каждая из частей учебно-методического комплекта по курсу «Математика. 4 класс» играет в процессе обучения



свою специфическую роль, составляя единое органическое целое и решая общие задачи продвижения школьников в развитии и формировании как предметных, так и мета-предметных учебных действий.

\* \* \*

В учебном процессе педагог может также использовать:

– рабочую тетрадь «Диагностические комплексные работы на основе единого текста. 4 класс» (автор Н.Е. Воскресенская);

– тетрадь «Волшебные точки. Вычисли и рисуй. 4 класс» (автор С.Н. Кормишина);

– рабочую тетрадь «Стартовая диагностика. 4 класс» (авторы Е.В. Восторгова, А.Г. Ефремова);

– тетрадь проверочных работ «Что я знаю. Что я умею. Математика. 4 класс» (автор А.Г. Ефремова);

– рабочую тетрадь «ВПР. 50 шагов к успеху. Готовимся к Всероссийским проверочным работам. Математика. 4 класс» (автор А.Г. Ефремова).

Умение читать и понимать текст – ключевое умение для продвижения в обучении и формирования способности решать учебные и практические задачи. В этом четвероклассникам поможет рабочая тетрадь «*Диагностические комплексные работы на основе единого текста. 4 класс*» (автор Н.Е. Воскресенская). Представленные в ней работы построены на основе единого текста и включают в себя задания по четырем предметам, в том числе по математике. Методические подходы к составлению заданий учитывают принципы оценки уровня сформированности функциональной грамотности.

Кроме того, в учебном процессе учитель может использовать рабочую тетрадь «*Волшебные точки. Вычисли и рисуй. 4 класс*» (автор С.Н. Кормишина), которая предназначена для формирования навыков быстрого и рационального счета, применения вычислений в различных учебных и повседневных ситуациях. Работы, представленные в тетради, учащиеся могут выполнять как в классе, так и дома. Предложенный материал также можно использовать для проведения самостоятельных и проверочных работ.

Тетрадь «ВПР. 50 шагов к успеху. Математика. 4 класс» (автор А.Г. Ефремова) может использоваться для подготовки к различным итоговым проверочным работам по математике, а также Всероссийской проверочной работе за курс начальной школы.

Пособие состоит из пятидесяти тренировочных и двух итоговых проверочных работ. Особенностью тетради является то, что материал заданий каждой тренировочной работы охватывает разные разделы программы и позволяет в сжатые сроки повторить значительный объем изученного учебного материала по всем разделам курса. В ходе выполнения заданий учащиеся получают возможность проверить свои знания и умения работать с числами и величинами; выполнять арифметические действия; анализировать и решать текстовые задачи; распознавать и изображать геометрические фигуры; работать с информацией, представленной в виде таблиц и диаграмм.

Выполнение одной тренировочной работы рассчитано на 10–15 минут. Небольшие по объему задания позволяют учителю включать их в структуру урока при планировании обобщающего повторения, а ребенку сконцентрировать внимание на наиболее важных вопросах курса математики.

В конце тетради предлагаются две итоговые проверочные работы, которые по структуре и уровню сложности соответствуют требованиям к Всероссийским проверочным работам по математике. Тетрадь можно использовать как для работы в классе, так и для самостоятельной подготовки ребенка к итоговым и проверочным работам дома.

## **ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ**

Четвероклассники уже обладают некоторым опытом решения проектных задач: умеют находить необходимую информацию, под руководством учителя анализировать ее, планировать последовательность действий, организовывать совместную работу, презентовать полученный продукт и т.д. В четвертом классе меняется подход к организации учебно-исследовательской и проектной деятельности, прежде всего,

в сторону повышения самостоятельности учащихся. Если в 1–3 классах многие вопросы задавались учителем, а ответы на них обсуждались в классе или в группах совместно с руководителем проекта (учитель, родители, старшеклассники), то в 4 классе учащиеся перед началом работы над проектом и в ходе его выполнения сами должны найти ответы на многие вопросы. Так, например, на этапе *проектирования*: какова тема проекта; для чего этот проект нужен мне; чем он будет полезен моим одноклассникам (сверстникам, родным, близким); что появится в результате разработки проекта; что мне нужно сделать, чтобы достичь цели; какие ресурсы я смогу использовать; на *поисковом* этапе (анализ источников): какой вывод для моего проекта я могу сделать на основе полученной информации; как это поможет найти способ разработки проекта; на *технологическом* этапе: каков план (алгоритм) разработки проекта; на этапе *представления* проекта: что доказывает полезность моего проекта; какую проблему решает этот проект; чем этот способ решения проблемы отличается от других способов; в какой форме я представлю свой проект (мультимедиапрезентация, буклет, брошюра, макет, другие формы); каковы перспективы развития проекта.

Количество и содержание предлагаемых учащимся проектов во многом варьируется в зависимости от учебных задач, предметного содержания, опыта и уровня подготовки детей.

Для выполнения в 4 классе можно порекомендовать следующие проекты. Например, при изучении темы «Площади фигур», используя формулы площадей прямоугольника (задание 27), прямоугольного треугольника (задание 30), квадрата, проанализировав задачи на вычисление площадей сложных фигур с помощью этих формул (задания 38, 50, 3 на с. 30, 7 на с. 31, 100, 106, и пр.), можно выполнить проект «Площади разных фигур», предложив учащимся составить свои фигуры, для вычисления площадей которых потребуются знание разных формул и применение разнообразных способов (деление на части, дополнение, перестроение).

Проект «Диаграммы» поможет систематизировать знания о видах диаграмм, рассмотреть возможности использования диаграмм в разных областях жизни. В работе над этим проектом помогут такие задания пособия, как 45, 263, 365, 400,

480, задание 5 на с. 126 второй части учебного пособия (столбчатые диаграммы); 64, 166, 331, 408, задание 4 на с. 125 второй части пособия (линейные диаграммы); 102, 305, 423 (круговые диаграммы). В заданиях 184 и 313 учащимся предлагается самостоятельно выбрать вид диаграммы.

Если в третьем классе выполнялся проект «Задачи на движение», то в 4 классе этот проект получит развитие благодаря знакомству с различными видами движения двух тел:

- движение навстречу друг другу (задания 35, 42, 86, 104, 138, 149, 258б, 271, 297, 322, 361, 369, 398а, 515);
- движение в разные стороны (задания 47, 49);
- движение в одну сторону со сближением (задания 44, 67, 200, 211, 398б, 432, 453, 460, 493, 497);
- движение в одну сторону с удалением (задания 90, 202, 206, 258а, 262).

Так как задачи на движение решаются в течение всего учебного года и ситуации, изложенные в задачах, изменяются (одновременное начало движения, разновременное движение, арифметическое решение задачи, алгебраический способ решения и пр.), то проект можно выполнять в течение длительного периода времени.

Выполнение проектов «Правила округления чисел» и «Свойства равенств» позволит собрать воедино материалы, изложенные в учебном пособии, и оформить памятку по использованию такого справочника.

Проект «Развертки объемных тел» направлен на развитие умений построения разверток изученных объемных фигур, вычисление площадей их поверхности, конструирования моделей. Результатом выполнения такого проекта может стать альбом разверток разнообразных призм, пирамид, цилиндров, конусов и набор объемных моделей этих тел.

Программа математики 4 класса может подсказать темы и других проектов, например, «Объем и его измерение», «Действия с величинами», «Отрицательные числа в нашей жизни», «Модели многозначных чисел» и т.д. Выполнение проектов по этим и другим темам поможет усвоению материала и расширит математический кругозор учащихся.

Приведем пример разработки проекта «Диаграммы».

На этапе проектирования ребенку необходимо ответить на вопросы:

- В какой области я буду разрабатывать проект? (*Способы организации информации.*)
- Чему будет посвящен проект? (*Разным видам диаграмм.*)
- Зачем этот проект нужен мне? Чем он будет полезен моим одноклассникам, родителям? (*В жизни диаграммы встречаются часто: график изменения температуры воздуха на сайте ГИСМЕТЕО выполнен в виде столбчатой диаграммы, папа каждый день просматривает курс доллара, мама работает психологом и ей часто приходится составлять разные диаграммы, т.е. для того чтобы успешно работать, получать и понимать информацию, необходимо разбираться в диаграммах. В учебном пособии по математике много разных заданий, в которых требуется прочитать и проанализировать диаграмму. Значит, и для учебы это тоже нужно.*)
- Что появится в результате разработки проекта? (*Будут сформулированы советы по чтению разных видов диаграмм и по использованию их для облегчения восприятия информации.*)
- Что нужно сделать для того, чтобы достичь цели? (*Проанализировать разные источники, чтобы выяснить, какие бывают виды диаграммы. Проанализировать задания в пособии, чтобы выяснить, какие виды диаграмм встречаются в нем. Определить, какие виды диаграмм в каких ситуациях использовать удобнее. Сформулировать советы по чтению и составлению диаграмм. Разработать макет справочника с разными видами диаграмм и советами.*)
- Какие ресурсы можно использовать? (*Интернет, энциклопедии, информация мамы и папы.*)

На поисковом этапе проводится анализ найденных источников и делается следующий вывод: диаграммы бывают разного вида; применяются разные названия (линейные – для показа происходящих изменений, круговые или секторные – для показа соотношения между целым и его частями, столбчатые или столбиковые – для показа соотношения между несколькими целыми).

На основании полученной информации и сделанных выводов учащиеся могут разработать макет буклета, содержание которого будет выглядеть следующим образом. На обложке (первая полоса): название буклета, иллюстрация с диаграммой, указание автора и школы, в которой автор учится. На развороте слева (вторая полоса): определение диаграммы, ее назначение. На развороте в середине (третья полоса): виды диаграмм с иллюстрациями. На развороте справа (четвертая полоса): виды диаграмм с иллюстрациями. На оборотной стороне (пятая и шестая полосы): задачи на составление диаграмм.

На этапе представления результата проекта ученик отвечает на следующие вопросы:

- Какие аргументы докажут полезность моего проекта? *(Перечислить профессии, для которых важно уметь читать диаграммы. Рассказать о задачах с использованием диаграмм в учебном пособии.)*
- Какую проблему я решил, разработав этот проект? *(Собрал информацию о разных видах диаграмм и сформулировал советы по их чтению и составлению. В пособии по математике такой информации нет.)*
- Каковы перспективы развития проекта? *(Выяснить, какие виды диаграмм используются при изучении других наук, например, физики или биологии.)*

## **РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

### ***1. Работа по данному курсу обеспечивается УМК и дополнительной литературой:***

*Аргинская И.И., Ивановская Е.И., Кормишина С.Н.* Математика : 4 класс : учебное пособие : в 2 частях (печатная и электронная формы).

*Бененсон Е.П., Итина Л.С.* Рабочая тетрадь : 4 класс : в 2 частях.

*Воскресенская Н.Е.* Диагностические комплексные работы на основе единого текста : 4 класс : рабочая тетрадь.

*Аргинская И.И., Кормишина С.Н.* Математика. 4 класс: методическое пособие для учителя.

*Кормишина С.Н.* Волшебные точки. Вычисляй и рисуй : 4 класс : рабочая тетрадь.

*Восторгова Е.В., Ефремова А.Г.* Стартовая диагностика. 4 класс : рабочая тетрадь.

*Ефремова А.Г.* Что я знаю. Что я умею. Математика : 4 класс : тетрадь проверочных работ : в 2 частях.

*Ефремова А.Г.* ВПР. 50 шагов к успеху. Готовимся к Всероссийским проверочным работам : Математика : 4 класс : рабочая тетрадь

## **2. Специфическое сопровождение (оборудование):**

- классная доска с набором приспособлений для крепления таблиц;

- магнитная доска;

- экспозиционный экран;

- мультимедийный проектор;

- объекты, предназначенные для демонстрации счета;

- наглядные пособия для изучения состава числа (в том числе карточки с цифрами и другими знаками);

- демонстрационные измерительные инструменты и приспособления (размеченные и неразмеченные линейки, транспортиры, наборы угольников, мерки);

- демонстрационные пособия для изучения геометрических величин (длины, периметра, площади): палетка, квадраты (мерки) и др.;

- демонстрационная таблица умножения;

- видеофрагменты и другие информационные объекты, отражающие основные темы курса математики;

- учебные пособия для изучения геометрических фигур, геометрического конструирования: модели геометрических фигур и тел, развертки геометрических тел.

# Методический комментарий к основным разделам курса «Математика». 4 класс

---

В настоящем разделе изложены основные линии работы по следующим темам:

## **Числа:**

- а) числа класса миллионов;
- б) точные и приближенные значения чисел, округление чисел;
- в) положительные и отрицательные числа.

## **Величины.**

### **Арифметические действия:**

- а) умножение и деление многозначных чисел;
- б) действия с величинами;
- в) сложные выражения;
- г) формирование вычислительных навыков;
- д) элементы алгебры.

## **Текстовые задачи.**

## **Пространственные отношения и геометрические фигуры.**

## **Математическая информация.**

# ЧИСЛА

## **Числа класса миллионов**

В 4 классе завершается изучение натуральных чисел в пределах, предусмотренных программой, формируются общие понятия о построении используемой нами десятичной позиционной системы счисления, письменной и устной нумерации в ней. Новый материал по изучению натуральных чисел представлен в конце учебного года, когда дети знакомятся с последним концентром – числами в пределах класса миллионов и получают представление о счетных единицах,



образующих класс миллиардов, – единицах миллиардов, десятках миллиардов и сотнях миллиардов (задание 509).

Такое расположение материала позволяет еще раз вернуться ко всем вопросам, которые являются фундаментом курса математики начальной школы: построению десятичной системы счисления, устной и письменной нумерации, действиям с натуральными числами, их законам и свойствам.

Необходимо иметь в виду, что ученики часто не удовлетворяются предложенными границами изучения натуральных чисел и стремятся их расширить. Препятствовать этому не следует, но и брать на себя основную работу также не нужно. Пусть ученики сами найдут материал, касающийся названий более высоких классов, и расскажут об этом. Такая исследовательская работа будет способствовать более глубокому осознанию изученного программного материала.

Для ориентации приводим названия классов с четвертого по десятый: миллиарды (биллионы), триллионы, квадриллионы, квинтиллионы, секстиллионы, септиллионы, окталлионы. Если ученики свяжут каждый класс не только с его названием, но и с порядковым номером, нужда в названиях вообще отпадет, тем более что количество классов бесконечно, а значит, придумать для каждого название невозможно.

Центральным моментом каждого нового расширения является образование новой единицы счета – миллиона (задание 452), десятка миллионов (задание 477), сотни миллионов (задание 487). Каждая из них возникает в первую очередь как результат объединения десяти предыдущих единиц в единое целое: десять сотен тысяч – один миллион, десять миллионов – десяток миллионов, десять десятков миллионов – сотня миллионов. Затем необходимо рассмотреть другие способы образования новой единицы счета и соотнести их с основным (см., например, задание 457). Для образования миллиона рассматриваются случаи его получения при счете единицами, десятками, сотнями, тысячами и десятками тысяч – всего 5 случаев. Для более старших счетных единиц их еще больше. Важно провести наблюдения за тем, как такие способы образования счетной единицы переходят в основную. Например:

$$\begin{aligned}
& 999\ 999 + 1 = 999\ 990 + (9 + 1) = 999\ 900 + 90 + 10 = \\
& = 999\ 900 + (90 + 10) = 999\ 000 + (900 + 100) = \\
& = 990\ 000 + (9\ 000 + 1\ 000) = 900\ 000 + (90\ 000 + 10\ 000) = \\
& = 900\ 000 + 100\ 000 = 1\ 000\ 000.
\end{aligned}$$

Образование новых классов и особенно разрядов, как правило, не вызывает затруднений у учеников четвертого класса, ведь, по существу, происходит только расширение области применения ранее сформированных знаний.

После рассмотрения различных способов образования новой единицы выполняется счет новой единицей, рассматривается запись получившихся при этом чисел. Одновременно определяется место цифры, обозначающей количество новых единиц в записи числа, вводится понятие о новом разряде, происходит знакомство с числительными, соответствующими записанным числам, и заполняются промежутки между записанными числами (задания 457, 462, 470, 477, 481, 487, 494, 499, 503).

Для класса миллионов процесс заполнения промежутков в натуральном ряду основан на наблюдениях за числами.

Изучение чисел в пределах класса миллионов рассматривается также в следующих заданиях рабочей тетради № 2: 92, 95, 99, 102, 108.

## **Точные и приближенные значения чисел.**

### **Округление чисел**

Изучение точных и приближенных значений чисел и связанного с этим понятия об округлении чисел с заданной точностью позволяет расширить математический кругозор детей, их представления о многообразии мира чисел, с которым они постоянно сталкиваются и будут сталкиваться в своей жизни, и дать им в руки инструмент, помогающий рационально подбирать цифры в значениях частных при выполнении внетабличного деления натуральных чисел, заменяя реальные значения компонентов приближенными и сводя таким образом внетабличное деление к случаям табличного.

Изучение темы необходимо начать с анализа возможных источников получения чисел и соответствующей оценки того, какие в каждом случае могут получаться числа. Посвя-

ценные таким ситуациям задания 147, 151, 160, 161 можно использовать и как первый подход к проблеме, и как закрепление и расширение результатов, полученных при обсуждении самостоятельно выдвинутых ситуаций.

Разбор различных жизненных ситуаций, предложенных как детьми, так и учителем, позволит прийти к выводу, что основными источниками возникновения чисел являются счет и измерения (мы сознательно исключаем возникновение числа как результата выполнения действий с другими числами, т.к. в таком случае рассматриваемое число является вторичным, производным от других чисел).

Естественно, что в результате счета могут возникать как точные (как правило, при пересчете сравнительно небольшого количества объектов), так и неточные, приближенные значения чисел (например, при подсчете количества жителей города или страны, деревьев в лесу и т.п.). При разборе каждой ситуации важно не только осознание того, к каким числам она приводит, но и обсудить причины такого результата и его приемлемость для практического использования.

Например, при проведении переписи населения страны обязательно получается неточный результат, т.к. даже при самой тщательной работе переписчиков невозможно учесть все колебания численности населения, происходящие за время проведения переписи и обработки полученных результатов: кто-то родился в это время, кто-то умер, кто-то уехал из страны, а кто-то приехал. Полученный результат неизбежно будет отличаться от точного количества. Вместе с тем, такой приближенный результат достаточен для решения проблем, связанных с населением всей страны, для которых разница даже в несколько тысяч человек несущественна. Что касается чисел, полученных в результате измерений, то они, по существу, всегда являются приближенными, так как само использование инструментов измерения приводит к ошибкам в пределах точности этих инструментов. Таким образом, становится ясно, что в жизни мы часто сталкиваемся с приближенными, неточными, числами. К этому выводу и нужно подвести учеников. *(В разделе «Конспекты уроков» данного пособия вашему вниманию предлагается урок по этой теме.)*

Точные и приближенные значения чисел рассматриваются также в следующих заданиях рабочих тетрадей: 71, 86 (тетрадь № 1) и 29 (тетрадь № 2).

Следующий важный момент в развитии темы относится к возможности сознательной замены известного точного или приближенного числа другим, приближенным или еще менее точным числом, а также выяснением причин, вызывающих такую замену, и ее последствий.

Примером, иллюстрирующим замену точного числа приближенным, может служить запоминание числа учащихся в школе. Можно совершенно точно установить, сколько детей учится в школе в данный момент. Допустим, это 983 ученика. Нужно ли запоминать это число? Во многих случаях такая точность не требуется, да и в течение года это число может много раз измениться, хотя и в небольших пределах, за счет выбывания части учеников или прибытия новых. Значит, для общего представления о количестве учеников школы гораздо удобнее заменить точное число приближенным, близким к точному, но легче запоминающимся, например числом 1000.

Рассмотрим пример, когда неточное число заменяется еще более неточным. Ученик решил измерить путь, который он проходит от дома до школы. В результате проведенного измерения он получил число 153 м 17 см. Как результат измерения это число заведомо неточное. Ясно также, что ученик, совершая путь от дома до школы, не двигается каждый раз точно по той линии, по которой производил измерение, и его реальные пути в действительности несколько отличаются друг от друга по длине. Нужна ли в этой ситуации такая точность? Прежде всего, нужно ли сохранить в длине пути сантиметры? Сравним длину отрезка в 17 см с длиной всего пути. Ясно, что он так мал, что не играет практически никакой роли в определении длины пути ученика, а значит, их можно отбросить и получить еще более неточное число 153 м. При желании и это число можно заменить на 150 м, которое дает достаточное представление о длине пути ученика.

После обсуждения и уяснения детьми всех этих проблем можно переходить к постепенному формированию понятия об округлении чисел с заданной точностью и правилу вы-

полнения этой операции. При этом следует иметь в виду, что мы не требуем точной формулировки правила округления чисел и тем более его запоминания. Достаточно достичь того, чтобы дети могли практически, опираясь на здравый смысл, верно выполнять округление чисел с заданной точностью.

Прежде всего важно, чтобы ученики поняли смысл округления – это замена данного числа другим, более или менее близким к данному, но всегда более удобным (постоянные наблюдения, которые проводились в течение первых трех лет обучения, должны к этому времени сформировать у детей понимание того, что работать с числами тем легче, чем больше у него в конце стоит нулей и чем меньше в нем значащих цифр), т.е. данное число заменяется другим, в котором сохраняются только значащие цифры тех разрядов, которые соответствуют заданной точности округления, все же младшие для этой точности цифры заменяются нулями.

Как правило, первоначально дети предлагают различные варианты такой замены, среди которых могут оказаться и достаточно удаленные от заданного числа.

Так, на одном из уроков при округлении числа 2758 с точностью до десятков были предложены числа 2730, 2740, 2750, 2760, 2770, 2780 и 2790. Все предложенные варианты были обсуждены, и дети особо выделили числа 2750 и 2760 как самые близкие к данному числу в натуральном ряду. Они были признаны самыми удачными, а об остальных дети сказали, что они слишком далеко стоят в натуральном ряду от данного числа.

Аналогичная ситуация рассматривается в задании 171, подготовкой к работе с которым служит выполнение заданий 164 и 167.

После того, как выбор нужных чисел при округлении с недостатком и с избытком по сравнению с данным числом становится ученикам ясен, нужно установить, какое из двух чисел лучше использовать в каждом конкретном случае. Для этого выясняется, когда допускается меньшая ошибка.

Так, если при округлении с точностью до десятков числа 2758 взять число 2750, погрешность будет 8, а если взять число 2760 – число 2. Значит, в данном случае лучше использовать число 2760.

Постоянно проводимые наблюдения при округлении чисел с разной степенью точности сформируют у школьников представление о том, на какие цифры нужно при этом обращать основное внимание и при отбрасывании каких цифр округление нужно выполнять с избытком, а при каких – с недостатком.

Рассмотрим примеры такого округления. Требуется округлить до десятков число 635. Ближайшие подходящие числа 630 и 640. Найдем погрешности, которые получатся при замене данного числа каждым из них. В обоих случаях она равна числу 5, следовательно, варианты равноценны, и осознанная детьми логика выбора варианта округления числа не срабатывает.

Такая же ситуация будет возникать и в случаях округления любых чисел с любой точностью, если в старшем из отбрасываемых разрядов стоит цифра 5, а в более младших – нули.

При этом используется правило, основанное не на логике, а на договоренности – выполнять округление с избытком.

Мы считаем чрезвычайно важным разграничение случаев, которые подчиняются логическому объяснению, и таких, где действует условность. Осознание таких моментов помогает детям глубоко проникать в суть изучаемого материала, понимать многообразие подходов, используемых в математике.

Особые случаи округления чисел возникают в ситуациях, когда правило округления вступает в противоречие со здравым смыслом и не может быть формально использовано. Естественно, что при округлении отвлеченных чисел такие ситуации не возникают, они могут проявляться при решении конкретных жизненных задач.

Приведем пример такой задачи: *Для ремонта школы требуется 34 кг краски. Сколько банок краски нужно заготовить, если в каждой банке 10 кг краски?*

Для решения задачи нам придется округлить количество краски до десятков. По правилу округления мы должны взять число 30 кг, но здравый смысл подсказывает, что такое решение будет неверным, т.к. краски для ремонта не хватит, и нужно, вступив с правилом в противоречие, округлить число 34 кг до 40 кг. Обобщаем: при решении любой задачи, связанной с накоплением любых матери-

алов, округление всегда нужно выполнять с избытком, а в задачах, связанных с расходом чего-либо, с недосдатком.

Помимо заданий учебного пособия теме посвящены следующие задания рабочей тетради № 1: 71, 84, 86, 96, 97, 101.

### **Положительные и отрицательные числа**

Знакомство с положительными и отрицательными числами так же, как и многие другие вопросы программы, служит главным образом расширению математического кругозора учеников, способствуя тем самым и продвижению их в развитии, и более глубокому овладению материалом, связанным с изучением чисел (натуральные числа и ноль, устная и письменная нумерация).

Как и при работе с другими множествами чисел, не являющихся натуральными, самым главным на начальном этапе является осознание необходимости появления этих новых чисел (см., например, методические рекомендации к началу знакомства с дробными числами в третьем классе), вытекающее из реальных жизненных ситуаций.

Чаще всего дети сталкиваются с использованием положительных и отрицательных чисел при измерении температуры воздуха. Задолго до начала знакомства с положительными и отрицательными числами на уроках математики учащиеся встречаются с ними, слушая прогноз погоды по радио, читая его на экранах телевизоров или в газете. В этой привычной ситуации положительные и отрицательные числа не вызывают у детей удивления, воспринимаются как само собой разумеющееся явление.

Задача учителя довести до сознания учеников, что они имеют дело с новым множеством чисел, более широким, чем множества, с которыми они познакомились раньше, установить причину их появления, найти и осмыслить другие ситуации, где удобно использовать числа этого множества.

Выделение особенностей чисел, осознание того, какие ситуации приводят к необходимости их использования, начинается в задании 416, где ученикам предлагается осмыслить именно такой случай употребления положительных и отрицательных чисел. Эта тематическая линия продолжается и в заданиях 421, 423, 427, 430.

Следующим важным этапом является определение места новых чисел по отношению к изученным ранее: взаимное расположение тех и других чисел, их сравнение. В учебном пособии эти вопросы решаются в основном через рассмотрение числовой прямой, расположения чисел на ней. Этому посвящены задания 427, 431, 435, 441, где происходит знакомство с числовой (координатной) прямой, с расположением на ней положительных и отрицательных чисел, сравнение чисел по их взаимному расположению с использованием общей закономерности – чем правее расположено число, тем оно больше, чем левее, тем меньше, и т.д.

В результате дети должны прийти к важным выводам:

- целые положительные числа – это давно и хорошо знакомые натуральные числа, новой является только их другая запись  $+6$  вместо  $6$ ;
- все отрицательные числа меньше любого положительного числа и числа  $0$ .

В процессе работы более ясной становится и особая роль числа  $0$ , которое разграничивает положительные и отрицательные числа, само же не является ни тем, ни другим.

На взгляд учителя, объем изучаемого в этой теме материала может быть расширен. Например, могут быть рассмотрены не только целые числа, но и дробные. Можно также познакомить учеников с простыми случаями выполнения действий с рациональными числами. Лучше всего для этой цели использовать числовую прямую и уже давно знакомый детям способ выполнения действий движением по ней.

В рабочей тетради № 2 положительные и отрицательные числа рассматриваются в заданиях: 59, 68, 71, 72, 75, 77, 85, 108.

## **ВЕЛИЧИНЫ**

В 4 классе в этом разделе можно выделить два основных направления работы:

- изучение новой величины – объема пространственных фигур;
- обобщение знаний о различных величинах, полученных в течение первых трех лет обучения.



Изучение объема строится по обычному для занковской системы алгоритму, который знаком учителю по другим величинам:

- знакомство с объектами, имеющими объем, и введение понятия объема (задания 275, 295);

- анализ возможности непосредственного визуального сравнения объемов различных объектов (задание 296);

- выбор и использование произвольных мерок для измерения объемов и их сравнения (задание 301);

- введение общепринятых единиц измерения объема (задание 306);

- знакомство с косвенными способами измерения объема прямоугольного параллелепипеда (как результата умножения его длины, ширины и высоты (задания 310, 314, 323, 333, 335, 339)), а также результата умножения площади основания на высоту (задание 344) и получение формул объема прямоугольного параллелепипеда на основании этих способов;

- расширение области применения формулы  $V = S \cdot h$  на произвольные прямые призмы (задания 414, 482).

Помимо этого ученики получают представление об изменении объема предметов произвольной формы на основе изменения уровня жидкости в сосуде при погружении в нее этого предмета (задание дано на странице 39 второй части учебного пособия).

Желательно, чтобы каждый ученик имел возможность реально измерить объемы нескольких прямоугольных параллелепипедов при помощи набора произвольных и общепринятых мерок (для этого в качестве объектов измерения можно использовать различные прямоугольные коробки, а набор мерок дети могут склеить из плотной бумаги или использовать наборы детских кубиков или прямоугольные детали деревянных строительных конструкторов). Если же провести такую работу затруднительно, то можно выполнить ее как демонстрацию заполнения объема коробки перед всем классом или, в крайнем случае, использовать соответствующие рисунки.

Однако главным направлением работы с величинами и их измерением в 4 классе является обобщение всего изученного

ранее материала, составление таблиц единиц измерения всех изученных величин, сравнение этих таблиц между собой и с десятичной системой счисления (задания 237, 327, 466, 484). В результате этой работы ученики приходят к осознанию того, что построение системы мер длины, площади, объема, массы имеет непосредственную связь с десятичной системой счисления, хотя и не повторяет ее, а единицы измерения времени с десятичной системой не связаны, а имеют другое происхождение.

Необходимо также исследовать вопросы различия в построении систем единиц измерения разных величин. Например, при сравнении таблиц измерения длины и массы хорошо видно, что первая таблица во многом повторяет построение десятичной системы счисления и только после метра происходит отклонение:  $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$ .

Что же касается таблицы единиц измерения массы, то в ней отклонения от построения системы счисления появляются сразу и имеют свою закономерность:

$$1 \text{ мг}; \quad 1000 \text{ мг} = 1 \text{ г}; \quad 1000 \text{ г} = 1 \text{ кг}; \\ 100 \text{ кг} = 1 \text{ ц}; \quad 10 \text{ ц} = 1 \text{ т}; \quad 1000 \text{ кг} = 1 \text{ т}.$$

Следует обязательно задать вопрос: почему таблицы измерения разных величин построены не одинаково? Чем вызваны отклонения от общей закономерности построения в каждой таблице (почему, например, после метра возникает километр, а не единица измерения в 10 метров, или после килограмма возникает не тонна, а центнер)? Обсуждение и поиск ответов на данные вопросы помогут детям понять практическую целесообразность выбора единиц измерения различных величин, еще раз вернуть их к осознанию того, какие величины измеряются единицами, связанными с десятичной системой счисления, а какие нет.

Не менее важной является и линия сравнения единиц измерения таких величин, как длина, площадь и объем, тесно связанных между собой:

$$\begin{array}{llll} 1 \text{ мм} & 10 \text{ мм} = 1 \text{ см} & 10 \text{ см} = 1 \text{ дм} & 10 \text{ дм} = 1 \text{ м} \\ 1 \text{ мм}^2 & 100 \text{ мм}^2 = 1 \text{ см}^2 & 100 \text{ см}^2 = 1 \text{ дм}^2 & 100 \text{ дм}^2 = 1 \text{ м}^2 \\ 1 \text{ мм}^3 & 1000 \text{ мм}^3 = 1 \text{ см}^3 & 1000 \text{ см}^3 = 1 \text{ дм}^3 & 1000 \text{ дм}^3 = 1 \text{ м}^3 \end{array}$$

Чем в этом случае объясняется разница в соотношении между единицами? Как она возникает? Обсуждение этих

вопросов поможет глубже осознать связь между единицами измерения этих величин, их зависимость друг от друга, возникновение каждой следующей единицы на основе предыдущей не только в ряду, относящемся к измерению одних и тех же величин, но и при переходе от единиц измерения одной из величин к другой.

Работу с величинами, изученными в начальной школе, предлагают тетради на печатной основе. Это задания 4, 40, 55, 69, 71, 84, 91 (тетрадь № 1); 28, 32, 42, 57, 60, 76, 91 (тетрадь № 2).

## АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

Материал, относящийся к вопросам сложения и вычитания многозначных чисел и умножения и деления многозначных чисел на однозначные числа, необходимо рассматривать как уже знакомый, изученный на более узком множестве чисел. Такой подход диктует особенности работы: сравнение уже знакомых случаев выполнения действий с новыми, впервые встретившимися вариантами (например,  $369 + 789$  и  $3369 + 8789$ ;  $926 - 275$  и  $17926 - 9275$ ;  $258 \cdot 3$  и  $4258 \cdot 3$ ;  $546 : 3$  и  $7256 : 3$ , а в конце года и с использованием чисел в пределах класса миллионов), выявление сходства и различия в рассматриваемых случаях, поиски применения знакомого материала в новых условиях и обоснование выбора пути на основе наблюдений (можно проследить выполнение умножения в таком ряде выражений:  $8 \cdot 3$ ,  $58 \cdot 3$ ,  $258 \cdot 3$ ,  $7258 \cdot 3$  и т.д., анализ которого показывает использование общей закономерности в выполнении умножения в каждом случае и характер существующих различий), осуществление выбранного пути решения и объяснение его эффективности. Такая, по существу, исследовательская работа формирует у учащихся глубокий обобщенный подход к пониманию общих принципов выполнения каждого действия, способность свободно использовать их на любом множестве натуральных чисел, что ведет к прочным и осознанным вычислительным навыкам.

Помимо заданий учебного пособия, которые способствуют продвижению учеников в понимании общности алгорит-

мов выполнения каждого из арифметических действий на любом множестве натуральных чисел, этому посвящены следующие задания рабочих тетрадей: 2, 3, 8, 9, 11, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 29, 31, 32, 36, 39, 41-44, 50, 53, 57, 59, 61, 70, 72, 75, 76, 80, 82, 83, 88, 90, 94, 97, 101, 108, 115 (тетрадь № 1); 2, 13, 15, 26, 27, 31, 40, 44, 56, 64, 65, 67, 70, 84, 90, 93, 95, 99, 107 (тетрадь № 2).

## **Умножение и деление многозначных чисел**

Умножение и деление на многозначные числа является новым материалом в программе четвертого класса и вместе с тем в большой мере дальнейшим развитием изучения этих действий на более ранних этапах обучения. Отсюда вытекают два основных направления в работе: выявление того нового, что заложено в материале темы, и определение и осознание общих положений, присущих этим действиям в любом частном случае.

Основные линии изучения этого материала в системе развивающего обучения идентичны линиям обычной программы. Поэтому новые направления работы заключаются в освещении и разработке этих линий, расстановке акцентов, установлении связей и зависимости с ранее изученным материалом.

Рассмотрим отдельно вопросы умножения и деления на многозначное число.

Анализ выполнения умножения на многозначное число позволяет утверждать, что основные положения, лежащие в основе этой операции, остаются теми же, что были выявлены при изучении умножения многозначного числа на однозначное: поразрядность выполнения операции и использование в каждом разряде таблицы умножения. Вместе с тем их использование имеет свои особенности, которые должны быть выявлены и осознаны учениками (например, при умножении на двузначное число применение таблицы умножения значительно усложняется при умножении десятков на десятки, сотен на десятки и т.д. В этом случае ученику недостаточно получить результат, вытекающий из таблицы умножения, он должен установить разрядную принадлежность полученного числа).

Сравним два похожих случая умножения, в которых используется одно и то же равенство из таблицы умножения:  $70 \cdot 4$  и  $70 \cdot 40$ .

В первом случае рассуждение достаточно простое: 7 десятков нужно взять 4 раза, получатся тоже десятки, их будет 28, т.к.  $7 \cdot 4 = 28$ . 28 десятков это 280. Можно проверить полученный результат, заменив умножение сложением.

Рассмотрим второй случай. Очевидно, что ученик достаточно легко установит, что при умножении тоже получится 28 единиц, но может серьезно затрудняться в определении разряда этих единиц. Достаточно сложен и способ замены умножения сложением в силу большого количества слагаемых, получающихся при этом. Для решения этой проблемы необходимы дополнительные знания. Существенно поможет знание сочетательного закона умножения. Это позволит заменить второй множитель произведением двух или нескольких однозначных чисел и свести новый случай умножения к известным. Выполнение умножения в таком случае может быть таким:  $70 \cdot 40 = 70 \cdot (8 \cdot 5) = (70 \cdot 8) \cdot 5 = 560 \cdot 5 = 2800$ .

Такой путь достаточно трудоемок и может быть использован только как промежуточный, нащупывающий основной способ. Сравнение результатов умножения будет способствовать первым выводам:  $70 \cdot 4 = 280$ ;  $70 \cdot 40 = 2800$ .

Дети легко заметят как сходство, так и различие этих равенств, в том числе и разницу в разрядных единицах. Отсюда вытекает следующий шаг – исследование источника подмеченной закономерности, а затем и осознание основного пути выполнения операции – представление множителя не произведением однозначных чисел, а произведением однозначного числа на единицу с нулями, откуда непосредственно вытекает необходимость знания о закономерности, связанной с умножением любого числа на единицу с нулями.

Другой способ нахождения значений произведений многозначных чисел основан на использовании распределительного закона умножения относительно сложения. В этом случае один из множителей заменяется суммой нескольких однозначных чисел и вычисление значения данного произведения опять сводится к использованию полученных ранее знаний.

Оценка этих способов позволит сделать вывод об универсальности и удобстве каждого из них и о том, что необходимо искать более простой, быстрый и всегда работающий способ выполнения умножения многозначных чисел.

Теперь можно выделить основные этапы в изучении умножения на многозначное число:

1) поиск пути нахождения значения произведения при многозначных множителях (задания 58, 62, 66);

2) умножение на единицу с нулями с использованием сочетательного свойства умножения (задания 69, 73, 75);

3) умножение на круглые числа (задания 80, 87);

4) возвращение к распределительному свойству умножения относительно сложения (задания 92, 97, 107, 110, 116);

5) умножение на многозначное число при помощи записи столбиком (задания 118, 123, 126, 131, 133, 139).

Работа с заданиями каждого этапа строится так, чтобы основное внимание было направлено на установление тесных логических связей как между отдельными этапами, так и между новыми случаями выполнения умножения и ранее пройденным во втором и третьем классах материалом.

Постоянный анализ выполняемых операций, сопоставление с ранее изученным материалом позволит детям установить, что при умножении на многозначное число знакомый детям алгоритм умножения на однозначное число повторяется несколько раз (столько, сколько значащих разрядов во втором множителе) и завершается объединением полученных в результате выполнения промежуточных значений произведений.

Выделим те **основные задачи**, которые должны быть решены в результате изучения действия умножения на протяжении трех лет (2–4 классы).

■ У детей должна сложиться стройная картина усложнения этой операции при переходе от одного этапа ее изучения к другому и, вместе с тем, тесной взаимосвязи между всеми этапами. Первый этап – табличное умножение, любой случай которого выполняется в один основной шаг на основе использования таблицы умножения. Второй этап – умножение многозначного числа на однозначное, любой случай которого выполняется многократным выпол-

нением шага (число повторений зависит от количества значащих цифр многозначного множителя), использовавшегося на первом этапе, и последующим объединением (сложением) результатов этих шагов. Третий этап – умножение многозначного числа на многозначное, любой случай которого выполняется многократным повторением шагов второго (а значит, и первого) этапа с последующим объединением их результатов.

- Должен быть сформирован автоматизированный навык выполнения табличного умножения.

- Должно быть полностью сформировано умение выполнять умножение любых изученных многозначных чисел в пределах получения результата, относящегося также к изученным числам (т.е. значение произведения не должно выходить за рамки класса миллионов).

Рассмотрим деление на многозначное число.

Эта тема завершает изучение арифметических действий с натуральными числами в курсе начальной школы.

Деление многозначного числа на многозначное представляет новый аспект этого действия, знакомство с которым началось во втором классе (общее понятие о действии и табличные случаи деления) и было продолжено в третьем классе (внетабличное деление на однозначное число).

Таким образом, к началу изучения рассматриваемой темы учащиеся владеют следующими **необходимыми** для продвижения вперед **знаниями и умениями**:

- имеют общее понятие о действии деления как обратном умножению, при помощи которого по значению произведения и одному множителю определяется другой множитель, т.е. о взаимосвязи между умножением и делением;

- знают о взаимосвязи между компонентами деления и о закономерностях изменения значения частного при изменении остальных компонентов этого действия;

- владеют в полной мере табличными случаями деления;

- имеют понятие о делении с остатком и о взаимосвязи между компонентами деления в таких случаях;

- имеют понятие о свойстве деления суммы на число в пределах однозначного делителя;

- владеют в полной мере алгоритмом внетабличного деления многозначного числа на однозначное и его обосновани-

ем как с точки зрения замены делимого суммой удобных слагаемых, так и с точки зрения деления с остатком.

Анализ выполнения внетабличного деления показывает отсутствие принципиальной разницы в механизме его выполнения при однозначном и многозначном делителе. И в том, и в другом случае алгоритм выполнения операции заключается в неоднократном использовании основного шага, возникшего при изучении табличного деления – использования таблицы умножения для определения результата деления. Различие заключается в том, что при однозначном делителе ученики при подборе цифр значения частного имеют возможность использовать таблицу умножения непосредственно, а при многозначном делителе необходимо предварительно выполнить округление делимого и делителя так, чтобы появилась возможность использовать ту же таблицу, т.е. оставив в делителе одну, а в промежуточных делимых не более двух значащих цифр.

Таким образом, можно утверждать, что все принципиальные положения алгоритма выполнения деления к четвертому классу уже сформированы и остается перенести их в новую ситуацию, завершив тем самым знакомство со всеми случаями его использования на множестве натуральных чисел.

Отсюда вытекают два **основных направления** в работе над темой:

- выявление того нового, что заложено в изучаемом материале;

- осознание тех общих положений, которые присущи делению натуральных чисел в любом частном случае, в том числе и рассматриваемом на данном этапе.

Основная цель, стоящая перед учителем при организации изучения темы, – помочь ученикам самостоятельно сформировать общий алгоритм выполнения операции деления на множестве натуральных чисел.

Для достижения поставленных при изучении темы задач мы считаем необходимым проработку следующих этапов:

первый этап: определение однозначного значения частного при делении на многозначное число, если известен соответствующий случай деления на однозначное число;



второй этап: поиск путей определения значения частного при делении на многозначное число в условиях отсутствия опоры на соответствующий случай с однозначным делителем.

Основой деятельности на первом этапе является знакомая ученикам со 2 класса взаимосвязь между умножением и делением, а также между компонентами деления.

Еще до начала изучения рассматриваемой темы учащиеся многократно сталкивались с определением значений частных на этой основе. Например, определив значение выражения  $124:4$ , они могут, опираясь на взаимосвязь между компонентами деления, сказать, чему равно значение выражения  $124:31$ , а найдя корень уравнения  $x \cdot 6 = 282$ , определить корни уравнений  $47 \cdot y = 282$  и  $282:a = 47$ .

Активизации этих взаимосвязей посвящены задания 197, 201, 205 и 209. Каждый учитель для своего конкретного класса может предложить дополнительные аналогичные задания как всем, так и отдельным ученикам.

Все дальнейшие задания, посвященные делению на многозначное число, относятся ко второму этапу, основной задачей которого является поиск наиболее простого и универсального способа деления на многозначное число, а также к третьему этапу, цель которого – овладение найденным алгоритмом выполнения такого деления.

Первый способ, который предлагается опробовать ученикам, это способ подбора результата деления, который давно и хорошо им знаком. Первая встреча с ним в рамках рассматриваемой темы происходит в задании 201, где его использование весьма эффективно, т.к. искомое число является однозначным и его нужно выбрать из данных в задании четырех чисел, что резко сужает поле поиска.

На данном этапе учитель может ограничиться материалом задания, сосредоточив внимание учеников на выборе рационального способа решения, но может пойти и дальше. Желательно побудить учеников выявить, почему сравнительно легко получить ответ в пункте 1 задания (даны числа, из которых нужно его выбрать), в чем трудность выполнения пункта 4 (числа для проб нужно установить самому), в каком случае подбор станет еще сложнее (если искомое число выходит за рамки однозначных чисел). Объем и глу-

бина исследования перечисленных аспектов, особенно последнего из них, зависит от возможностей каждого конкретного класса.

Задание 212 знакомит детей со свойством деления числа на произведение, которое является основой второго способа деления на многозначное число, когда делитель заменяется произведением однозначных множителей и результат получается на основе использования ранее полученных знаний о внетабличном делении на однозначное число.

Сравнение двух использованных способов выполнения операции покажет ученикам, что использование свойства деления на произведение более удобно, чем подбор чисел, позволяет получить значение частного быстрее. Однако уже в задании 219 им предстоит столкнуться с тем, что использование свойства деления не всегда возможно: если делитель является простым многозначным числом или в произведение, которым заменяют делитель, входит такое число, использование умения делить на однозначные числа оказывается недостаточным. Такие варианты рассматриваются в пункте 2 этого задания.

При выполнении задания 219 необходимо исследовать особенности делителей в случаях, когда выполнение деления на основе изученного свойства для детей возможно и когда его использование для них недоступно. Понимание того, что и этот способ не является универсальным, подводит учеников к осознанию необходимости пополнения знаний и созданию способа деления на многозначное число как такового, без использования окольных путей.

Первым шагом в этом направлении является знакомство с делением на счетные единицы (10, 100, 1000 и т.д.), которое рассматривается в задании 235.

В задании 238 закрепляется умение делить на счетную единицу.

Задание 239 знакомит учеников с делением на несколько счетных единиц (на числа вида 20, 400 и тому подобное).

Следующий шаг – возвращение к подбору значения частного при делении на многозначное число с использованием округления чисел. В заданиях 243 и 247 рассматриваются способы рационального подбора значения одного и того же частного, которые необходимо обсудить с учениками преж-

де, чем они познакомятся с новым для них вариантом. Здесь и начинается использование того инструмента, который дети получили, знакомясь с округлением чисел с заданной точностью. Задача заключается в том, чтобы свести реальные числа к таким, которые позволяют для подбора цифр использовать табличные случаи. Допустим, нужно найти первую цифру значения частного  $864 : 27$ . Конечно, ее можно определить, пробуя подряд все числа, начиная с 1, и это даст нужный результат. Мало того, такой подход является начальным этапом решения проблемы, так как только осознание его громоздкости может дать толчок поиску рационального способа подбора цифр. Округляем делимое и делитель до десятков и получаем  $860 : 30$ . Сравнение числа десятков в делимом и делителе показывает, что первая цифра может быть 2 или 3. Однако 86 десятков гораздо ближе к 90 десяткам, чем к 60. Рационально начать проверку с цифры 3, которая и является искомой.

И в задании 243, и в задании 247 рассматриваются самые простые случаи, когда значение частного – однозначное число, однако детям об этом не сообщается, и они это должны определить самостоятельно. Необходимо иметь в виду, что умение определить количество знаков в значении частного является важной составной частью овладения умением выполнять эту операцию. Начало работы в этом направлении было положено еще в 3 классе при изучении внетабличного деления на однозначное число. Теперь это умение поднимается на следующую ступень (задания 223, 227 и 233, в которых прослеживается закономерность изменения числа знаков в значении частного при изменении делителя).

Результат проведенных в этих и других заданиях наблюдений используется в задании 256, в котором ученики переходят к записи в столбик, и последующих.

В заключение необходимо напомнить, что, как и во многих других случаях, учитель имеет право использовать другой вариант изучения темы, например, может быть выделено в отдельный вопрос деление на двузначное число, а затем уже рассматриваться случаи с делителями, имеющими большее количество знаков. Выбор варианта зависит от особенностей класса, в котором работает учитель, уровня трудности, который является для учеников данного класса опти-

мальным. (В разделе «Конспекты уроков» приводится урок по теме «Умножение многозначных чисел».)

В рабочих тетрадях умножение и деление многозначных чисел рассматривается в заданиях: 27, 33, 35, 39, 43, 44, 47, 48, 49, 53, 57–59, 65, 70, 72, 74–76, 78, 80, 82, 84, 85, 88, 89, 92, 94, 96, 97, 99, 101, 102, 105, 107, 110 (тетрадь № 1); 2, 5, 7–10, 14–16, 19, 21, 25, 30, 31, 36, 40, 54–56, 58, 78, 81, 84, 86, 88, 90, 95, 97, 107 (тетрадь № 2).

## **Действия с величинами**

Так же, как дети постепенно знакомились с различными величинами и их измерениями, узнавали общепринятые единицы измерения, происходило и постепенное знакомство с выполнением действий с числами, которые получались в результате измерения величин. Таким образом, в четвертом классе **основными задачами** изучения этой темы **являются:**

- обобщение знаний о выполнении действий с величинами, полученных на более ранних этапах обучения;
- анализ различных способов выполнения действий с величинами и использование этих способов в практической деятельности;
- выбор рациональных способов выполнения действий с величинами и обоснование такого выбора.

Варианты выполнения действий с величинами тесно связаны с возможностью использования для их измерения разных единиц. Одна и та же длина может быть записана так: 5 м 3 дм 8 см; 5 м 38 см; 53 дм 8 см; 538 см; 5380 мм и т.д. Отсюда появляются различные способы выполнения действий с ними.

Например, нужно найти значение суммы 5 м 3 дм 8 см + 8 м 4 дм 1 см.

Действие можно выполнить двумя разными способами: 1) сложить сантиметры с сантиметрами, дециметры с дециметрами, метры с метрами; 2) выразить оба слагаемых в сантиметрах, сложить получившиеся числа, а затем значение суммы преобразовать с использованием разных единиц измерения длины. Какой из этих способов можно считать рациональным и почему? Важнейшим признаком рациональ-

ного способа решения является его краткость. Поэтому в данном случае второй способ, являясь более длинным, менее рационален, чем первый. Можно подумать, что этот способ, связанный с преобразованиями, всегда будет нерациональным. Однако это не так, т.к. он обладает одним важным преимуществом – универсальностью. Кроме того, если рассмотреть сумму, в которой изменены слагаемые (например,  $5\text{ м } 3\text{ дм } 8\text{ см} + 8\text{ м } 9\text{ дм } 4\text{ см}$ ), то выбор первого способа как более рационального становится сомнительным, т.к. полученный при сложении одинаковых единиц длины результат требует дополнительных преобразований. (*Урок по теме «Преобразование единиц измерения величин» дан в разделе «Конспекты уроков» данного пособия.*)

Еще более четко можно проследить необходимость поиска рационального способа выполнения действия при умножении и делении именованных чисел на отвлеченное число.

Следует также иметь в виду, что часто самым рациональным является использование обоих способов при решении одного выражения. Например, значение частного  $7\text{ ч } 27\text{ мин} : 3$  лучше всего получить, используя такое преобразование делимого:  $7\text{ ч } 27\text{ мин} = 6\text{ ч } 87\text{ мин}$ , а не переводя все число в минуты, а затем преобразовывая значение частного.

Новым направлением в действиях с величинами следует выделить работу со сложными выражениями, компонентами которых они являются. Основная задача, которая решается при этом, – установление сходства и различий, существующих между такими выражениями и аналогичными выражениями с отвлеченными числами.

Вообще, выполняя задания на действия с величинами, такое сравнение постоянно нужно иметь в виду, с тем чтобы ученики к окончанию начальной школы осознавали, что, в отличие от выражений с отвлеченными числами, в выражениях на действия с величинами нужно:

- следить за тем, чтобы все компоненты действий были выражены в одних и тех же единицах измерения величины;
- не соединять выражения, где выполняются действия с разными величинами, в единое более сложное выражение.

В рабочей тетради № 2 работа по рассматриваемой теме представлена в заданиях: 18, 46, 51, 60, 73.

## Сложные выражения

Во втором классе ученики познакомились с разного вида сложными выражениями (под этим названием мы понимаем выражения, для определения значений которых нужно выполнить более одного действия), изучили правила порядка выполнения действий в таких выражениях и уделили достаточно много времени на закрепление этих знаний.

В третьем классе учащиеся продолжали совершенствовать умение вычислять значения сложных выражений как на базе репродуктивной деятельности, находя значения данных в задании или составленных ими выражений, так и включаясь в разнообразную продуктивную деятельность – преобразование выражений в соответствии с условием задания.

Пункты, побуждающие к включению в продуктивную деятельность, есть в каждом задании, относящемся к теме, разница в том, что в некоторых из них они отступают на второй план, а в других составляют основу содержания задания.

Особо важными являются задания, в которых восстанавливаются:

- сложные выражения;
- знаки действий и скобки для получения верных равенств.

В четвертом классе продолжается работа со сложными выражениями в перечисленных выше направлениях, но основное внимание уделяется возможности преобразований данных выражений без изменения и с изменением их значений (задания 3, 8, 19, 21, 29, 37 и т.д.).

Эта работа дает ученикам возможность осознать, в каких случаях необходимо строго следовать правилам порядка выполнения действий в сложных выражениях, а в каких от этих правил можно отступить, получив верный ответ.

Помимо заданий учебного пособия работа со сложными выражениями включена в тетради на печатной основе: задания 12, 18, 43, 44, 53, 57, 59, 70, 76, 80, 82, 85, 94, 101 (тетрадь № 1); 2, 7, 13, 27, 56, 58, 63 (тетрадь № 2).

Особого внимания требуют задания тетрадей, в которых ученики должны записать выражения по их словесному описанию. Это тот редкий случай, когда новое направление темы дается именно в тетрадях, а не в пособии (задания 12, 18, 44, 53, 76, 82, 94, 101 тетради № 1 и 13, 27 тетради № 2).

## **Формирование вычислительных навыков**

В четвертом классе по существу завершается длительный процесс овладения учащимися вычислительными навыками на множестве натуральных чисел. Поэтому стоит еще раз вернуться к обсуждению данного вопроса, несмотря на то, что он уже достаточно подробно был рассмотрен в предыдущих пособиях.

Как уже отмечалось, при формировании навыков можно использовать два пути – прямой и косвенный.

Первый из них в чистом виде предполагает сообщение учащимся образца, алгоритма выполнения операции, на основании которого учащиеся многократно ее выполняют. В результате такой репродуктивной деятельности достигается запоминание предложенного алгоритма и вырабатывается запланированный навык.

Косвенный путь предполагает, прежде всего, включение учеников в продуктивную творческую деятельность, в самостоятельный поиск алгоритма выполнения операции.

Отличие разных систем обучения заключается не в том, что в одних используется один путь, а в других – другой. В каждой системе присутствуют оба подхода, различие же в том, каково соотношение этих путей.

В системе, направленной на общее развитие учащихся, главным является именно косвенный путь формирования навыков, прямой же используется тогда и в той мере, как это необходимо. С нашей точки зрения, сформированный навык характеризуется способностью правильно и быстро выполнять нужную операцию, к какой бы области она ни относилась. Исходя из этого, система формирования навыков должна складываться из трех принципиально различных этапов.

Первый этап – поиск пути выполнения операции, осознание основных положений, лежащих в фундаменте выполнения операции, создание алгоритма ее выполнения. На этом этапе обязательно прослеживается, оценивается и осознается каждый шаг в рассуждениях детей, устные рассуждения переводятся в запись математическими знаками. Отсюда вытекает характерный признак этого этапа – подробная запись выполнения операции, с которой в данный момент работают ученики. Приведем пример такой записи:

$$\begin{aligned}
& 379 \cdot 24 = 379 \cdot (20 + 4) = \\
& = 379 \cdot 20 + 379 \cdot 4 = 379 \cdot (2 \cdot 10) + 1516 = \\
& = (379 \cdot 2) \cdot 10 + 1516 = 758 \cdot 10 + 1516 = \\
& = 7580 + 1516 = 9096.
\end{aligned}$$

На этом этапе практически не используется прямой путь. Он возникает только при выполнении промежуточных, значимых детям операций, которые входят в изучаемую в качестве составных элементов (так, в данном примере к ним относятся умножение на однозначные числа, на единицу с нулями и выполнение сложения). Результатом этого этапа является выработка алгоритма выполнения операции и его осознание. (*См. конспект урока по теме «Умножение многозначных чисел».*)

Главной задачей второго этапа является формирование правильного выполнения операции. Для достижения этой цели необходимо не только использование выработанного на первом этапе алгоритма выполнения операции, но, может быть, в еще большей степени свободная ориентация в ее нюансах, умение предвидеть, к чему приведет то или иное изменение компонентов операции, представлять возможности ее упрощения или усложнения. В силу этого на втором этапе используются оба пути формирования навыков, однако косвенный путь продолжает оставаться ведущим, прямой же выступает в качестве подчиненного.

Проанализируем с точки зрения использования обоих путей задание 162, которое является характерным для этого этапа формирования навыка. Оно состоит из трех пунктов. В первом из них нужно найти значения шести произведений, в которых трехзначные числа умножаются на двузначные. Очевидно, что в этом пункте используется прямой путь – дети упражняются в применении уже известного им алгоритма умножения на многозначное число. Следующий пункт направляет мысль на анализ получившихся у них равенств, выделение сходства между ними (во всех равенствах получается четырехзначный результат). Эта работа готовит учеников к выполнению третьего пункта, в котором на первый план выступает именно косвенный путь.

Детям предлагается изменить в каждом произведении одну цифру так, чтобы значение произведения стало пятизнач-



ным числом. Этот пункт задания ставит учеников в позицию активного творческого поиска, использования имеющихся у них знаний в нестандартном, преобразованном виде. В результате найденных преобразований каждый из них получает как минимум еще 6 произведений (их может быть и гораздо больше, т.к. в пункте есть указание на желательность поиска возможно большего числа решений). Общее количество возможных решений весьма велико. Например, к первому произведению  $292 \cdot 24$ , изменяя цифру во втором множителе, можно составить 11 произведений, отвечающих требованию задания:  $292 \cdot 44$ ,  $292 \cdot 54$ ,  $292 \cdot 64$ ,  $292 \cdot 74$ ,  $292 \cdot 84$ ,  $292 \cdot 94$ ,  $292 \cdot 45$ ,  $292 \cdot 46$ ,  $292 \cdot 47$ ,  $292 \cdot 48$ ,  $292 \cdot 49$ . Внося изменения в первый множитель, можно получить еще следующие произведения:  $492 \cdot 24$ ,  $592 \cdot 24$ ,  $692 \cdot 24$ ,  $792 \cdot 24$ ,  $892 \cdot 24$ ,  $992 \cdot 24$ . Таким образом, существует 17 вариантов преобразования данного произведения, отвечающих поставленному условию.

Конечно, недопустимо требовать от детей составления всех возможных решений, хотя не исключено, что в четвертом классе, когда разбужен интерес к различной интеллектуальной деятельности, некоторые ученики это сделают по собственному желанию. Но и без этого, объединив все случаи, которые нашли разные ученики, проанализировав их, можно выйти на дополнение пропущенных вариантов, ведь в составлении решений есть определенная закономерность, которую при анализе легко заметить.

Третий этап формирования навыка нацелен на достижение высокого темпа выполнения операции. Именно на этом этапе на первый план выходит прямой путь формирования навыка. Главная задача учителя на этом этапе – построить работу так, чтобы дети хотели выполнять необходимые вычисления и получали от этого удовольствие.

Помощь в этом окажут учителю тетради на печатной основе, содержащие большое количество привлекательных для учащихся заданий, требующих выполнения разнообразных вычислений (см., например, задания 11, 15, 18, 20, 23 и т.д. в тетради № 1, а также многие задания тетради № 2).

Хорошо, если учителю удастся организовать деятельность учащихся, не прибегая к откровенному давлению, а на осно-

ве свободного выбора, а также используя склонность детей переводить учебную деятельность в плоскость игры и соревнования друг с другом и с самим собой.

Если учитель будет привлекать внимание детей к тем, кто в результате систематической работы значительно увеличил темп вычислений, постепенно все ученики втянутся в эту деятельность, начнут сравнивать количество решенных выражений с результатами друзей, одноклассников, переводя тем самым эту деятельность в плоскость игры-соревнования. Очень важно, чтобы дети могли следить за своими успехами, видеть результаты своих усилий. В этом помогут такие задания рабочих тетрадей, при выполнении которых ученики должны следить за затраченным на него временем (задания 3, 21, 29, 42, 50, 74, 92 (тетрадь № 1) и 22, 31, 78, 88 (тетрадь № 2), а также аналогичные задания разделов «Что я знаю, что я умею» в обеих тетрадях). Этому же послужат регулярно проводимые рейтинговые работы, показывающие, сколько за отведенное учителем время ученик правильно выполнил вычислений.

Для совершенствования и отработки вычислительных навыков предназначена также рабочая тетрадь «Волшебные точки. 4 класс» (автор С.Н. Кормишина). Материал тетради дополняет и расширяет возможности учебного пособия и тетрадей по развитию умений рациональных устных и письменных вычислений.

В заключение перечислим по годам обучения приблизительные сроки формирования вычислительных навыков для разных операций.

*Первый класс:*

- завершается третий этап формирования навыка для табличного сложения и вычитания без перехода через десяток;
- табличное сложение и вычитание с переходом через десяток находится в начале второго этапа.

*Второй класс:*

- завершается формирование навыка табличного сложения и вычитания с переходом через десяток;
- завершается формирование навыка сложения и вычитания двузначных чисел;

- формируется навык выполнения табличного умножения и деления.

*Третий класс:*

- формируется навык выполнения сложения и вычитания многозначных чисел;

- формируется навык выполнения умножения и деления многозначного числа на однозначное.

*Четвертый класс:*

- завершается формирование навыка сложения и вычитания любых многозначных чисел;

- полностью формируется навык выполнения умножения и деления многозначного числа на однозначное;

- формируется умение выполнять умножение и деление многозначного числа на многозначное.

## **Элементы алгебры**

Основные направления этого раздела программы в четвертом классе относятся к дальнейшей работе с уравнениями и к определению значений буквенных выражений при заданных значениях букв.

Из этих двух тем главной является работа с уравнениями.

Впервые ученики знакомятся с уравнениями еще во втором классе при изучении действий сложения и вычитания. Включение в программу этой темы продиктовано необходимостью глубокого осознания связи, которая существует между действиями сложения и вычитания, а в дальнейшем между умножением и делением. Эту основную задачу и выполняют уравнения и их решение на основе взаимосвязи между компонентами действий. В силу такой подчиненности изучения уравнений вопросам связи между действиями дети сталкиваются с простейшими уравнениями ( $a + x = b$ ;  $a - x = b$ ;  $x - a = b$ ;  $a \cdot x = b$ ;  $a : x = b$ ;  $x : a = b$ ).

Однако уже начиная с третьего класса появляются задания, основной целью которых является введение детей в другие аспекты работы с уравнениями: это задания, где на материале уравнений прослеживаются вопросы, связанные с зависимостью результата действия от изменения одного из компонентов.

Найти корни уравнений в этих заданиях для проверки сделанных выводов дети могут по-разному: и способом подбора, и опираясь на законы сложения и свойства вычитания, и на основе установления закономерности между компонентами и результатом действий. Сюда же относятся задания, начинающие линию знакомства с тождественными преобразованиями уравнений.

В 4 классе основной целью работы с уравнениями остается формирование представления об общем алгоритме выполнения многих видов заданий по математике – поэтапное упрощение исходного задания, вплоть до получения простейшего вида, который и дает ответ на проблему, с которой дети постоянно сталкиваются в неявном виде и при нахождении значения любого сложного выражения, и при решении каждой составной задачи. Выявить этот алгоритм в перечисленных случаях затруднительно, т.к. это требует существенной затраты дополнительного времени. Решение же уравнений предполагает запись каждого шага, связанного с тем или иным его тождественным преобразованием.

Для достижения поставленной цели необходимо последовательно рассматривать все более усложняющиеся уравнения и проследивать путь их решения через последовательное преобразование во все более простые.

подавляющее большинство заданий, посвященных этому вопросу, построены по следующему плану: предлагается уравнение, способ решения которого ученикам уже известен, и другие уравнения, в которых есть то или иное усложнение по сравнению со знакомым. Основная проблема, которую нужно решить, – установить, в чем заключаются усложнения, и найти путь преобразования, который позволит из более сложных уравнений получить такие же уравнения, только более простые. Этому посвящены задания 83, 99, 109, 112, 157, 192 и т.д.

Для закрепления полученных знаний и более свободного их использования в практической деятельности предлагаются задания, в которых нужно осуществить обратную операцию – преобразовать данное уравнение в тождественное ему более сложное (например, задания 18, 94, 99, 112 и т.д.).

В четвертом классе происходит также знакомство с новым способом решения уравнений – с использованием ос-

новых свойств равенств. Сначала этот новый способ применяется к уравнениям, которые можно решить и при помощи старых знаний (при этом часто дети считают новый способ менее удобным, требующим большего количества записей, т.к. нужна подробная запись, показывающая использование свойств равенств). Например, решение уравнения  $24x + 96 = 288$  (задание 193) на основе взаимосвязи между компонентами действий выглядит так:

$$24x = 288 - 96$$

$$24x = 192$$

$$x = 192 : 24$$

$$x = 8,$$

а при использовании свойств равенств так:

$$24x + 96 - 96 = 288 - 96$$

$$24x = 192$$

$$24x : 24 = 192 : 24$$

$$x = 8.$$

Но главная цель - познакомить учащихся с уравнениями, которые невозможно решить на основе взаимосвязи между компонентами действий. В первую очередь, это уравнения, где неизвестное число находится в обеих его частях. Знакомство с подобными уравнениями начинается в задании 330.

Решение таких уравнений включено в задания 336, 343, 367 и т.д., причем уравнения становятся все более сложными по своей структуре, требуют большего количества преобразований для нахождения их корней.

Если учитель посчитает, что заданий, связанных с этим материалом, в учебном пособии и тетрадях недостаточно, то их количество он сможет легко увеличить за счет усложнения любого уравнения.

Приведем один из возможных вариантов постепенного усложнения одного и того же уравнения:

$$y + 7 = 13; y + (5 + 2) = 13; y + 7 = 22 - 9; 3y - 2y + 7 = 13; 5(y + 1) - 4y + 2 = 13; 9y + 7 - 8y = 13; 9y + 7 = 13 + 8y \text{ и т.д.}$$

Естественно, могут быть использованы уравнения, в которых объединены 2-3 линии усложнения (например,  $y + (5 + 2) = 22 - 9$ ).

Предлагая ученикам задания, связанные с уравнениями, особенно добавляя свои задания, необходимо иметь в виду, что основная задача этой работы – не формирование навыка решения уравнений, а осознание общего пути преобразования от сложного к более простому.

Помимо этого основного направления работы с уравнениями в четвертом классе уделено внимание еще нескольким важным вопросам, связанным с ними. Это:

- проверка найденных корней уравнения;
- знакомство с уравнениями, имеющими не один корень и не имеющими корней.

Хотя ученики сталкивались с проверкой корней уравнений начиная с первого класса, основная работа в этом направлении приходится на четвертый год обучения.

В результате выполнения таких заданий, как 319, 324, 330 и т.д., ученики осознают основной механизм выполнения проверки: подставить в каждую часть уравнения вместо неизвестного найденное число, выполнить вычисления отдельно в каждой части, сравнить получившиеся результаты. Если они равны, корень найден верно, если неравны – неверно.

Особенно четко такое проведение проверки видно в уравнениях, в которых неизвестное число есть и в левой, и в правой частях. Если же неизвестное есть только в одной части уравнения, а в другой стоит одно число, ученики очень часто допускают существенную ошибку, записывая каждый раз не одну часть уравнения, а все равенство.

Приведем правильный и неправильный варианты оформления записей проверки для уравнения

$5 \cdot (8y - 1) - 7 \cdot (4y + 1) + 8 + (y - 4) = 96$ ,  
если найденный корень равен числу 9.

Верная проверка:

$$\begin{aligned} & 5 \cdot (8 \cdot 9 - 1) - 7 \cdot (4 \cdot 9 + 1) + 8 + (9 - 4) = \\ & = 5 \cdot (72 - 1) - 7 \cdot (36 + 1) + 8 + 5 = \\ & = 5 \cdot 71 - 7 \cdot 37 + 13 = \\ & = 355 - 259 + 13 = \\ & = 96 + 13 = 109. \end{aligned}$$

Так как  $109 \neq 96$ , число 9 не является корнем уравнения.

Неверная проверка:

$$5 \cdot (8 \cdot 9 - 1) - 7 \cdot (4 \cdot 9 + 1) + 8 + (9 - 4) = 96$$

$$5 \cdot (72 - 1) - 7 \cdot (36 + 1) + 8 + 5 = 96$$

$$5 \cdot 71 - 7 \cdot 37 + 13 = 96$$

$$355 - 259 + 13 = 96$$

$$96 + 13 = 96$$

В результате получилась нелепость, ведь левая часть равенства не равна правой. При условии, что число 9 не является корнем уравнения, такой результат заметен. Если же проверяется верно найденный корень, нелепость повторения знака равенства в каждой строке остается незамеченной, но толкает учеников на формальное проведение проверки, ведь они заранее утверждают, что получится верное равенство.

Рассмотрение уравнений, имеющих более одного корня и не имеющих корней, начинается в задании 376. Эти уравнения дети не могут решить выполнением действий, а только через построение цепочки умозаключений. Например, анализ уравнения  $4k + 9 = 4k - 9$  приводит к осознанию того, что невозможно найти такое число, которое превращало бы его в верное равенство, т.е. к невозможности его решить, в уравнении же  $y(2 - y) = 0$  корнями будут числа 0 и 2, а в уравнении  $x + 7 = 7 + x$  корнем может быть любое число. Этот новый взгляд на решение уравнений приводит в задании 376 к уточнению определения решения уравнения. Если во втором классе решение уравнения трактовалось как поиск числа, которое превращает уравнение в верное равенство, то теперь речь идет уже о нахождении всех таких чисел или установлении факта их отсутствия.

Подобные задания способствуют расширению понятий учащихся об уравнениях, но к основной задаче работы с уравнениями не имеют отношения и должны рассматриваться как разновидность логических заданий.

Работа с уравнениями в рабочих тетрадях в разном виде затрагивается в заданиях: 6, 35, 56, 100 (тетрадь № 1); 11, 34, 52, 65, 81 (тетрадь № 2).

С определением значения буквенного выражения при заданном значении букв ученики встречались и раньше, рассматривая выражения, в которые входила одна переменная.

В четвертом классе эта линия работы продолжается на более сложных случаях таких выражений. Их усложнение включает, во-первых, увеличение количества действий в выражении и, во-вторых, увеличение количества входящих в выражение переменных. Этому вопросу посвящены задания 404, 433, 437, 443 и др.; в рабочей тетради № 2 задания 95 и 99.

Напомним, что в 3 классе ученики много внимания уделяли работе с неравенствами. В 4 классе эта работа продолжается. Чтобы эти знания находились в активном состоянии, этим вопросам большое внимание уделено в рабочей тетради № 1 (задания 2, 5, 25, 31, 38, 52, 64, 79, 89).

## ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

В 4 классе продолжают все те линии работы с задачами, которые были начаты во втором и третьем классах. Это и анализ текста для установления его принадлежности к задачам, и дополнение текста до задачи, и различные преобразования задач (изменение одной из частей задачи, замена усложненной формулировки задачи более простой, преобразование задач с недостающими и избыточными данными, а также задач с неопределенным условием и т.д.), разнообразная работа с обратными задачами.

Одной из ведущих в четвертом классе продолжает оставаться работа с обратными задачами. Основные вопросы, которые встают перед учениками при работе с обратными задачами, такие:

- являются ли сравниваемые задачи обратными;
- самостоятельное составление задачи, обратной данной;
- определение общего количества задач, обратных данной, и их составление.

Особое внимание уделяется рассмотрению случаев, когда предлагаемая задача отвечает некоторым признакам обратной задачи (сохраняет общность сюжета и некоторых данных), но не является ею. Различные варианты таких ситуаций представлены, например, в заданиях 108 и 163, в которых предлагаются для сравнения и установления их принадлежности или непринадлежности к обратным следующие задачи:



*В ящики и корзины разложили 912 кг слив. 84 кг разложили в 6 корзин, а остальные – в ящики. В ящик помещается на 5 кг слив меньше, чем в корзину. Сколько понадобится ящиков?*

*В ящики и корзины разложили 912 кг слив. Корзин было 6, и в каждую помещалось 14 кг слив. Сколько слив разложили в ящики?*

*В 6 корзин разложили поровну 84 кг слив, а остальные сливы разложили в ящики, которых было на 86 больше, чем корзин. Сколько всего слив разложили в корзины и ящики, если в ящик помещается на 5 кг слив меньше, чем в корзину?*

Хотя все они связаны общим сюжетом, ни одна из них не является обратной к другой. Чтобы это установить, ученики должны хорошо представлять себе, как получается обратная задача. В этом случае искомое должно стать данным, а одно из данных исходной задачи – искомым.

Сравнивая представленные выше задачи, легко установить, что ни одна из них этому требованию не удовлетворяет, а следовательно, и не является обратной.

Сопоставление решений этих задач подтверждает этот вывод с другой стороны: решение обратных задач состоит из одинакового количества шагов (действий). Данные же задачи этому условию тоже не отвечают, т.к. решение первой из них требует четырех действий, вторая – двух, а третья – пяти.

Выполнение таких заданий создает условия, при которых ученики значительно более осознанно, а следовательно, успешно справляются с созданием обратных задач.

Еще одной важной проблемой, часто связанной с обратными задачами, является выбор таких, которые дети могут решить, обладая тем запасом знаний, который накоплен ими к каждому данному моменту. Такие задания позволяют учащимся ориентироваться в своих знаниях, оценивать их с точки зрения их достаточности для решения стоящих перед ними проблем, осознавать необходимость получения новых знаний. Так, например, выделение задач, для решения которых требуется выполнить деление на многозначное число до начала изучения этой темы, готовит школьников к тому, что

эти знания необходимо получить, и для них изучение этой темы становится заранее ожидаемым движением вперед.

Работа с обратными задачами отражена в заданиях 74, 86, 108, 163, 202, 297, 361, 417, 424.

Однако основными линиями работы с задачами в 4 классе становятся классификация задач по сходству их математического содержания и исследование путей преобразования текста задачи, приводящего к упрощению или усложнению ее решения (в данном случае под уровнем трудности мы подразумеваем количество шагов (операций), которое нужно выполнить, чтобы получить ответ на вопрос задачи).

В силу этого сравнение задач, которое продолжает оставаться одним из важнейших приемов работы с ними, приобретает принципиально иной характер.

Если во 2-3 классах в основном сравнивались задачи, близкие по сюжету, но противоположные по математическому смыслу (например, обратные задачи), то теперь, с одной стороны, сравниваются задачи, идентичные по математическому смыслу, но совершенно различные по сюжету, а с другой стороны, близкие и по математическому содержанию, и по сюжету, но различные по уровню трудности.

Например, сравнение задач с разным сюжетом, но единым математическим смыслом:

1) *Автомобиль выехал из поселка со скоростью 62 км/ч и через 4 часа прибыл в город. Какой путь проделал автомобиль?*

2) *В палатку привезли 20 ящичков с печеньем. В каждом ящичке было 12 кг печенья. Сколько килограммов печенья привезли в палатку?*

3) *В минуту кран наливает в ванну 15 л воды. Сколько воды будет в ванне через 8 минут?*

4) *Килограмм картофеля стоит 75 рублей. Хозяйка купила 10 кг картофеля. Сколько стоила покупка?*

5) *Рабочий обрабатывает в час 7 деталей. Сколько деталей он обрабатывает за рабочий день, продолжительность которого 8 часов?*

Сравнение решений всех этих задач показывает их полное совпадение. Меняются только сюжеты и числа, математическое содержание одинаково – прямо пропорциональная зависимость.

Сообщать детям этот термин не следует, так как он не может быть полноценно объяснен, но осознать сходство задач и практически выделить задачу, которая совпадает по решению с данными, они должны постепенно научиться.

Этому будут способствовать разнообразные задания, например, такие: из нескольких задач нужно выбрать те, которые решаются так же, как данная; преобразование задачи, приведение к виду, когда она будет решаться так же, как исходная задача, и другие задания.

Сравнение задач с близким сюжетом и математическим содержанием, но разным уровнем трудности:

1) *Машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. С какой скоростью она двигалась?*

2) *Машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. Какой путь она пройдет за 16 часов, если ее скорость не изменится?*

3) *В первый день машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. Во второй день она была в пути 7 часов и двигалась с той же скоростью. Какой путь машина проделала за 2 дня?*

4) *Двигаясь с постоянной скоростью, машина прошла 522 км за 9 часов. Во второй день она была в пути 7 часов, а скорость ее увеличилась на 6 км/ч. Какой путь проделала машина за 2 дня?*

5) *Двигаясь с постоянной скоростью, машина в первый день за 9 часов прошла 522 км. Во второй день она была в пути 7 часов. При этом первые 3 часа машина двигалась с прежней скоростью, а в остальное время увеличила ее на 6 км/ч. Какой путь проделала машина за 2 дня?*

Представленные задачи отражают второе направление сравнения задач. Легко заметить, что каждая следующая задача возникает на основе предыдущей в результате внесения в нее дополнительных условий, что и приводит к усложнению решения.

В данном примере задачи расположены в порядке их усложнения. Однако это не единственный используемый в пособии вариант. Задачи могут располагаться и в противоположном порядке – от самой сложной к более простым.

В заданиях же, где дети сами преобразовывают задачи, как правило, используются обе возможности, т.к. предлага-

ется изменить данную задачу как в сторону ее усложнения, так и в сторону упрощения.

При этом необходимо учесть, что каждый ученик не обязан выполнять оба преобразования: очевидно, дети, которые свободно решают задачи, предпочтут заняться усложнением условия, а те, кто испытывает затруднения, остановятся на варианте, приводящем к упрощению исходной задачи. В этом случае каждый достигнет успеха и получит удовлетворение от своей деятельности.

Такой работе с задачами посвящены задания 52, 90, 104, 117, 134, 138, 165, 170, 174, 182, 198 и т.д.

Еще одним важным аспектом работы с задачами в четвертом классе является установление связей между задачами, которые при всем их математическом различии имеют и черты сходства, заключающиеся не только в сходстве сюжета. Рассмотрим, например, такие задачи:

1) *Автомобиль выехал из поселка со скоростью 62 км/ч и через 4 часа прибыл в город. Какой путь проделал автомобиль?*

2) *Из города и поселка одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного из них 59 км/ч, а другого 63 км/ч. Через 3 часа они встретились. Чему равно расстояние между городом и поселком?*

3) *Из поселка в город одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного из них 59 км/ч, а другого 63 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут автомобили через 5 часов движения?*

При внешнем сходстве этих задач (количество которых может быть и увеличено) их решения значительно отличаются друг от друга.

Установление сходства и различия в решении задач, выявление тех моментов в условии, от которых они зависят, также помогут детям в классификации задач.

Еще один инструмент, способствующий достижению учащимися этой цели, – знакомство с алгебраическим способом решения задач, в котором более четко выступают признаки классификации.

Знакомя учеников с решением задач при помощи составления уравнения, необходимо помнить, что многие из них будут предпочитать знакомый арифметический способ реше-

ния. Это совершенно естественно, ведь происходит только знакомство с новым способом решения. Показать детям его привлекательность, преимущество, рациональность, а не навязывать насильно – вот задача учителя.

Учащиеся лучше оценят новый способ, если его использование облегчит решение задач. Следовательно, начинать следует с решения таких задач, которые отвечают этому условию.

Вот некоторые из них:

1) *В двух корзинах разного размера 96 кг яблок. В одной корзине яблок в 3 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов яблок в каждой корзине?*

2) *В одной пачке в 5 раз меньше тетрадей, чем в другой. Сколько тетрадей в каждой пачке, если в большей пачке на 20 тетрадей больше?*

3) *У девочки живут голуби и кролики. Всего у этих животных 26 голов и 60 ног. Сколько у девочки голубей и сколько кроликов?*

Сравнивая арифметический и алгебраический способы решения этих задач, дети быстрее оценят преимущества второго из них и включают этот способ в активный запас своих знаний и умений, начнут использовать его в своей учебной работе.

Еще один эффективный путь привлечения внимания учеников к алгебраическому способу решения задач – работа с такими задачами, арифметический способ решения которых настолько труден, что ученики начальной школы почти наверняка его не найдут, а алгебраически такая задача решается достаточно легко. Увлечаться большим количеством таких заданий не следует, т.к. они занимают много времени, да и первое яркое впечатление стирается, но 1–2 раза такую работу проделать очень полезно.

Наиболее ярко такая работа может быть построена с заданием 497.

Приведем текст задачи и ее алгебраические решения.

*От пристани Марьино к пристани Алешино отправился теплоход со скоростью 24 км/ч, а за 9 часов до него в этом же направлении вышел буксир со скоростью 8 км/ч, который прибыл в Алешино на 15 часов позже теплохода. Найдите расстояние между пристанями.*

Арифметическое решение задачи ученикам четвертого класса практически недоступно, а вот алгебраически ее решить достаточно просто, причем несколькими способами, которые обладают еще одним существенным достоинством: чем больше будет приложено умственных усилий на обдумывание ситуации, тем проще получится уравнение.

Наиболее очевидный путь начала решения – взять за неизвестное число то, что нужно узнать в задаче, – расстояние между пристанями. Представим все рассуждения в виде таблицы:

	Путь (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
<b>Теплоход</b>	$x$	24	$x : 24$
<b>Буксир</b>	$x$	8	$x : 8$

Так как разница во времени движения теплохода и буксира равна  $9 + 15 = 24$  (ч), получаем уравнение:

$$x : 8 - x : 24 = 9 + 15.$$

Такое уравнение учащиеся едва ли решат самостоятельно, очевидно, учителю придется оказать им активную помощь, что не является лучшим вариантом.

Поэтому желательно поискать другой вариант решения, используя в качестве неизвестного другую величину. Так как скорости и теплохода, и буксира известны, то ею, очевидно, будет время движения одного из них.

	Путь (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
<b>Теплоход</b>	$y$	24	$24 \cdot y$
<b>Буксир</b>	$y + 9 + 15$	8	$8 \cdot (y + 9 + 15)$

Так как теплоход и буксир прошли одинаковый путь, получаем уравнение  $24 \cdot y = 8 \cdot (y + 9 + 15)$ , которое ученики к этому времени уже могут решить.

Тщательно проанализировав задачу, можно получить и еще более простое уравнение:  $3c - c = 9 + 15$ , которое основано на том, что если при одном и том же пути скорость буксира в 3 раза меньше скорости теплохода, то время, затраченное на путь буксиром, в 3 раза больше времени теплохода.

Различные аспекты, связанные с алгебраическим способом решения задач, рассматриваются в заданиях 228, 232, 236, 241 и т.д.

Заботясь о том, чтобы ученики по достоинству оценили новый способ решения задач, не следует забывать и о том, что существуют задачи, для которых предпочтительным является арифметический способ решения. Поэтому важно в каждом задании, где предлагается решить задачу и алгебраически, и арифметически, а затем выбрать наилучший для данной задачи способ, не жалеть времени на эту работу, постепенно вырабатывая у учеников математическую зоркость, которая в дальнейшем позволит им сразу оценивать задачи с точки зрения выбора способа их решения.

Различная работа с задачами предусматривается и в рабочих тетрадях: задания 16, 26, 34 и др. (тетрадь № 1); 6, 18, 29, 37 (тетрадь № 2).

Так же, как и в предыдущие годы обучения, ученикам предлагается большое количество логических задач. Это задания 11, 26, 28, 68, 81, 82, 95, 115, 121, 130, 172, 226, 240, 249, 274, 279, 293, 308, 329, 355, 366, 488. Как и раньше, мы не стремимся связать учеников какими-либо отработанными способами решения таких задач, считая, что свободное изложение рассуждений, которые привели к ответу на вопрос, гораздо полезнее для развития детей и сохраняет их интерес к такого рода задачам.

В тетради тоже включены логические задачи: например, 5, 25, 28, 48, 52, 84 (тетрадь № 1); 11, 17, 43, 52 (тетрадь № 2), из которых особого внимания заслуживают подчеркнутые, представляющие для учеников совершенно новое направление – алгоритмические задачи.

## **ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ**

Так же, как и в предыдущие годы обучения, геометрический материал пронизывает курс 4 класса, выполняя как задачу расширения геометрических представлений учащихся, так и задачу углубления математических понятий, полученных не на геометрическом материале.

При этом можно выделить два основных направления:

- расширение и углубление тех понятий и представлений, с которыми ученики познакомились раньше;
- изучение совершенно нового материала.

К первому направлению относятся такие вопросы:

- площадь геометрических фигур;
- различные способы изображения пространственных фигур на плоскости;
- координатный луч;

В каждом из перечисленных вопросов присутствуют задания или отдельные пункты заданий, возвращающие учеников к полученным ранее представлениям и знаниям, и такие, где происходит дальнейшее развитие, расширение знаний.

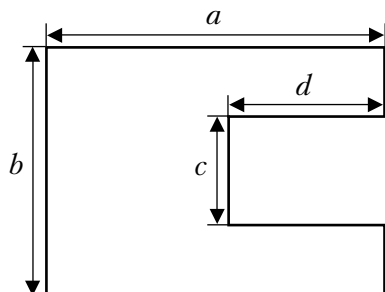
Рассмотрим построение работы с каждым из перечисленных вопросов.

Работе с площадью фигур уделяется в четвертом классе достаточно большое внимание. Если в 3 классе дети познакомились с понятием площади, нахождением площади произвольных плоскостных фигур при помощи палетки и площади прямоугольника умножением его длины на ширину, а также находили площади фигур, которые можно было разбить на прямоугольники, то в 4 классе они узнают, как находится площадь треугольника (сначала прямоугольного, а затем и произвольного), и осваивают способ определения площади произвольного многоугольника разбиением его на прямоугольники и треугольники или любым другим способом, позволяющим использовать имеющиеся у школьников знания (например, достраивание произвольного многоугольника до прямоугольника).

Важным аспектом этой работы является поиск рационального способа определения площади произвольного многоугольника, который, как правило, должен обладать двумя показателями:

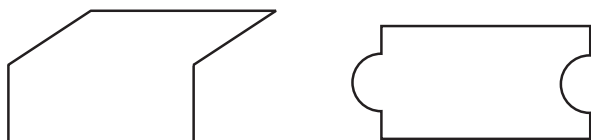
- наименьшим количеством фигур, площадь которых нужно найти, чтобы узнать требуемую площадь многоугольника;
- наименьшим количеством дополнительных измерений, если в задании указаны некоторые величины, необходимые для вычисления площади.





Так, определить площадь восьмиугольника, изображенного на чертеже, можно несколькими способами. Однако рациональным будет способ, приводящий к выражению:  $a \cdot b - c \cdot d$ , так как при этом достаточно найти площадь только двух прямоугольников, не требуется никаких дополнительных измерений, а используются только данные числа.

Особый интерес представляют случаи, когда площадь сложной фигуры можно найти, используя нестандартный подход, приводящий к простому решению. Примером может служить определение площади фигур, данных на чертеже:



Как видно из чертежа, выступ каждой из двух фигур соответствует такой же выемке фигуры. Значит, мысленно отрезав выступ и заполнив им выемку, мы получим прямоугольник, площадь которого легко найти.

Этот способ позволяет найти площадь таких фигур, которые вообще не могут быть разбиты на прямоугольники и треугольники.

Новым вопросом в знакомстве с площадью и ее измерением является нахождение площади треугольника. Можно порекомендовать такой подход к изучению этого материала. Каждому ученику учитель дает два равных прямоугольных треугольника (лучше, чтобы у разных детей были разные треугольники). Дети сравнивают свои треугольники, устанавливают, что они прямоугольные и равны между собой.

Затем обсуждается вопрос, имеют ли треугольники площадь. А затем ставится проблема: *Как узнать площадь треугольника?*

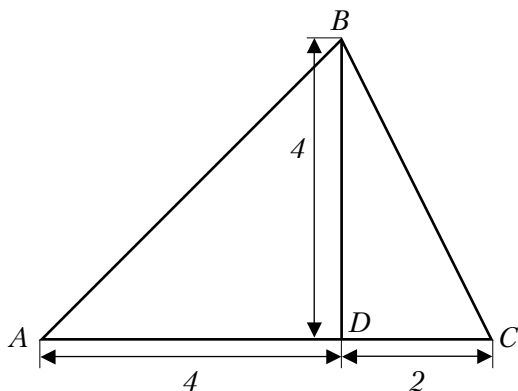
Поиск должен привести к такому решению: из двух треугольников можно сложить прямоугольник, площадь которого дети умеют находить. Так как треугольники равны, то площадь каждого из них равна половине площади прямоугольника. Значит, ее нужно разделить на 2, и получим площадь треугольника.

Следует иметь в виду, что ученики четвертого класса вполне могут найти такое решение самостоятельно, поэтому ни в коем случае не следует брать инициативу в свои руки. Если на данном уроке дети не нашли решения, лучше отложить завершение работы, дав время для обдумывания.

Введение понятия диагонали прямоугольника помогает осознать, что найденный способ основан на одном из свойств этой знакомой фигуры – равенстве треугольников, на которые делит прямоугольник его диагональ.

Затем школьники переходят к поиску пути нахождения площади произвольного треугольника.

И в этом случае необходимо добиваться самостоятельного решения проблемы учениками. Так, анализ чертежа, сделанного на доске учителем, поможет детям заметить, что треугольник  $ABC$  состоит из двух прямоугольных треугольников, площадь которых они умеют находить.



После такого вывода дети должны определить, какие отрезки для этого нужно измерить, выполнить эти измерения, а затем каждый самостоятельно записывает решение в виде сложного выражения. Последующая проверка должна быть направлена на выявление разных получившихся выражений. Приведем возможные варианты выражений, используя размеры отрезков данного чертежа:

$$2 \cdot 4 : 2 + 4 \cdot 4 : 2 \quad (2 \cdot 4 + 4 \cdot 4) : 2 \quad (2 + 4) \cdot 4 : 2.$$

Каждый вариант требует от детей осмысления и установления хода рассуждения, приведшего к нему их товарища.

Важно учитывать, что учениками могут быть найдены и другие варианты выполнения задания. Использование всех предложенных способов, их сравнение будет очень полезно для осознания проблемы.

Поскольку площадь является одной из важнейших тем элементов геометрии в 4 классе, ей посвящено в учебном пособии достаточно большое число заданий (задания 1, 5, 9, 17, 23, 27, 30, 38, 50, 54, 72, 89, 100, 122, 140, 203, 317, 378, 384, 396, 397, 414, 445, 505).

В тетрадах также есть материал, связанный с этой темой, например, задания 4, 63, 84 (тетрадь № 1) и 28 (тетрадь № 2).

Продолжается также работа с основными пространственными фигурами: шаром, цилиндром, конусом, призмой и пирамидой.

В начале учебного года ученики возвращаются к сравнению этих фигур друг с другом. Каждое такое задание предоставляет возможность сравнения между собой как фигур разных наименований (например, цилиндров и призм, конусов и пирамид, цилиндров и конусов, призм и пирамид) с целью выявления существующих между ними черт сходства и различия, так и фигур одного и того же наименования (например, разных цилиндров – с одинаковыми основаниями, но разной высоты, одинаковой высоты, но с разными основаниями, различающихся и основаниями, и высотами). Основная цель таких заданий – осознание ситуации, когда сравниваемые фигуры становятся все больше похожими друг на друга, и условий их полной одинаковости (задания 13, 48, 76, 113, 169).

Параллельно ученики получают знания о построении изображений объемных тел, постепенно переходя ко все более сложным для понимания случаям (задания 129, 136, 146, 177, 255). Так, в задании 175 рассматривается построение изображения прямоугольного параллелепипеда, где есть взаимно перпендикулярные ребра, служащие опорой для использования правил ее получения.

Достаточно много внимания уделено построению изображений объемных тел в тетрадах (см. задания 60, 95 тетради № 1 и 32, 66, 101 тетради № 2).

Совершенно новым направлением работы с геометрическим материалом является знакомство с изображением трех видов пространственной фигуры – спереди, сбоку и сверху. Этот материал дает богатые возможности для развития пространственного воображения, что и является главной причиной включения этого вопроса в программу четвертого класса.

Начинать работу в этом направлении лучше всего с рассмотрения пространственного тела с трех названных выше позиций и словесного описания того, что при этом видно. Целесообразно на этом этапе организовать работу по группам, чтобы каждая группа рассматривала свой объект. В процессе работы учитель должен помогать ученикам, направлять их, чтобы действительно был виден именно тот вид, который рассматривается. Для этого объекты должны быть достаточно большими, а позиции, с которых они рассматриваются, точно соответствовали названиям получаемого вида. Такую работу желательно провести в классе 2–3 раза, меняя объекты в группах, после чего можно перейти к заданиям 216 и 222, в которых дети впервые столкнутся с изображением на чертеже видов пространственной фигуры и должны будут по трем видам определить, какую фигуру рассматривали (задание 216).

В задании 222 учащимся предстоит по трем видам одной коробки определить, как она была расположена у разных детей.

Продолжение работы с тремя видами фигур предполагается в заданиях 229 и 422.

Использование полученных в процессе этой работы представлений позволит ученикам успешно выполнить зада-

ния более высокого уровня сложности, которые даны в тетрадах (задания 1, 4, 45, 66, 101 тетради № 2).

В третьем классе ученики познакомились с геометрической моделью множества неотрицательных чисел – числовым (координатным) лучом, научились находить на нем точки с заданными координатами (целыми и дробными), выполнять обратную к ней операцию – определять координаты заданных на луче точек, а также много работали над вопросом рационального выбора единичного отрезка в зависимости от того вопроса, который нужно решить в каждом конкретном случае.

В начале четвертого класса продолжается работа в этих направлениях (задания 22, 31, 88 и др.).

Однако уже в задании 46 перед учениками возникает совершенно новая проблема – восстановление начала координатного луча и единичного отрезка по заданным координатам отмеченных на нем точек. Работа в этом направлении продолжается в заданиях 78, 101, 199, 230, а также в заданиях 64, 71 тетради № 1 и 50, 52 тетради № 2.

В связи со знакомством с положительными и отрицательными числами возникает проблема создания геометрической модели нового множества чисел, и в задании 427 ученики узнают о такой модели – координатной прямой.

Работа с ней продолжается в заданиях 431, 435 учебного пособия и 63, 72, 77, 85 тетради № 2.

В заключение необходимо напомнить, что в соответствии с рекомендациями, изложенными в предыдущих пособиях, в изучении геометрического материала, особенно относящегося к площади и объему, желательно не ограничиваться заданиями пособия и тетрадей, а активно использовать раздаточный материал в виде реальных объемных и плоских фигур (это могут быть модели объемных тел, чертежи и т.д.), с которыми ученики работают индивидуально или небольшими группами (2–4 человека). В этом случае деятельность детей приобретает характер лабораторной работы, которая всегда привлекает учеников.

Второе направление – изучение новых для детей вопросов геометрии – представлено такими темами:

- координатная прямая;
- объем пространственных тел.

Поскольку изучение первой темы связано со знакомством с положительными и отрицательными числами, о них уже сказано выше.

Что касается последней темы, то о ней более логично говорить в следующем разделе.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ**

В четвертом классе продолжается разнообразная работа по сбору, анализу и представлению информации. В ходе изучения материала производятся измерения величин, ведутся наблюдения за состоянием погоды и температурой воздуха (задания 191, 305, 423 и др.). Собранные данные фиксируются в таблицах, диаграммах (задания 249, 305 и др.). Проводится анализ информации, которая предлагается в учебном пособии или собрана самими учащимися.

Как и в предыдущих классах, разнообразны формы представления информации: текст, чертеж, схема, таблица, диаграмма. Чтение, заполнение, составление и интерпретация таблиц предусмотрена в заданиях 10, 44, 153, 313, 357, 365, 381, 407. Продолжается работа со столбчатой (задания 45, 153, 184, 263, 313, 365, 400, 480), линейной (задания 64, 166, 331, 408) и круговой (задания 102, 305, 423) диаграммами, которые не только читаются, но в простейших случаях и строятся. В ходе изучения курса математики в 4 классе продолжается знакомство с алгоритмами выполнения арифметических действий (в заданиях 256 и 259 – деление многозначных чисел).

Серьезное внимание уделяется схематизации рассматриваемых процессов. В заданиях 35, 42, 49, 90, 241, 351 предусмотрено выполнение схематического чертежа, отражающего ситуацию в задачах на движение. В заданиях 433, 458, 474, 478 и др. в схематическом виде представлены изменения компонентов действий. Детям предстоит проанализировать информацию, заключенную в схеме, и сделать свои выводы об изменении результата.

# Примерное тематическое планирование учебного материала

---

В учебном плане на занятия по курсу математики отведено 136 часов в учебном году, по 4 часа в неделю.

## I ПОЛУГОДИЕ

### Примерное распределение часов по темам

Площади фигур	14 часов
Умножение многозначных чисел	21 час
Округление чисел.	
Точные и приближенные числа	13 часов
Деление на многозначное число	19 часов
	<hr/>
	67 часов

## II ПОЛУГОДИЕ

### Примерное распределение часов по темам

Объем и его измерение	17 часов
Действия с величинами	15 часов
Положительные и отрицательные числа	11 часов
Числа класса миллионов	16 часов
Резерв	10 часов
	<hr/>
	69 часов

## Пояснения и ответы к заданиям рабочих тетрадей\*

---

### Тетрадь № 1

**Задание 1.** Задание имеет два решения: по точке в противоположных углах прямоугольника (по одному стулу у каждой стены); две точки внутри прямоугольника (0 стульев у каждой стены).

Задание способствует развитию пространственного мышления, умения находить разные способы решения учебной задачи.

**Задание 2.** Сюжет: кошка с собакой. Есть три лишние точки: 500, 599, 1996. У концов коричневой линии числа 1997 и 25401.

Задание направлено на формирование умения проводить сериацию, принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль, а также такого предметного умения, как определение количества разрядных единиц в многозначном числе.

**Задание 3.** Задание направлено на формирование регулятивного действия контроля.

**Задание 4.** Зашифровано слово ПЛОЩАДЬ.

Практико-ориентированное задание. Направлено на формирование умения находить площади прямоугольников на основе проведенных измерений.

**Задание 5.** Чтобы обязательно попало натуральное число, потребуется достать 5 карточек, дробь – 6 карточек, число, большее единицы, – 4, меньше единицы – 6, больше 18 – 6, решение  $0 < x < 1$  – все 7 карточек. Возможные по уровню знаний выражения:  $570 + 0$ ;  $0 + 570$ ;  $570 \cdot 0$ ;  $0 \cdot 570$ ;  $0 : 570$ ;  $570 - 0$ .

---

\* Раздел написан Е.П. Бененсон.



Задание направлено на формирование вариативности мышления, регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, проводить контроль, предметных умений распознавать понятия «натуральное число», «дробь», устанавливать родовидовые отношения, отношения соподчинения между понятиями.

**Задание 6.** При выполнении задания предполагается не только решение уравнений, но и проведение анализа материала. У учащихся формируются умения принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять пошаговый контроль по результату (*регулятивные УУД*).

**Задание 7.** Формируется умение ориентироваться на клетчатой бумаге (пространственное мышление).

**Задание 8.** В общих звеньях цифры 7 и 3. Задание имеет два решения: при одном в левую цепочку записывается значение первого частного, в правую – второго; при втором – наоборот.

**Задание 9.** Возможные решения:

$$93 + 98 = 191, \quad 94 + 97 = 191, \quad 95 + 96 = 191.$$

Здесь цифрами десятков слагаемых могут быть только цифры 9, а цифры единиц в сумме должны составлять 11 (цифра сотен в сумме может быть только 1, она совпадает с цифрой единиц). Однако, поскольку цифры единиц и цифры десятков в каждом слагаемом различаются, цифрой единиц 9 быть не может. Поэтому исключается случай, когда цифры единиц в слагаемых равны 9 и 2.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливать причинно-следственные отношения.

**Задание 11.** На пересечении строк и столбцов таблицы должны стоять значения сумм. Порядок заполнения таблицы: найти верхнее слагаемое, затем слагаемые слева, а затем значения сумм (дети могут использовать и другой порядок).

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию, устанавливать существенные отношения (находить закономерности).

**Задание 12.** В цепочки можно вписать значения выражений  $a$  и  $b$  (в общих звеньях цифры 8 и 7), а также  $b$  и  $v$  (в общих звеньях 5 и 1).

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу.

**Задание 13.** Одна точка ставится в вершине прямоугольника, две остальные по одной на двух сторонах, не образующих этот угол. Получится по одному стулу у каждой стены.

Задание направлено на формирование пространственного мышления, вариативности мышления.

**Задание 14.** Формируется умение ориентироваться на клетчатой бумаге (пространственное мышление).

**Задание 15.** Сюжет: белочка.

**Задание 16.** Ближе была лодка, т.к. расстояние, которое она проплывет до встречи, меньше, чем у катера. Задание направлено на формирование умения проводить сериацию, строить цепочки суждений.

**Задание 17.** Заметят ли дети, что наименьшее возможное количество единиц первого класса 0, а второго – 1, и как они это объяснят. Совершенствуются умения записывать многозначные числа.

**Задание 20.** Задуманное Железным Дровосеком число должно быть наибольшим шестизначным, делящимся на 5, и это число 999 995. Выполнив все указанные действия в цепочке Железного Дровосека, получаем общий результат. Остается выполнить действия, обратные указанным, в цепочках Элли и Страшилы. Элли задумала число 900 000, Страшила – 480 000. На 5 или 6 делятся все задуманные числа, а на 5 и 6 – числа Элли и Страшилы.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливать причинно-следственные отношения.

**Задание 22.** Закономерность: числа в ряду – делимые, делители уменьшаются на 1, значения частных – на 10 000. Пропуски по порядку: 420 000, 300 000, 120 000, 20 000.

Выполнение задания способствует развитию умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

**Задание 23.** На пересечении строк и столбцов таблицы должны стоять значения разностей.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию, устанавливать существенные отношения (находить закономерности).

**Задание 24.** Очевидные решения: наименьшее число сторон многоугольника, остальных по 2; число действий первой ступени, остальные связаны с геометрическими фигурами.

Задание направлено на формирование умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

**Задание 25.** Могли быть задуманы числа 9 998, 9 999, 10 000, 10 001 или 99 998, 99 999, 100 000, 100 001.

Решение двойного неравенства показывает, что числа Портоса и Арамиса не должны быть больше 4 000 и меньше 100 000. Значит, первый найденный отрезок натурального ряда не годится, т.к. в нем все числа меньше 100 000 и больше 4 000.

Так как числа Атоса и Арамиса не делятся на 2 и число Арамиса больше или равно 100 000, он задумал число 100 001. Тогда Атос задумал 99 999. Число Портоса не может быть меньше 100 000, значит, он задумал 100 000, а Д'Артаньян последнее оставшееся число 99 998.

При выполнении следующей части задания важно установить, кто из детей как действует – выполняет деление каждого числа на все натуральные решения двойного неравенства или использует рассуждения. Для тех, кто выполняет деление, важно установить, понимают ли они, что достаточно дойти до первого делителя, на которое делится данное число. Например, 99 998 достаточно разделить на 2, и это сразу говорит, что у него есть делитель среди решений двойного неравенства.

Рассуждения же сводят к минимуму выполнение деления, т.к. сразу исключают четные числа, практически исключают число 99 999, ведь каждый разряд делится на 3. Остается число 100 001, которое не делится на 2, 4, 6, 8 как нечетное, и на 5, т.к. заканчивается неподходящей цифрой. Остались делители 3, 7, 9, из которых достаточно опробовать первые два. Выполнение деления на них показывает, что это число не делится ни на одно из решений двойного неравенства и раскрасить нужно Арамиса.

**Задание 26.** Ближе к дубу все время была Света, т.к. ее скорость меньше скорости Коли.

На одном расстоянии от дуба дети окажутся дважды: в момент встречи; через 24 минуты после встречи, т.к. Коля к этому времени уже будет дома, а Света и дом в это время будут на одинаковом расстоянии от дуба.

Задание направлено на формирование гибкости мышления, умения строить цепочки рассуждений.

**Задание 27.** Сочетательное свойство умножения. Слово ПРАВИЛЬНО.

**Задание 28.** Задание имеет два решения: в 5 ч 45 мин самолет передвигается на свободную полку. Поэтому в 5 ч 50 мин сверху вниз – машинка, ракета, самолет, пустая полка. В 5 ч 55 мин положение не меняется. В 6 ч ракета передвигается на свободную полку и в 6 ч 05 мин будет машинка, пустая полка, самолет, ракета. В 6 ч 15 мин самолет передвигается на пустую полку и получается конечное положение, которое сохраняется в 6 ч 20 мин. В 5 ч 45 мин передвигается ракета, в 6 ч – самолет, в 6 ч 15 мин опять передвигается ракета и получается конечное положение.

Задание формирует гибкость мышления, умение строить цепочки суждений.

**Задание 29.** Задание способствует формированию регулятивного действия контроля.

**Задание 30.** Два решения: по одной точке на каждой стороне прямоугольника, но не в углах – получается по одной кукле у каждой стенки; по одной точке в углах прямоугольника – у каждой стенки оказывается по 2 куклы.

Выяснить, понимают ли ученики, что математическая модель не зависит от размещения каких-то конкретных предметов – стульев, кукол или еще чего-нибудь.

**Задание 31.** В точках пересечения оранжевой и желтой линий числа, оканчивающиеся 0, желтая и синяя линии не пересекаются, синяя и оранжевая пересекаются в точках, соответствующих числам, в разряде сотен которых 7, а в разряде единиц 5.

При выполнении задания формируются умения проводить сериацию объектов, принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять пошаговый контроль по результату действий.

**Задание 32.** Вероятнее всего, ученики будут искать решения ребусов подбором, а не рассуждением. После того, как решения будут найдены, нужно обсудить способ их поиска рассуждением.

Для первого ребуса: т.к. количество единиц в разрядах одинаково, перенос в каждый разряд один и тот же и равен  $B$ . Так как  $L \cdot 2 < 18$ , а  $18 + B < 30$ , то  $B$  может быть или 1, или 2.

Если  $B = 2$ , получаем  $L \cdot 2 + 2 = 20 + L$  ( $L \neq 0$ ), но даже при  $L = 9$  будет  $L \cdot 2 + 2 < 21$ . Значит,  $B$  не может быть равно 2.

При  $B = 1$  получаем  $L \cdot 2 + 2 = 10 + L$ . Если  $L = 9$ , получаем  $L \cdot 2 + 1 = 19$ . Ответ:  $99 \cdot 2 + 1 = 199$ .

Аналогичное рассуждение приведет во втором ребусе к отсутствию решений.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливая причинно-следственные отношения.

При столкновении с подобными ребусами в дальнейшем необходимо все больше использовать рассуждения и все меньше способ подбора, оставляя, тем не менее, за детьми право использовать тот способ выполнения, который каждому ближе и понятнее.

**Задание 35.** Так как правые части каждой пары уравнений равны, получаем  $q < p$ ,  $x = y$ ,  $z > v$ .

Желательно установить, есть ли в классе дети, которые догадались, во сколько раз  $p$  больше  $q$ . Если таких учеников нет, подсказывать не следует, но попытаться направить поиск в этом направлении можно.

Задание позволяет устанавливать взаимосвязи между пропорциональными величинами, формирует умение анализировать предложенную учебную ситуацию.

**Задание 36.** Так как последнее действие в цепочке – умножение на 2, Незнайка получил четное число. Наибольшее шестизначное четное число 999 998. Является ли оно ответом на вопрос задания, покажет заполнение цепочки с помощью выполнения обратных действий. Если число не подойдет, нужно пробовать предыдущее по величине четное число 999 996 и т.д.

**Задание 37.** Равнобедренный прямоугольный треугольник или прямоугольный равнобедренный треугольник.

**Задание 38.** Нельзя поставить знаки сравнения в первой и второй записях верхней строки, а также во второй и четвертой записях нижней строки. Проверка самостоятельно выполненного задания должна сопровождаться обоснованием поставленного знака или невозможности его постановки. В первом случае нужно показать, что при всех натуральных числах, отвечающих условию задания, сохраняется поставленный знак, во втором – привести примеры получения разных знаков. Например,  $a \cdot 0 = b \cdot 0$ , т.к. при умножении любого числа на 0 получается 0;  $42b \neq 60$ , т.к. при  $b = 1$  левая часть записи меньше правой, а при любом другом натуральном числе – больше.

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, прогнозировать, обосновывать выдвинутые гипотезы (рассуждать дедуктивно).

**Задание 39.** В общих звеньях 0, 0. При этом в одном решении в левой цепочке вверху 5, в правой – вверху 6, в другом – в левой цепочке вверху 0, в правой вверху 6.

Для заполнения таблицы ученики могут перебрать все возможные варианты получения нужных чисел и выбрать из них то, которое нужно, но значительно рациональнее опираться на рассуждение. Например, нужно найти наибольшее шестизначное число. Оно, очевидно, должно начинаться с цифры, обозначающей наибольшее возможное число единиц старшего разряда. Среди цифр, записанных в цепочке чисел, такой цифрой является 7. Далее выбираем из двух рядом стоящих цифр наибольшую цифру следующего разряда – это 4. Выбор этой цифры подсказывает, в каком направлении нужно прочесть искомое число. Это будет 740 063. Так как число нечетное, оно будет записано в графу «наибольшего нечетного шестизначного числа».

При выборе чисел с меньшим числом знаков можно отбрасывать только идущие подряд первые или последние цифры шестизначных чисел. Так, наибольшее четное пятизначное число получится, если от 740 063 отбросить последнюю цифру.

Задание формирует умение анализировать, подводить объекты под понятие, представлять данные в виде таблицы.

**Задание 41.** Решения первого ребуса:  $V = 0$  и  $V = 1$ .

Второй ребус имеет 8 решений, в которых  $V = 1$ , а  $A$  – любая цифра от 2 до 9.

Третий ребус не имеет решений, т.к. при умножении четырехзначного числа на однозначное не может получиться шестизначное число.

Задание способствует развитию гибкости мышления, умению устанавливать причинно-следственные отношения между объектами.

**Задание 43.** Учитывая, что промежуток между точками 6 и 11 равен 5 единичным отрезкам, достаточно циркулем отложить влево от точки 6 отрезок такой же длины. Возможны и другие способы восстановления единичного отрезка, но этот наиболее рациональный. После того, как ученики самостоятельно выполняют задание, необходимо сравнить использованные ими способы и выбрать наилучший. Если описанного способа учащиеся не нашли, следует побудить их к поиску.

Затем решается логическая задача о взаимном расположении точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Так как  $A$  правее  $B$ , но левее  $C$ , а  $D$  между  $A$  и  $B$ , то наибольшая координата у  $C$ , левее нее  $A$ , затем  $D$  и левее всех  $B$ . Найдя значения выражений, получим  $C(14)$ ,  $A(10)$ ,  $D(5)$ ,  $B(0)$ .

Задание направлено на формирование рациональности мышления, умение анализировать учебную ситуацию.

**Задание 45.** В таблице по строкам сверху вниз:

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| 1) 0 и 7;        | 2) нет варианта; | 3) нет варианта; |
| 4) 7 и 0;        | 5) 7 и 0;        | 6) нет варианта; |
| 7) нет варианта; | 8) 0 и 7.        |                  |

**Задание 48.** Начав поиск наибольшего четного четырехзначного числа, делящегося на 7, ученики, очевидно, попытаются разделить на 7 число 9998 и установят, что получится остаток. Дальше большая часть детей будет делить 9996, но, может быть, кто-то догадается по остатку при первом делении, что это число делится на 7. После выполнения задания этот вопрос необходимо обсудить.

Затем с помощью таблицы решается логическая задача, в результате чего получается, что Буратино загадал число 399 840, а кто задумал какое из остальных чисел, установить нельзя, т.к. слова Базилио не используются.

Для получения ответа на вопрос, кто загадал наименьшее число, можно, например, к ответу Базилио добавить «а у Алисы меньше, чем  $500 \cdot 20$ ». Тогда Алиса загадала 10 036, а Базилио – 9 996 (наименьшее число). Возможны и другие варианты дополнения данных ответов, которые могут предложить ученики. При этом возможны варианты, при которых наименьшее число будет у Алисы.

Задание направлено на формирование умения устанавливать причинно-следственные отношения между рассматриваемыми объектами.

**Задание 49.**  $222 \cdot 100 = 22\,200$  – наименьшее значение;  $999 \cdot 100 = 99\,900$  – наибольшее значение.

**Задание 50.** Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять самоконтроль.

**Задание 51.** Три точки нужно поставить в вершинах прямоугольника, остальные 2 на сторонах, в общем конце которых нет точки. На каждой стороне получилось 2 точки.

Задание развивает пространственное воображение, вариативность мышления.

**Задание 52.** Так как отрезок между точками 8 и 12 равен четырем единичным отрезкам, то если влево от точки 8 отложить его 2 раза, то получится начальная точка луча. От нее вправо отложим отрезок, равный отрезку между точками 12 и 13, получим единичный отрезок.

Задачу на размещение точек на луче нужно решать непосредственно на луче, назвав, например, точку с координатой 8 буквой *P*. Чтобы легко определить координаты точек, желательно ставить буквы не произвольно, а используя единичный отрезок.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию.

**Задание 53.** Обсудить, почему в формулировке задания сказано о натуральных числах.



**Задание 55.** Весы в рамке нарисованы неверно, крокодил тяжелее медвежонка, и его нужно раскрасить.

На чашу с медвежонком нужно поставить гирию 200 г, а с крокодилем – 10 г.

Задание направлено на формирование умения строить цепочку рассуждений.

**Задание 56.** Расшифровка: РЕНЕ ДЕКАРТ.

**Задание 57.** Учащиеся прочтут пословицу: ОДНА ГОЛОВА ХОРОШО, А ДВЕ ЕЩЕ ЛУЧШЕ.

Требование в первой части задания не находить значения выражений не исключает возможности выполнения некоторых устных вычислений.

Задание направлено на формирование умения прогнозировать результат и проверять предложенные гипотезы.

**Задание 58.** Закономерности: числа, начиная с первого слева числа, через одно число увеличиваются на 5; числа, следующие за каждым из указанных чисел, являются значениями произведений предыдущего числа на множитель, возрастающий в каждом следующем произведении на 100.

Пропущенные числа (слева направо и сверху вниз): 4 500; 25; 30; 18 000; 35; 24 500; 40; 32 000; 45; 40 500; 50 000.

Формируется умение находить закономерности (строить эмпирические обобщения).

**Задание 59.** Сюжет: слоненок среди пальм.

**Задание 60.** Конус и цилиндр соединяются с кругом, самая левая и самая правая призмы и пирамида соединяются с левым квадратом. Для средней призмы нужно начертить основание.

При выполнении задания формируется пространственное мышление.

**Задание 61.**  $99\,999 \cdot 2 + 1 = 199\,999$ . Данное задание по сути продолжает задание 33, ничем от него не отличается, но учащиеся должны сами это понять.

**Задание 63.** Чередуются прямоугольники и прямоугольные треугольники. Числа под фигурами – их площадь в квадратных миллиметрах.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачу ситуацию, выявлять взаимосвязь между объектами.

**Задание 64.** Чтобы восстановить единичный отрезок, достаточно вправо от большей из данных на нем дробей отложить отрезок, равный отрезку между данными дробями.

Выполняя задание, учащиеся овладевают умением анализировать задачу ситуацию.

**Задание 66.** Нужно провести две диагонали из левой нижней вершины многоугольника. Задание развивает пространственное мышление.

**Задание 68.** По горизонтали: 3) распределительный; 6) четыреста; 7) частное; 10) сутки; 11) два; 12) слагаемое; 13) месяц; 14) восемьсот; 15) треть; 16) ноль; 18) пятьсот; 20) тонна; 21) триста.

По вертикали: 1) четырнадцать; 2) переместительный; 3) разряд; 4) сочетательный; 5) луч; 8) остаток; 9) диагональ; 10) семьсот; 17) литр; 18) пять; 19) сотни.

Примечание. В кросворде использованы слова «распределительный», «переместительный», «сочетательный». Имеются в виду законы. Сегодня в математике используется сочетание этих слов со словом «свойство» – переместительное свойство, сочетательное, распределительное.

### Что я знаю, что я умею

**Задание 7.** Винни Пух живет в 10 раз ближе к месту встречи, чем Кенга (ответ не требует вычислений).

**Задание 12.** Отложив влево отрезок, равный расстоянию между точками 4 и 8, получим начало координатного луча.

Отложив от точки 8 отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 15, получим конец единичного отрезка.

**Задание 69.** Сравнив левые и правые весы, легко заметить, что с первых из них сняли с левой чаши обезьянку, а с правой 500 г, и весы остались в равновесии. Значит, масса обезьянки 500 г. После этого найти массу ежа можно без всяких затруднений. Она равна 800 г.

Учащиеся могут выполнить задание и другими способами, которые необходимо обсудить и выбрать из них лучший.

Целесообразно также после выполнения задания проверить полученные результаты. Способы проверки должны предложить ученики, но наиболее точный из них – подставить массы игрушек на каждые весы и проверить, верны ли будут равенства.

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, осуществлять действия контроля, а также развивает гибкость мышления.

**Задание 70.** Поиск решений основан на определении общих цифр в каждой паре чисел, которые помещаются в общее звено цепочек. Это положение характерно для всех заданий подобного типа.

Задание имеет четыре решения: в левой цепочке 9 435, в средней – 8 460, в правой – 9 087 (в общих звеньях 4 и 0); числа в средней и правой цепочках меняются местами (в общих звеньях 9 и 8); в левой – 8 460, в средней – 9 087, в правой – 9 435 (в общих звеньях 8 и 9); числа в левой и средней цепочках меняются местами (в общих звеньях 0 и 4).

При заполнении последних двух строк таблицы «лишние» знаки получают за счет повторного чтения цифр.

Задание направлено на формирование умения представлять данные в виде таблицы.

**Задание 71.** Вправо от точки 4 отложить отрезок, равный отрезку между точками 2 и 4. Получаем точку с координатой 6. От нее влево отложим отрезок, равный отрезку между точками 6 и 11. Получаем конец единичного отрезка.

Задание развивает гибкость мышления.

**Задание 72.** Проще всего записать во второе звено цепочки наименьшее натуральное число и дальше проверять, получатся ли во всех звеньях натуральные числа. Если да, цепочка заполнена, если нет, внести коррективы, учитывая те «ошибки», которые возникли.

**Задание 73.**

а) Два решения: по точке в противоположных вершинах и по точке на сторонах вне вершин; по точке в двух соседних вершинах, по точке на двух сторонах, у которых один ко-

нец вершина с точкой, и 2 точки на стороне без точек в вершинах. Оба решения дают по 2 точки на каждой стороне.

б) Одна точка ставится в вершине, остальные вне вершин. По одной точке на сторонах, выходящих из вершины с точкой, и по 2 точки на остальных сторонах. Получается по 2 точки на каждой стороне.

в) Два решения: по 2 точки на каждую сторону вне вершин; по точке в каждую вершину и по точке на каждой стороне вне вершин. В первом случае получается по 2 точки, во втором – по 3.

г) По точке в трех вершинах, по одной точке на двух сторонах, в обоих концах которых стоят точки, и по 2 точки на остальных сторонах. На каждой стороне по 3 точки.

д) Два решения, аналогичных решениям пункта а), но с добавлением одной точки на каждую сторону. На каждой стороне получается 3 точки.

Обсуждая, целесообразно выяснить, обратили ли ученики внимание, что разные решения с разным числом точек на стороне получаются там, где количество точек делится на число сторон.

**Задание 74.** Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль.

**Задание 75.** Первый ребус имеет 2 решения:

$$2 \cdot 2 = 4, 3 \cdot 3 = 9;$$

второй – 9 решений:

$$0 \cdot 1 = 0 \cdot 2 = 0 \cdot 3 = 0 \cdot 4 = 0 \cdot 5 = 0 \cdot 6 = 0 \cdot 7 = 0 \cdot 8 = 0 \cdot 9 = 0;$$

третий не имеет решений, т.к. при умножении четырехзначного числа на однозначное не может получиться трехзначное число;

четвертый – одно решение  $10 \cdot 10 = 100$ .

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, осуществлять контроль (прикидку ответа).

**Задание 77.** В основе кода – номера букв в рамке и выделение этих номеров в значениях выражений, записанных подряд. В результате получается МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ ЛОМОНОСОВ.

Слова ученого: МАТЕМАТИКУ УЖЕ ЗАТЕМ УЧИТЬ НАДО, ЧТО ОНА УМ В ПОРЯДОК ПРИВОДИТ.

**Задание 78.** Задание можно выполнить различными способами, но наиболее рационально поступить так: сначала простым карандашом провести маршрут через лабиринт и рассматривать только выражения, через которые он прошел. Установить цвет, которым нужно раскрасить участки маршрута, можно и производя вычисления, и строя цепочку рассуждений. Соотношение между использованием каждого из этих способов зависит от уровня развития и знаний конкретного ребенка.

Выражения  $240 \cdot 28 \cdot 45$ ,  $20 \cdot 10$ ,  $256 \cdot 350$ ,  $842 \cdot 730$  делятся и на 5, и на 4, т.к. в них есть множители, делящиеся на эти числа, или 2 четных множителя, каждый из которых делится на 2.

Выражения  $288 \cdot 12$ ,  $22 \cdot 66$ ,  $76 \cdot 96$  не делятся на 5, т.к. ни один множитель не делится на него, но делится на 4, т.к. оба множителя - четные числа.

Выражения  $49 \cdot 165$ ,  $1525 \cdot 75$  делятся на 5, т.к. в каждом есть множитель, делящийся на это число, и не делится на 4, т.к. все множители - нечетные числа.

Выражения  $841 \cdot 27$ ,  $31 \cdot 93$ ,  $961 \cdot 89$  не делятся ни на 5, ни на 4, т.к. ни один множитель не делится на 5, и все они нечетные числа.

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу.

**Задание 80.** Сюжет: клоун.

При выполнении задания также можно выполнять вычисления, а можно во многих случаях рассуждать, опираясь на результаты следующих наблюдений и знаний:

1) если в произведении есть множитель, который делится на интересующее нас число, то значение произведения делится на это число;

2) если в сумме двух слагаемых одно из них делится на число, то остаток от деления значения суммы равен остатку от деления другого слагаемого;

3) если есть возможность, использовать сочетательное и переместительное свойства умножения, а также распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания для облегчения поиска остатков. Например,

$$\begin{aligned} 375 \cdot 401 &= 375 \cdot (400 + 1) = 375 \cdot 400 + 375 \cdot 1 = \\ &= 375 \cdot 400 + 375. \end{aligned}$$

Чтобы найти остаток, достаточно разделить на 8 число 375.

**Задание 81.** Задание имеет два решения. В одном случае сначала перегибаем в любом порядке по горизонтальной и вертикальной границам внутренних клеток квадрата, во втором сначала по диагонали из левого верхнего в правый нижний угол, а затем по любой из границ внутренних клеток. Задание направлено на формирование у обучающихся гибкости мышления.

**Задание 83.**  $9\,999 \cdot 3 + 2 = 29\,999$ .

При умножении одинакового количества разрядных единиц во всех разрядах в следующий разряд переходит одно и то же число, и оно равно  $P$ . Так как  $T \cdot 3$  меньше или равно 27, то  $T \cdot 3 + *$  меньше или равно 36. Значит,  $P$  может быть равно 1 или 2, или 3. Далее проверяются эти 3 числа и выясняется, что  $P = 2$ . Получаем единственное решение, приведенное выше.

**Задание 84.** Чтобы поменять местами угольники, выполняя все условия, нужно 3 ящика и три раза доставать угольники.

Задание развивает умение строить цепочки рассуждений, выполнять учебные действия по алгоритму.

**Задание 85.** Код основан на том, что буквы названий предметов отвечают соответствующей по порядку цифре в значении выражения. Получаем соотношения:  $P - 4$ ;  $A - 6$ ;  $K - 5$ ,  $E - 0$ ;  $T - 9$ ;  $L - 8$ ;  $O - 1$ ;  $C - 7$ ;  $B - 2$ ;  $I - 3$ .

Слово ЛИСА зашифровывается набором цифр 8 376, после чего можно найти вычитаемое.

Число 518 971 зашифровывает КОЛЕСО, 4 056 - РЕКА, 7 092 - СЕТЬ.

Задание направлено на формирование умения кодировать и перекодировать информацию (операции моделирования).

**Задание 86.** После выполнения задания необходимо выяснить, почему каждый учащийся принял то или иное решение.

**Задание 87.** В таблице четыре решения, слева направо записи: 5, 2, 4; 5, 4, 2; 4, 2, 5; 4, 5, 2.

**Задание 88.** Решение находится «проверкой» каждого разрядного слагаемого данного числа на соответствие условию задания. Например,  $4 : 4 = 1$  получилось натуральное

число, но  $1:3$  не дает натурального результата, значит, это разрядное слагаемое не подходит.

Возможно, кто-нибудь из учащихся сообразит сразу, что задуманное число должно делиться и на 4, и на 3. Это заслуживает похвалы.

Буратино задумал число 600, а Мальвине сообщил число 152 192.

**Задание 89.** 2 058, 2 508, 5 028, 5 082, 5 208, 5 802, 8 052, 8 502.

При выполнении последней части задания не следует подсказывать ученикам, что умножать все числа на заданное число для получения нового двойного неравенства не нужно, но необходимо отмечать, кто об этом догадался сам, и увеличивается ли количество таких догадливых учащихся.

Желательно время от времени возвращаться к заданию (или предлагать аналогичные с другими числами), рассматривая случаи увеличения и уменьшения нескольких чисел в одинаковое число раз и на одно и то же число.

Задание направлено на формирование гибкости (вариативности) мышления, умения формулировать гипотезы (прогнозировать) и проверять их.

**Задание 90.**  $P = 1$ ,  $D$  – любая цифра от 2 до 9. Так как записывать нужно только решения с нечетными делителями,  $D$  может быть равно 3, 5, 7 и 9.

**Задание 91.** Масса шоколадки 20 г, конфеты – 15 г.

Наиболее понятным для учеников, очевидно, будет следующий способ: убрать с левой чаши правых весов шоколадку и две конфеты, а с правой чаши гирию 50 г. На левой чаше останется 5 шоколадок, на правой – гирия 100 г, и весы останутся в равновесии. Значит, масса шоколадки  $100 : 5 = 20$  г. После этого по любым весам, которые находятся в равновесии, определяется масса конфеты.

Чтобы уравновесить нижние весы, на левой чаше нужно дорисовать 2 шоколадки.

Задание способствует развитию умения составлять алгоритм действий.

**Задание 92.** Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять самоконтроль.

### **Задание 93.**

а) Точка в одной вершине, по одной точке на сторонах с отмеченной вершиной и 2 точки на третьей стороне – на каждой стороне по 2 точки.

б) Смотри решение задания 51. Следует обратить внимание, заметят ли дети, что форма четырехугольника не имеет значения при расстановке точек.

в) Два решения: все точки поставить в вершинах пятиугольника – по 2 точки на каждой стороне; все точки поставить на сторонах вне вершин – по одной точке на каждой стороне.

г) Одну точку в вершину шестиугольника, остальные по одной на тех сторонах, которым эта вершина не принадлежит – по одной точке на каждой стороне.

д) Две точки в не соседние вершины семиугольника, остальные три на сторонах, которым не принадлежат отмеченные вершины – по одной точке на каждой стороне.

Необходимо обсудить с учащимися, в чем особенность задания по сравнению с предыдущими и какие закономерности они заметили при его выполнении (если число сторон меньше числа точек, на каждой стороне получается по 2 точки, если равно – получается два решения, если больше – на каждой стороне получается по одной точке). Если этого не произошло, подсказывать выводы не следует, они естественно возникнут в дальнейшем при выполнении аналогичных заданий.

Задание развивает пространственное мышление.

**Задание 94.** Направлено на формирование коммуникативных умений: коммуникацию как интериоризацию (анализ информации с целью ее «присвоения», организация информации в виде таблицы).

**Задание 95.** Неверно изображены конус, призма и цилиндр слева.

**Задание 96.** Зашифрованы такие высказывания: «РАЗУМ – ЭТО ЗАЖИГАТЕЛЬНОЕ СТЕКЛО, КОТОРОЕ, ВОСПЛАМЕНЯЯ, САМО ОСТАЕТСЯ ХОЛОДНЫМ», «МОЖНО УСТУПИТЬ СИЛЕ, НО БЕЗРОПОТНО ПОКОРЯЮТСЯ ТОЛЬКО РАЗУМУ».



Возможные рассуждения при выполнении задания:

- если хотя бы один множитель - четное число, то значение произведения тоже четное число;

- если хотя бы один множитель увеличивается, то и значение произведения увеличивается.

Возможно, отдельные ученики воспользуются и другими подмеченными закономерностями.

**Задание 97.** Дата рождения 1596 г., дата смерти 1650 г.

Задание направлено на формирование алгоритмической грамотности (умения выполнять линейный алгоритм), а также гибкости мышления (умения направить мысль на «обратный ход»).

**Задание 102.** При выполнении задания необходимо вернуться к обсуждению закономерностей, связывающих число сторон многоугольника, число точек и число решений (см. задание 93).

**Задание 104.** На пересечении строк и столбцов таблицы - значения частных. Сначала нужно найти недостающие делимые, затем - делитель, потом значения частных.

**Задание 108.** Первый ребус имеет два решения:  $5 \cdot 5 = 25$ ,  $6 \cdot 6 = 36$ ; второй - четыре решения:  $4 \cdot 4 = 16$ ,  $7 \cdot 7 = 49$ ,  $8 \cdot 8 = 64$ ,  $9 \cdot 9 = 81$ ; третий - 11 решений: 0 умножить на любое однозначное число (десять решений) и  $1 \cdot 1 = 1$ .

**Задание 110.** Как и во многих других случаях, выполнение этого задания можно значительно облегчить, если вычисления или их часть заменить рассуждениями, основанными на следующих положениях:

- если самые правые значащие цифры в каждом множителе нечетные, то количество нулей в конце значения произведения равно сумме количества нулей в конце обоих множителей;

- если самая правая значащая цифра одного множителя 5, а другого - четная, общее количество нулей в значении произведения увеличивается для четных цифр 2 и 6 всегда на один ноль, для цифр 4 и 8, если правые значащие цифры второго множителя образуют числа 25, 75 - на два нуля и для четырех, и для восьми, если 125, 625, 375, 875 - на три нуля для восьми.

Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию с целью выявления рационального способа действия, умения рассуждать дедуктивно.

## Тетрадь № 2

**Задание 1.** Задание направлено на формирование пространственного мышления.

**Задание 2.** Требование не находить значения выражений не исключает права учеников на выполнение отдельных вычислений.

Задание способствует развитию умения анализировать учебную ситуацию, прогнозировать результаты действий.

**Задание 5.** Формирует умение выполнять эмпирическое обобщение.

**Задание 8.** В цепочки вписываются числа 137900 и 597310.

В таблице слева направо: 7, 9, 3, 3; 9, 7, 0, 5; 1, 3, 0, 0; 3, 1, 7, 7; 0, 1, 5, 0; 1, 0, 3, 3; 3, 7, 1, 1; 7, 3, 9, 9.

**Задание 10.** ЕСЛИ ТРУД - УДОВОЛЬСТВИЕ, ТО ЖИЗНЬ - РАДОСТЬ.

**Задание 11.** После нахождения корней уравнений решается логическая задача при помощи таблицы так же, как и предыдущие аналогичные задания.

Корень уравнения Лисы - 6, Петуха - 7, Кролика - 2, Волка - 9.

**Задание 12.** Первоначально можно найти два решения: третье частное слева, у остальных делители и делимые нечетные числа; четвертое частное, у остальных делители можно представить произведением двух однозначных чисел.

После определения значений выражений добавляется еще одно решение: первое слева, значения остальных частных 9.

Чтобы задание не имело ни одного решения, достаточно добавить, например, равенство  $114 : 38 = 3$ , в котором трехзначное четное делимое, двузначный четный делитель, который нельзя представить произведением двух однозначных чисел, и однозначное значение частного, не равное 9.

Задание направлено на формирование умения выполнять эмпирическое обобщение.

**Задание 14.** Зайчик.

**Задание 15.**  $K \neq 0$  и  $P \neq 0$ , т.к. с них начинаются трехзначные числа.  $K + P = P + K = A$  - однозначное число, большее 2.  $A + A = \Gamma$ , значит,  $A < 5$ . Получаем  $A = 3$  или  $A = 4$ .

Если  $A = 3$ , то  $\Gamma = 6$ , а  $P = 2$  и  $K = 1$  или  $P = 1$  и  $K = 2$ . Получаем  $132 + 231 = 363$  или  $231 + 132 = 363$ .

Если  $A = 4$ , получаем  $\Gamma = 8$ , а  $P = 1$ ,  $K = 3$  или  $P = 3$ ,  $K = 1$ . Получаем  $143 + 341 = 484$  или  $341 + 143 = 484$ .

Задание формирует умение проводить анализ, строить цепочку логических рассуждений.

**Задание 17.** Задание имеет три решения: первое решение (перекладывание по порядку) - вилка, ложка, нож, вилка; второе решение - нож, вилка, ложка, нож; третье решение - ложка, нож, вилка, ложка.

При выполнении задания учащиеся овладевают умением действовать по алгоритму, развивается гибкость мышления.

**Задание 19.** Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль.

**Задание 20.** Выполняется по тому же принципу, что и предыдущие аналогичные задания.

**Задание 21.** Зашифрованы пословицы:

МУДРОСТЬ В ГОЛОВЕ, А НЕ В БОРОДЕ;

ВИДИТ ОКО ДАЛЕКО, А УМ ЕЩЕ ДАЛЬШЕ.

Решить задание позволяет только разбиение частных по признаку, что делимые оканчиваются значащими цифрами или нулями.

Задание направлено на формирование умения классифицировать, выделять основание классификации.

**Задание 22.** Задание направлено на формирование регулятивного действия контроля.

**Задание 24.** Ребус имеет 8 решений:

$22 : 11 = 2$ ,  $33 : 11 = 3$  и т.д.

**Задание 27.** Задание является продолжением расшифровки ребусов, и принцип его выполнения аналогичен, но этот ребус имеет не одно, а три решения:  $3\ 333 \cdot 4 + 1 = 13\ 333$ ,  $6\ 666 \cdot 4 + 2 = 26\ 666$ ,  $9\ 999 \cdot 4 + 3 = 39\ 999$ .

**Задание 28.** Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию, проводить сравнение по нескольким основаниям.

**Задание 29.** К верхнему рисунку подходят оба вопроса. Света и Миша сблизятся до 4 км 20 м через

$$(8\ 400 - 4\ 200) : (210 + 210) = 10 \text{ (мин)},$$

а после встречи окажутся на таком же расстоянии через

$$(8\ 400 + 4\ 200) : (210 + 210) = 30 \text{ (мин)}$$

от начала движения. Удалятся друг от друга на 16 км 800 м через  $(16\ 800 + 8\ 400) : (210 + 210) = 60$  (мин) от начала движения.

К левому рисунку в середине подходит только второй вопрос. Света будет все больше удаляться от Игоря, и они окажутся на нужном расстоянии друг от друга через

$$(16\ 800 - 8\ 400) : (210 - 70) = 60 \text{ (мин)}.$$

К правому рисунку в середине подходят оба вопроса. Миша приблизится к Игорю через

$$(8\ 400 - 4\ 200) : (210 - 70) = 30 \text{ (мин)}$$

и снова удалится от него на то же расстояние через

$$(8\ 400 + 4\ 200) : (210 - 70) = 90 \text{ (мин)}$$

после начала пути, а затем через  $(16\ 800 + 8\ 400) : (210 - 70) = 180$  (мин) после начала пути.

К нижнему рисунку не подходит ни один из вопросов. Скорость детей одинакова, и расстояние между ними не будет меняться.

К левому рисунку на с. 17 подходят оба вопроса.

Миша и Игорь сблизятся на нужное расстояние через  $(8\ 400 - 4\ 200) : (210 + 70) = 15$  (мин) и разойдутся после встречи через  $(8\ 400 + 4\ 200) : (210 + 70) = 45$  (мин) после начала движения. Разойдутся еще дальше через

$$(16\ 800 + 8\ 400) : (210 + 70) = 90 \text{ (мин)}$$

после начала движения.

К последнему рисунку подходит только второй вопрос. Света и Игорь удалятся друг от друга на нужное расстояние через  $(16\ 800 - 8\ 400) : (210 + 70) = 30$  (мин).

Больше, чем на других рисунках, расстояние меняется на верхнем рисунке с. 16, меньше всего – на нижнем.

Задание способствует формированию умения анализировать задачуную ситуацию.

**Задание 31.** Имя величайшего ученого – АРХИМЕД. Родина его – СИЦИЛИЯ. Как и во многих других заданиях, вычисления могут быть заменены рассуждениями, и их соотношение покажет уровень владения материалом.

Использованные отдельными учениками рассуждения обязательно нужно обсудить всем классом.

**Задание 32.** Задание имеет два решения:

$$30 + 16 + 27 = 73 \text{ (см}^3\text{)} \text{ и } 18 + 12 + 16 + 27 = 73 \text{ (см}^3\text{)}.$$

После самостоятельного выполнения задания целесообразно выяснить, поняли ли ученики, что последнюю деталь нужно использовать обязательно и почему это так (это единственная деталь, объем которой нечетное число).

**Задание 33.** По горизонтали: 5) периметр; 7) четыре; 8) шестьдесят; 9) пять; 10) пирамида; 11) остаток; 13) объем; 15) круг; 17) квадрат; 18) знаменатель; 20) миллиметр; 22) скорость; 24) девяносто.

По вертикали: 1) градус; 2) триста; 3) тысяча; 4) семь; 6) масса; 7) четное; 10) площадь; 11) отрезок; 12) числитель; 14) метр; 16) грамм; 17) куб; 19) ноль; 21) сорок; 23) сто.

**Задание 34.** Не имеет решения нижнее уравнение левого столбика, т.к. оба множителя не равны нулю при любых значениях неизвестного.

Проще всего найти корни уравнений, подставив письменные данные числа вместо неизвестных и выполнив указанные действия, но дети могут использовать и другие способы, в том числе и рассуждения. Например, число 0 не может быть корнем верхнего уравнения, т.к. слева тогда получится 0, а справа число 240.

Уравнения, которые имеют больше одного корня, – третье слева, второе и третье справа. Первые два из них имеют по два корня из данных чисел, третье имеет бесконечно много корней, т.к. ими являются все числа, не равные нулю.

Задание направлено на формирование умений анализировать учебную ситуацию, строить дедуктивные рассуждения.

**Задание 36.** Первое число – 52, последнее – 62.

**Задание 37.** Решить задачу можно с помощью правого верхнего уравнения. Найденный корень в этом случае будет обозначать число поросят. Чтобы завершить решение задачи, нужно еще узнать число петухов.

После выполнения задания нужно обсудить, нельзя ли получить такое уравнение, чтобы его решение давало ответ на вопрос задачи. Таким уравнением является следующее:  $2x + 4 \cdot (4 - x) = 10$ .

Задание направлено на формирование умений строить математические модели задачи – уравнения, соотносить модель (уравнение) и текст.

**Задание 39.** В каждой рамке количество воды в чашке равно дроби, числитель которой – количество бутылок, знаменатель – количество чашек.

**Задание 40.** Так как слева направо числа возрастают, то очевидно, что действием может быть сложение или умножение.

Попробовав по очереди каждое из этих действий, устанавливаем, что подходит только умножение на 15.

Это соотношение находится делением 4 050 на 270. Получаются числа: 18, 270, 4 050, 60 750, 911 250. Целесообразно проверить правильность полученного соотношения, умножив предпоследнее число 60 750 на 15.

Задание развивает умения анализировать, сравнивать, формулировать предположительные выводы и проверять их.

**Задание 42.** Масса совы 300 г, скворца – 75 г.

**Задание 43.** Первое решение: перемещаем последовательно пятиугольник, круг, треугольник, квадрат, пятиугольник.

Второе решение: круг, треугольник, квадрат, пятиугольник, круг.

Задание направлено на формирование умения планировать свои действия.

**Задание 44.** Если возникли затруднения при выполнении задания, целесообразно предложить учащимся поэкспериментировать с конкретными суммами.

Задание направлено на формирование умения рассуждать дедуктивно.

**Задание 45.** Вид спереди – 4 фигура, сверху – 5, сбоку – 2. При переносе конуса: спереди и сбоку – 2 фигура, сверху – последняя.

Задание способствует развитию пространственного мышления.

**Задание 46.** Самое главное – соединяются не просто отвлеченные числа, а числа, обозначающие величины, т.е. должны учитываться наименования. Сюжет: ракета.

**Задание 48.**  $666 : 222 = 3$  и  $666 : 333 = 2$ .

**Задание 49.** Очевидные решения: первое слева вверх, в остальных есть умножение; второе вверх, остальные – верные равенства; левое нижнее, в остальных есть деление; последнее внизу, в остальных есть действия двух ступеней. Задание формирует умение выполнять эмпирическое обобщение.

**Задание 50.** Наиболее просто восстановить начало луча и единичный отрезок можно так: влево от точки 9 три раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 9 и 12. Получим точку с координатой 0. От точки 9 два раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 12 и 16. Получим точку 1.

Наиболее рациональный способ позволяет сделать всего 3 шага: 1) от точки 12 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 12 и 16, и получаем точку 8; 2) от точки 8 отложить отрезок, равный расстоянию между точками 9 и 16, и получаем точку 1; 3) от точки 1 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 9, и получаем точку 0.

Задание направлено на формирование умений проводить анализ, сравнение, формулировать предположительные выводы и проверять их.

**Задание 52.** Проще всего от точки 8 влево 4 раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 17 и 19. Получим начало координатного луча. От точки 8 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 17, а затем вправо от точки 0 отложить отрезок, равный рассто-

янию от 0 до левого конца последнего отложенного отрезка. Получим единичный отрезок. Координаты точек: Н(7), L(18), К(9), М(3), N(0).

**Задание 54.** Выполнение первой части задания основано на сравнении компонентов указанных действий, и количество установленных на этом этапе отношений характеризует глубину овладения материалом. Остальные отношения учащиеся установят, выполнив вычисления.

Задание направлено на формирование умения анализировать, сравнивать, формулировать предположительные выводы и проверять их.

**Задание 55.** Верхний ребус имеет 8 решений, в каждом из которых делителем является число 100, а делимые – десятки тысяч, начиная с 20 000 и заканчивая 90 000.

У нижних ребусов: а) 8; б) 0; в) 1 ( $1000 : 10 = 100$ ); г) 8 решений.

**Задание 56.** Существует 8 вариантов последовательности выполнения действий, удовлетворяющих условию задания:

- 1) сложение, умножение, вычитание, деление;
- 2) вычитание, умножение, сложение, деление;
- 3) сложение, деление, вычитание, умножение;
- 4) вычитание, деление, сложение, умножение;
- 5) умножение, сложение, деление, вычитание;
- 6) умножение, вычитание, деление, сложение;
- 7) деление, сложение, умножение, вычитание;
- 8) деление, вычитание, умножение, сложение.

Необходимо учитывать, что использование скобок может привести к получению совершенно разных выражений с одинаковым порядком выполнения действий.

При правильном получении выражения учащиеся могут затрудняться в определении его значения, т.к. оно может оказаться числом, большим шестизначного, или ненатуральным. Поэтому в этой части задания добавлены слова «где сможешь».

Задание направлено на формирование умения проводить синтез (конструировать новые математические объекты по заданным условиям).

**Задание 57.** Выполняется аналогично подобным заданиям: на левых весах с левой чаши убрать яблоко и грушу,



с правой – гирию 100 г, но добавить гирию 10 г. Масса двух половинок яблока 60 г, значит, одна половинка 30 г.

Задание развивает умение планировать свои действия.

**Задание 58.** Отличие этого задания от предыдущих в том, что по одной букве в каждом слове закодировано не однозначным, а двузначным числом. Это значительно усложняет расшифровку.

Целесообразно начать работу со слова ОЗЕРО, которое начинается и заканчивается одной и той же буквой. Получаем О – 1. Пока больше ничего в нем нельзя расшифровать.

Буква О есть еще в слове НОТА. Так как она скрывается за цифрой 1, то А – 91, Н – 9, Т – 5.

Рассматриваем все слова с буквой А. Получаем М – 7, К – 2, Ц – 4, Ы – 6.

Из слова МИР устанавливаем, что Р – 94 (т.к. 4 это Ц). Значит, И – 3.

Вернувшись к слову ОЗЕРО, находим З – 0, Е – 8.

Слово, с которого начинается четверостишие, ТЕРЕК, название поэмы – МЦЫРИ.

Задание направлено на формирование умения кодировать информацию.

**Задание 60.** Без выполнения действий могут быть найдены следующие решения: среднее слева, в остальных масса; верхнее справа, в остальных действия второй ступени; среднее справа, у остальных первый компонент содержит две единицы измерения величины; последний справа, в остальных значения выражений – величины.

После выполнения вычислений появляется еще одно решение: нижнее слева, у остальных в значениях есть цифра 4.

Задание развивает умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

**Задание 62.** Последнее задание на равномерное распределение заданного числа точек по сторонам многоугольника.

Важно выяснить, могут ли к этому времени дети ответить на вопросы задания, исходя из обобщенных наблюдений за вариантами решений при разном соотношении числа точек и сторон многоугольника. Так, учащиеся должны заметить, что два решения получаются, если число точек кратно числу сторон многоугольника.

**Задание 64.** Анализ ребуса позволяет сразу заключить, что  $M = 1$ , а  $A = 0$ .

$2K = 10$  или  $2K + 1 = 10$ . Решение первого уравнения дает  $K = 5$ , второе не имеет натурального корня.

$P + M = K$  или  $P + M = 10 + K$ . Подставим значения найденных букв и получим  $P + 1 = 5$  или  $P + 1 = 15$ . Так как корень второго уравнения двузначное число, подходит только  $P = 4$ .

Так как  $2K = 10$  и  $P + M$  – однозначное число, то  $2Y = P$ . Получаем,  $2Y = 4$ ,  $Y = 2$ . Решение:  $5240 + 5210 = 10450$ .

Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию, устанавливать причинно-следственные отношения.

**Задание 65.** Даты рождения и смерти Л. Эйлера нужно выбирать на основе здравого смысла, опираясь на реальные сроки жизни человека. Возможен только один вариант: дата рождения 1707 г., смерти 1783 г.

### Что я знаю, что я умею

**Задания 1, 2, 4.** Направлены на формирование регулятивного действия контроля.

**Задание 3.** Формирует умения анализировать, сравнивать, делать предположительные выводы и проверять их.

**Задание 67.** Направлено на развитие умения рассуждать дедуктивно.

**Задание 68.** Сюжет: самолет.

**Задание 69.** Два корня имеют три уравнения: нижнее слева, нижнее справа и верхнее в середине.

Не имеют решений два уравнения: нижнее в середине и верхнее справа.

**Задание 70.** Проще всего в третье звено цепочки вписать число 1 и проверить, получатся ли во всех звеньях натуральные числа. В последнем звене число миллион. Задуманное число 20 000.

**Задание 71.** Невозможно сравнить пары: последнюю сверху, первую и среднюю внизу.

Задание направлено на формирование умения анализировать, строить дедуктивные рассуждения.

**Задание 72.** От точки 2 отложить отрезок, равный расстоянию между точками 2 и 4. Получим точку 0. От нее вправо отложить отрезок, равный расстоянию от 0 до  $-1$ .

**Задание 73.** Задание направлено на формирование умения действовать в соответствии с заданным алгоритмом (алгоритмическая грамотность).

**Задание 74.** Опыт работы с заданиями на распределение точек по сторонам многоугольников, очевидно, подскажет многим учащимся, что выбор наименьшего числа точек связан с их размещением в вершинах многоугольников, т.к. в этом случае одна точка обеспечивает наличие точки сразу на двух сторонах. Для получения на каждой стороне одной точки в этом случае достаточно поместить точки в вершинах многоугольника через одну, если вершин четное количество. Получим: для четырехугольника потребуется 2 точки, для шестиугольника – 3, для восьмиугольника – 4 и т.д.

Работу с заданием можно предварить или, наоборот, завершить установлением сходства всех рассматриваемых в нем многоугольников, а также попытаться получить от учащихся обобщенный ответ на вопрос, какое наименьшее число точек нужно для получения одной точки на каждой стороне многоугольника, если их у него четное число  $n$ .

**Задание 76.** Задание выполняется аналогично подобным предыдущим заданиям: с левой чаши левых весов убираем медвежонка и уточку, на правой чаше гирию 1 кг заменяем на гирию 500 г и добавляем гири 50 г и 20 г.

Выбор минимального количества гирь для уравновешивания весов необходимо получить в результате сравнения тех реальных решений, которые предложат ученики при самостоятельном выполнении этой части задания.

**Задание 77.** Проще всего вправо от точки  $-6$  отложить 2 раза отрезок, равный расстоянию между точками  $-9$  и  $-6$ . Получим нулевую точку. Влево от точки  $-6$  отложить отрезок, равный расстоянию между точками  $-2$  и  $-6$ . От нулевой точки вправо отложить отрезок, равный расстоянию от лево-

го конца последнего отложенного отрезка до точки -9. Получим единичный отрезок.

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, прогнозировать результаты действий.

**Задание 81.** Прежде всего, нужно найти, какое число подойдет для нижней средней цепочки. В нем должно быть 3 цифры, которые встречаются в остальных числах. Такое число одно - 8526. В нижнее звено этой цепочки нужно записать цифру 8, которая отсутствует в остальных числах. Записываем все число по часовой стрелке. Слева окажется 1500, как единственное из оставшихся чисел с цифрой 5, справа - 6927, вверху - 3924.

Задание направлено на формирование умений анализировать учебную ситуацию, строить цепочки суждений.

**Задание 83.** Ребус имеет четыре решения:

$$2\ 222 : 11 = 202, \quad 4\ 444 : 11 = 404,$$

$$6\ 666 : 11 = 606, \quad 8\ 888 : 11 = 808.$$

Задание способствует развитию гибкости мышления.

**Задание 84.** Закономерности: левое верхнее число в каждом следующем многоугольнике увеличивается на значение произведения числа 30 и номера предыдущего прямоугольника; правое число в 3 раза больше левого; нижнее равно значению произведения двух верхних чисел.

Задание направлено на формирование умения выполнять эмпирическое обобщение.

**Задание 89.** В отличие от задания 74 здесь рассматривается та же задача для многоугольников с нечетным числом сторон. Работу с ним нужно построить так же, как с заданием 62: сначала установить практически нужное наименьшее количество точек для каждого конкретного данного многоугольника, сформулировать общий подход и на его основе установить количество точек для перечисленных многоугольников, а затем установить принцип их размещения и попытаться записать закономерность в общем виде.

Если у многоугольника  $n$  сторон и  $n$  нечетное число, то наименьшее количество точек для получения на каждой стороне по одной точке равно  $(n + 1) : 2$ , из которых все, кроме одной, размещаются в вершинах многоугольника через одну,

а одна точка помещается на стороне, в концах которой нет точек.

**Задание 90.** Смотри пояснения к заданию 40. В результате оказывается, что подходит один вариант – со сложением и делением.

**Задание 93.** Задание направлено на формирование умения рассуждать дедуктивно.

**Задание 95.** ШВЕЙЦАРИЯ. РОССИЯ.

Задание направлено на формирование умения анализировать данные, организованные в виде таблицы, конкретизировать обобщенные модели (подставлять значения букв в буквенные выражения и находить их значения).

**Задание 96.** Наименьшее число точек при распределении по 2 точки на каждой стороне получается, если точки помещать во всех вершинах многоугольника. Следовательно, число точек равно числу углов многоугольника.

**Задание 97.** Начать выполнение задания лучше всего с выбора числа, которое нужно вписать в цепочку в середине. Цифры этого числа все должны повторяться в остальных числах хотя бы по одной. Такое число 7 248. Далее задание не представляет трудности и решается как аналогичные.

**Задание 100.** В овалах, к которым идет по 2 стрелки, поставить знаки + и –, т.к. это и знаки действий, и знаки, входящие в запись положительных и отрицательных чисел.

**Задание 104.** *По горизонтали:* 3) диагональ; 4) сложение; 5) положительное; 6) миллион; 9) противоположные; 12) семьсот; 14) отрицательное; 16) шестнадцать; 19) числитель.

*По вертикали:* 1) угол; 2) множитель; 4) сто; 7) окружность; 8) миллиард; 10) отрезок; 11) плюс; 13) шестьсот; 15) тонна; 16) шар; 17) сотни; 18) дробь.

Задание направлено на формирование умения подводить анализируемые объекты под понятие на основе выделения существенных признаков.

**Задание 105.**

$$4 + 4 - 4 - 4 = (4 - 4) : (4 + 4) = (4 - 4) : 4 : 4 = \text{и т.д.} = 0;$$
$$(4 + 4) : (4 + 4) = (4 \cdot 4) : (4 \cdot 4) = (4 : 4) : (4 : 4) = 1;$$

$$4 : 4 + 4 : 4 = 4 \cdot 4 : (4 + 4) = 2;$$

$$(4 \cdot 4 - 4) : 4 = (4 + 4 + 4) : 4 = 3;$$

$$4 + (4 - 4) \cdot 4 = 4 - (4 - 4) \cdot 4 = 4 + (4 - 4) : 4 =$$

$$= 4 - (4 - 4) : 4 = 4;$$

$$(4 \cdot 4 + 4) : 4 = (4 + 4 \cdot 4) : 4 = 5;$$

$$(4 + 4) : 4 + 4 = 4 + (4 + 4) : 4 = 6;$$

$$4 + 4 - 4 : 4 = 7;$$

$$4 - 4 + 4 + 4 = (4 + 4) : (4 : 4) = (4 + 4) \cdot (4 : 4) = 8;$$

$$4 + 4 + 4 : 4 = 9;$$

$$4 \cdot 4 - 4 : 4 = 15;$$

$$4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 4 \cdot (4 : 4) = 4 \cdot 4 : (4 : 4) = 16;$$

$$4 \cdot 4 + 4 : 4 = 17;$$

$$4 \cdot 4 + 4 + 4 = 24;$$

$$4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 32;$$

$$(4 + 4) \cdot 4 + 4 = 36;$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 - 4 = 60;$$

$$(4 + 4) \cdot (4 + 4) = 64;$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 + 4 = 68;$$

$$(4 + 4) \cdot 4 \cdot 4 = 128; 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256.$$

При проверке необходимо учесть, что во многих случаях можно получить другие варианты решений, основанные на использовании переместительных законов сложения и умножения, а также на свойствах вычитания.

Задание способствует развитию гибкости мышления.

### Что я знаю, что я умею

**Задание 6.** Нельзя сравнить числа в верхней правой и последней нижней парах.

**Задания 7, 8, 9, 10.** Задания направлены на формирование действий контроля и самооценки.

**Задание 12.** Направлено на формирование умения проводить синтез: конструировать математические объекты в заданных условиях.

**Задание 107.** Числа, соответствующие словам, показывают, что количество цифр в них больше, чем букв в словах. Это значит, что многие буквы зашифрованы не однозначно.

ми числами, и это гораздо сложнее всех предыдущих аналогичных заданий.

Проще всего начать расшифровку со слова ПАРТА, поскольку в нем 2 раза встречается буква А, из них один раз в конце слова. Получаем А - 8, П - 3.

Сравним слова ЛОДКА и ДЯТЕЛ. Букве Л в первом из них может соответствовать или 9, или 91. Так как во втором слове Л на конце слова и оно кончается 9, а не 91, то Л - 9.

Вернемся к слову ПАРТА. На буквы РТ приходится набор цифр 9358. Так как значения цифр 8 и 9 мы уже знаем, то Р - 93 и Т - 58.

Если в слове разгаданы две буквы, между которыми есть неразгаданная, ее код сразу становится ясен. В слове ДЯТЕЛ известен код букв Т и Л, значит, Е - 30.

В слове ВЕСЛО известна вторая буква (Е - 30), значит, первая В - 5. Предпоследняя буква этого слова тоже известна (Л - 9), значит, О - 1. Между буквами Е и Л одна буква, значит, С - 38.

Слово УМ состоит из двух букв и закодировано тремя цифрами. Может быть, У - 74, М - 5 или У - 7, М - 45. Так как В - 5, то годится второй вариант: У - 7, М - 45.

Из слова СМЕХ узнаем, что Х - 4.

Из слова ЛОДКА, зная коды букв Л, О, А, получаем Д - 20, К - 2, а из слова ДЯТЕЛ получаем Я - 71.

Зашифрованный текст: УСПЕХОВ В ПЯТОМ КЛАССЕ!

Задание направлено на формирование умения кодировать и перекодировать информацию, строить цепочки суждений.

**Задание 108.** Сюжет: конь на траве.

# Разработки уроков математики в 4 классе

---

На уроках математики ученики задают вопросы и сами ищут на них ответы, а учитель, направляя их в поисках истины, исподволь показывает, как тесно математика связана с реальной жизнью.

*Е.В. ВОРОНИЦЫНА,  
учитель начальных классов МОУ СОШ № 12,  
г. Щелково-3, Московская обл.*

## **Тема урока «Точные и приближенные значения чисел»**

**Цель урока:** дать первое представление о точных и приближенных значениях чисел.

**Оборудование:** учебник «Математика», 4 класс, ч. 1 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), карточки с изображением отрезков, энциклопедия для детей «Математика», издательство «Аванта +», документ-камера, WEB-проектор, экран.

### ХОД УРОКА

#### **I. Введение в тему урока**

*Учитель:* Ребята, посмотрите на доску. Что записано?

*Запись на доске:*

128, 4, 233, 56, 354, 32, 121
-------------------------------

*Дети:* На доске записаны числа.

- Хочу уточнить - натуральные числа.
- Многозначные и однозначное число.
- Целые числа.
- Четные и нечетные числа (называют).
- Не круглые числа.

*Учитель:* Какое задание вы могли бы предложить?



*Дети:* Составить выражение и найти значение.

- А можно не просто составить выражение, а найти среднее арифметическое этих чисел.

*В классе удивление.*

*Учитель:* Интересно.

*Дети:* Ян, а что значит среднее арифметическое?

*Ян:* Для этого мы должны сложить все числа, а потом разделить на количество сложенных чисел.

- Здесь есть числа, связанные между собой.

*Учитель:* Какие верные равенства вы можете записать?

*Дети работают самостоятельно.*

*Проверка.*

*К доске выходят ученики, у которых записаны разные равенства.*

$$128 : 4 = 32$$

$$354 - 121 = 233$$

*Учитель:* Вы точно можете сказать, что значение равно 32 и 233?

*Дети:* Конечно. Я сначала 120 поделил на 4, получил 30, а потом 8 поделил на 4, получил 2 и полученные результаты сложил:  $30 + 2 = 32$ .

- А можно проверить: когда находим корень уравнения, то выполняем проверку, и здесь можно проверить. Умножение можно проверить делением, а вычитание - сложением.

*Учитель:* Выполните проверку.

*Дети выполняют в тетрадях.*

*Дети:*  $32 \cdot 4 = 128$   $233 + 121 = 354$ .

*Учитель:* Хорошо, убедили. Теперь и я знаю, что значения этих выражений точные. Потому что вы проверили или пересчитали.

*Учитель записывает рядом со значениями выражений:*

$$128 : 4 = 32 - \text{точные}$$

$$354 - 121 = 233 - \text{точные}$$

## **II. Открытие нового материала**

*Учитель:* Ребята, на партах у вас лежат листочки. Что на них начерчено?

*Дети:* Отрезки.

- Отрезки *AB*, *OE*, *MK*.

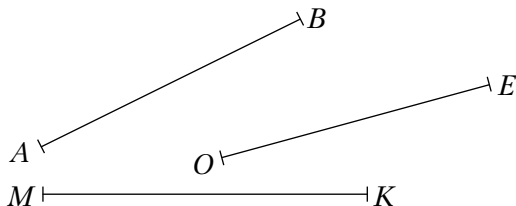
- Отрезок  $AB > OE$ ,  $AB < MK$ ,  $MK > OE$ .

*Учитель:* Какое задание вы можете предложить выполнить?

*Дети:* Измерить длину каждого отрезка.

*Учитель:* Давайте выполним задание.

*На доске начерчены такие же отрезки в масштабе 10 : 1.*



*Дети выходят к доске и записывают длину отрезков.*

*Дети:* У меня длина отрезка  $AB = 7$  см 6 мм.

- А у меня 7 см 5 мм.

- Длина отрезка  $OE = 7$  см.

- Нет, 7 см 1 мм.

- Длина отрезка  $MK = 8$  см 3 мм.

- А у меня длина отрезка  $MK = 8$  см 4 мм.

*Учитель:* Мы можем проверить, кто прав?

*Дети:* Нет, ведь у каждого из нас линейки разные. Вернее, могут быть не совсем точные миллиметровые деления.

- Когда измеряли, то концы отрезка могли находиться между 3 мм и 4 мм, а это незаметно.

- Мы здесь пользуемся измерительным инструментом, а он не всегда точен.

*Учитель:* Эти числа можем назвать точными?

*Дети:* Нет, потому что получились разные числа.

*Учитель:* Как вы думаете, как в математике называют эти числа?

*Дети:* Неточные.

- Примерные.

- Спорные.

*Учитель:* Математики договорились называть их приближенными.

*Запись темы урока (на доске и в тетрадях).*

*Учитель:* Как вы думаете, почему этим числам дали такое название?

*Дети:* Наверное, они близки к какому-то числу.

- Приближены к точному числу.

*Учитель:* К какому числу приближена длина отрезка  $AB$ ?  
(*Определяют по линейкам.*)

*Дети:* Длина отрезка  $AB$  приближена к числу 8 см, это видно по линейке.

*Учитель:* Тогда что вы скажете о длине отрезка  $MK$ ?

*Дети:* Длина этого отрезка приближена к 8 см.

*Учитель:* В древности люди не различали точных и приближенных значений чисел. Скажите, пожалуйста, где в жизни мы сейчас встречаемся с приближенными числами?

*Дети:* В магазине на ценнике написано 10 руб. 17 коп., а мы отдаем 10 руб. 50 коп. или 10 руб. 20 коп.

- Когда на пакете с молоком записано, сколько процентов жирности, например 3,2%, но это не точно, ведь использовали прибор.

- Например, взвесили курицу, ее вес 1 кг 352 г, но продавец скажет: вес курицы 1 кг 360 г. Он округлил.

- А что значит округлить?

- Я думаю, что это значит назвать такое число, в котором последняя цифра нуль.

*Учитель:* Об округлении будем говорить с вами на следующих уроках.

*Дети:* Я думаю, что лучше сказать, что вес курицы 1 кг 350 г, потому что это число ближе к числу 1 кг 352 г.

- На даче измеряют участок, получают приближенное число, потому что используют инструмент.

*Учитель:* Замечательно. Мы знаем, что математика – точная наука, но при решении практических задач часто приходится делать приближенные вычисления. Сейчас начертите отрезок, приближенно равный 6 см.

*Дети называют длину начерченных отрезков: 6 см 4 мм, 6 см 2 мм, 5 см 9 мм, 5 см 7 мм.*

### **III. Использование нового материала при решении задачи**

*Учитель:* Откройте учебники и прочитайте № 149.

1) Сделай к задаче чертеж и реши ее.

Из Москвы и Саратова вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного поезда 62 км/ч, а другого 74 км/ч. На каком расстоянии друг от

друга будут находиться поезда через 5 часов после начала движения, если от Москвы до Саратова 892 км?

2) Реши задачу, заменив 5 часов на 9 часов, и сделай новый чертеж.

3) Сравни чертежи. В чем разница?

4) Чем похожи решения? В чем их главное различие?

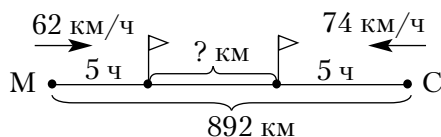
*Учитель:* Выполните чертеж к этой задаче.

*Учитель проходит между рядами и наблюдает за выполнением работы, к доске выходят два ученика, у которых разные чертежи.*

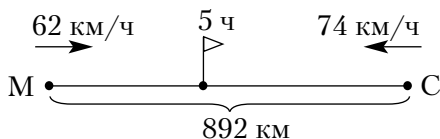
*Учитель:* Сравните два чертежа.

*Дети сравнивают чертежи.*

*Дети:* У мальчиков чертежи очень похожи, но у Пети два флажка, а у Игоря один.



*чертеж Пети*



*чертеж Игоря*

*Игорь объясняет свой чертеж.*

*Игорь:* В задаче сказано, что расстояние от Москвы до Саратова 892 км, поэтому я начертил отрезок примерно 9 см. Поезда шли навстречу, и через пять часов они встретились, место встречи я обозначил флажком.

*Петя:* Игорь, я с тобой не согласен, в тексте задачи не сказано, что поезда встретились. В задаче спрашивается: на каком расстоянии будут находиться поезда? Значит, между ними должно быть расстояние. Каждым флажком я обозначил то место, до которого доехали поезда за 5 часов.

*Дети:* Игорь, по твоему чертежу не понятно, что надо находить.

- Нет главного вопроса задачи.

- Вопрос можно поставить, но он не будет соответствовать условию задачи.

*Далее дети решают задачу. Возникают два способа решения задачи.*

*Учащиеся объясняют ход решения задачи своим способом.*

*Диана (1 способ):*

1)  $62 + 74 = 136$  (км/ч) - скорость сближения.

2)  $136 \cdot 5 = 680$  (км) - расстояние, которое проехали два поезда за 5 ч.

3)  $892 - 680 = 212$  (км)

*Ответ:* через 5 часов поезда будут находиться друг от друга на расстоянии 212 км.

*Вова (2 способ):*

1)  $62 \cdot 5 = 310$  (км) - расстояние, которое проехал первый поезд за 5 часов.

2)  $74 \cdot 5 = 370$  (км) - расстояние, которое проехал второй поезд за 5 часов.

3)  $310 + 370 = 680$  (км) - проехали два поезда за 5 часов.

4)  $892 - 680 = 212$  (км)

*Ответ:* через 5 часов поезда будут находиться друг от друга на расстоянии 212 км.

*Дети:* Мне кажется, что способ, которым решала Диана, рациональнее, быстрее можно решить задачу.

- А для меня более понятен способ, которым решал Вова.

*Учитель:* Конечно, каждый может выбрать тот способ решения, который понятен для вас лично. Этот способ и будет рациональным. Ребята, а числа, которые получились в задаче, - это точные или приближенные?

*Дети:* Числа, которые получали при вычислении, - это точные числа, потому что можем проверить.

- А вот если говорить о единицах измерения расстояния, то это приближенное число.

#### **IV. Домашнее задание**

*Учитель:* Дома вы выполните задание № 149(2).

## **V. Подведение итогов урока**

*Учитель:* Предлагаю вам рассмотреть картинку.

*На экран с помощью документ-камеры проецируется картинка из энциклопедии для детей «Математика», изд-во «Аванта+», с. 605.*

*Учитель:* Сколько птиц на картинке?

*Дети:* Три.

*Учитель:* Который час показывают часы на башне?

*Дети:* 6 ч 58 мин, 6 ч 59 мин.

*На доске учитель записывает ответы детей.*

*Учитель:* Что вы можете сказать об этих значениях?

*Дети:* 3 – точное число, так как мы можем проверить, пересчитать.

– 6 ч 58 мин – приближенное число, так как здесь используется прибор для измерения.

*Учитель:* О каких еще приближенных значениях вы можете сказать?

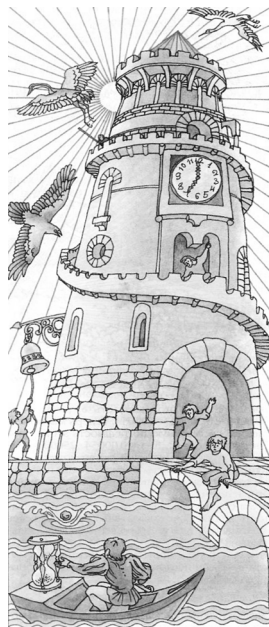
*Дети:* Количество лучей у Солнца.

– Количество ступеней на башне.

– Скорость лодки.

– Скорость течения реки.

*Учитель:* Спасибо. На следующем уроке мы продолжим знакомство с приближенными числами. На этом наш урок окончен.



## Тема урока «Уравнение с неизвестными в обеих частях»

### Цели урока:

- продолжить работу по формированию понятия об уравнении;
- развивать умение решать уравнения, требующие тождественных преобразований, на основе взаимосвязи между компонентами действий и использования основных свойств равенств;
- развивать умения анализировать задачи и записывать решение алгебраическим способом; формировать вычислительные навыки.

**Оборудование:** учебник «Математика», 4 класс, ч. 2 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), карточки с разноуровневыми заданиями, текстом задачи, карточки с шифром слова, со словами «упростить», «алгебраический способ»; индивидуальная доска; портрет И. Кеплера; плакат с алгоритмом решения уравнений.

### ХОД УРОКА

#### I. Оргмомент

#### II. Постановка темы и целей

*Учитель:* Сегодня мы познакомимся с новым видом уравнений и будем учиться их решать. Чтобы это сделать, нам придется правильно и быстро считать, сравнивать, выдвигать гипотезы, проверять их, делать вывод, проверять правильность работы, помогать друг другу. Урок позволит нам заглянуть в астрономию и расширить знания о планетах.

#### III. Подготовка к основному этапу урока

*Учитель:* Нам нужно расшифровать фамилию немецкого математика и астронома, который первым открыл законы движения планет вокруг Солнца. Для этого устно найдите корни данных уравнений, соотнесите число с буквой.

*На доске:*

$5x = 3500$	п
$1600 : x = 4$	е
$400 - x = 75$	е
$x - 72 = 180$	л
$x + 24 = 200$	р
$x : 17 = 20$	к

340	400	700	252	325	176

*Дети работают самостоятельно.*

*Учитель:* Сравните в паре свои записи и оцените себя. У вас получилось слово?

*Дети:* Кеплер.

*Учитель вывешивает на доску портрет и коротко сообщает о Кеплере.*

*Учитель:* Иоганн Кеплер, немецкий астроном, сделавший свои открытия в начале XVII века. Точные математические расчеты позволили ему установить связь между периодами вращения планет и их удаленностью от Солнца. О достижениях этого ученого вы подробнее узнаете в старших классах на уроках астрономии. А наши точные расчеты и исследования тоже приведут к открытиям. На что вы опирались при решении уравнений?

*Дети:* На зависимость между числами при выполнении действий.

*Учитель:* А как иначе можно найти корень уравнения?

*Дети:* Используя свойства равенств.

*Учитель:* А почему этого не делали сейчас?

*Дети:* Нерационально, неудобно, долго.

#### **IV. Усвоение новых знаний и способов действий**

*Учитель:* Что вы можете сказать об этих уравнениях?

*На доске открывається запись:*

$$7a + 28 = 84$$

$$4c + 5 = 25 + 2c$$

$$8 - (x + 1) = 72$$

*Дети:* Они сложные, требуется выполнение нескольких действий.

- При их решении сначала нужно выполнить преобразование (упростить).

*Учитель:* Какое уравнение будет главным на уроке? Почему? Чем оно отличается от остальных? Прочитайте тему урока.



*Учитель открывает запись на доске:*

Уравнения с неизвестными в обеих частях

*Учитель:* Мы должны научиться их решать. Как это сделать? Опираясь на алгоритм, попробуем выдвинуть гипотезы.

*На доске:*

Алгоритм решения уравнений

1. Определи вид уравнения.
2. Простое → реши.
3. Сложное → преобразуй → реши

используя:



*Учитель:* Можно ли подобрать корни уравнений?

- Можно ли использовать зависимость между числами?
- Можно ли использовать свойства равенств? Докажите.
- Какое свойство будем использовать?
- Обсудите в группах, как это сделать, и решите. Один ученик будет выполнять это на отдельной доске.

*Если детям трудно, работаем фронтально: один ученик у доски, класс – в тетрадях.*

*Учитель:* Сравните свои записи с записями на доске и по-сигнальте, согласны ли вы. Оцените свою работу.

*Дети оценивают.*

*Учитель:* Сами того не подозревая, мы сейчас сделали открытие, исследуя новое уравнение. Какое?

*Дети проверяют гипотезу и приходят к выводу.*

*Дети:* При решении уравнения с неизвестными в обеих частях пользовались свойствами равенств: вычитали неизвестное число.

*Приведем один из вариантов того, как можно было бы построить этот этап урока.*

*На доске записаны уравнения:*

$$4c + 5 = 25 \text{ и } 4c + 5 = 25 + 2c$$

*Учитель:* Сравните данные уравнения.

*Дети:* Эти уравнения сложные, потому что надо выполнить преобразования.

- Чтобы найти корень первого уравнения, надо выполнить два действия, а второго я не знаю, может быть, четыре, а может быть, пять.

*Учитель:* Ребята, а почему вы не знаете, сколько нужно выполнить действий?

*Дети:* Мы таких уравнений еще не решали, у них неизвестное есть и в левой, и в правой частях.

- Мне кажется, что сегодня мы будем учиться решать уравнения с неизвестными в левой и в правой части.

*Учитель:* Вы правильно определили тему урока. Попробуйте обсудить, какие знания помогут решить второе уравнение.

*Дети:* В этом уравнении корень будет равен корню первого уравнения, ведь левые части у них одинаковые.

- А я не согласен, потому что во втором уравнении есть еще неизвестное и в правой части.

- Вадик правильно говорит, и мне кажется, что это уравнение нельзя решить при помощи взаимосвязи между компонентами действий. Вот посмотрите, слева стоит сумма и в ней неизвестное слагаемое, тогда справа - значение суммы, которое тоже неизвестно. Если из трех компонентов сложения известен только один, ничего нельзя узнать выполнением действий. Можно попробовать решить уравнение подбором, но это очень долго.

- А еще можно, наверно, использовать свойства равенств.

*Учитель:* Молодцы, вы вспомнили разные способы решения уравнений! А теперь попробуйте самостоятельно решить новое уравнение.

*Четвероклассники работают над уравнениями самостоятельно, если возникают затруднения, учитель наводящими вопросами подводит к решению уравнения. (Вопросы могут быть на карточках: «Может ли помочь взаимосвязь между компонентами действий?», «Может ли помочь свойство равенств?»). Потом следует проверка.*

*Учитель:* Постарайтесь рассказать, как вы решали уравнение.

*Дети:* Мы умеем решать уравнения с неизвестным в одной части, значит, надо использовать свойство равенств. Уменьшить обе части на одно и то же число –  $2c$ .

*Запись на доске:*

$$4c + 5 = 25 + 2c$$

$$4c + 5 - 2c = 25 + 2c - 2c$$

$$2c + 5 = 25$$

*Дети:* Такое уравнение решить мы можем, используя взаимосвязь между компонентами действий.

*Учитель:* А теперь отдохнем, поиграем.

## **V. Динамическая пауза**

*Игра «Дотянись до звезды» расслабляет и позволяет набраться оптимизма, укрепляет уверенность детей в том, что они способны достичь цели.*

*Учитель:* Встаньте поудобнее и закройте глаза. Сделайте три глубоких вдоха и выдоха.

- Представь себе, что над тобой ночное небо, усыпанное звездами. Посмотри на какую-нибудь звезду, которая ассоциируется с мечтой: желанием что-либо иметь или кем-то стать.

- Теперь открой глаза и протяни руки к небу, чтобы дотянуться до своей звезды. Старайся изо всех сил! И ты обязательно сможешь достать рукой свою звезду. Сними ее с неба и бережно положи перед собой в красивую просторную корзину.

- Опустит руки и закрой глаза. Выбери прямо у себя над головой другую сверкающую звездочку, которая напоминает тебе о другой твоей мечте.

- Теперь открой глаза, потянись обеими руками как можно выше и достань до неба. Сорви эту звездочку с неба и положи в корзину к первой звезде.

- Сорви еще несколько звездочек. Дыши так: глубокий вдох, когда тянешься за звездой, выдох, когда достал и кладешь в корзину.

## **VI. Работа по учебнику**

*Учитель:* Откройте страницу 30 учебника и найдите № 330(6), первое уравнение.

Кто может самостоятельно выполнить задание? Выполняйте.

*Тем учащимся, у которых возникают затруднения, можно дать карточку: уменьшите обе части уравнения на одно и то же число. Ученики работают самостоятельно, затем идет взаимопроверка.*

## **VII. Домашнее задание**

*Учитель:* Дома решите оставшееся уравнение и подумайте, можно ли решить его другим способом.

## **VIII. Решение задачи**

*Учитель:* Сейчас мы попробуем решить задачу алгебраическим способом, но прежде заглянем в астрономию: год на Марсе длится 687 суток, то есть около двух земных лет. А оборот вокруг своей оси эта планета совершает за 24 часа, как и Земля.

- Прочитайте задачу. Что заметили?

*У каждого ученика карточка с текстом задачи.*

Скорость движения Земли на 6 км/с больше скорости движения Марса. С какой скоростью движется каждая планета?

*Дети:* Это задача на движение.

- Но в этой задаче не хватает данных.

- Эта задача неполная.

*Учитель:* Почему вы решили, что не хватает данных?

*Дети:* В задаче на движение должно говориться о скорости, времени и расстоянии. А в этой задаче о расстоянии ничего не сказано.

*Учитель:* Добавьте в условие недостающие данные, чтобы задачу можно было решить.

*Дети работают самостоятельно. Тем учащимся, которые затрудняются, учитель предлагает карточки с недостающими данными:*

- 1) если Земля в 2 раза больше Марса по диаметру;
- 2) если за 1 с вместе они пробегают 54 км;
- 3) если Марс имеет 2 спутника.

*Учитель:* Прочитайте получившуюся задачу.

*Дети:* Земля и Марс пробегают за 1 секунду 54 км. Скорость движения Земли на 6 км/с больше скорости движения Марса. С какой скоростью движется каждая планета?

- А у меня за 1 секунду они пробегают 106 км.

*Учитель:* Хорошо, а изменится ли тогда решение задачи?

*Дети:* Нет, решение будет такое же, а вот ответ будет другой.

*Дети решают задачу.*

*Учитель:* Подумайте, как проверить себя. Встаньте, кто, проверив, убедился в правильности решения. Оцените себя. Точные расчеты позволили вам определить скорости движения Земли и Марса. Может быть, став взрослыми, вы на марсоходе продолжите изучение этой планеты.

### **IX. Подведение итогов**

*Учитель:* Чему был посвящен урок?

Какое открытие мы с вами сделали?

Какие знания и умения помогли?

Встаньте, пожалуйста, те, кто сегодня на уроке почувствовал себя ученым, добившимся успеха.

Ребята, спасибо вам за работу. Без помощи и поддержки друг друга вы не смогли бы достичь цели. Молодцы!!!

### **Тема урока «Умножение многозначных чисел»**

*И.А. РЯБОВА,  
учитель начальных классов МОСШ № 5,  
г. Нижневартовск*

#### **Цели урока:**

- рассмотреть алгоритмы умножения чисел, содержащих нули в конце чисел, в середине чисел;

- развитие навыков наблюдения, сравнения, обобщения.

**Оборудование:** учебник «Математика», 4 класс, ч. 1 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), рабочие тетради в 2 частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина).

#### **ХОД УРОКА**

*На доске записаны числа*

3000, 60, 4800, 80, 70, 5600, 50.

*Учитель:* Ребята, что вы можете сказать об этих числах?

*Дети:* Здесь записаны двузначные и четырехзначные числа.

- Все они заканчиваются нулями.

- Из этих чисел можно составить равенства.

*Учитель:* Поработайте в парах и попробуйте составить все возможные равенства.

*Работа в парах.*

*Учитель:* Сколько равенств у вас получилось? Какие именно?

*Ребята называют, учитель записывает. На доске постепенно появляются записи:*

$$\begin{array}{lll} 60 \cdot 80 = 4800 & 4800 : 60 = 60 & 4800 : 80 = 60 \\ 70 \cdot 80 = 5600 & 5600 : 70 = 60 & 5600 : 80 = 70 \\ 60 \cdot 50 = 3000 & 3000 : 60 = 50 & 3000 : 50 = 60 \\ & & 50 + 80 = 60 + 70 \end{array}$$

*Ребята сравнивают свои равенства и все собранные на доске.*

*Учитель:* А теперь попробуйте записать равенства первого столбика в общем виде:

$$a0 \cdot b0 = cd00$$

*Учитель:* Как сформулировать правило?

*Дети:* Чтобы перемножить два числа, оканчивающиеся нулями, нужно перемножить числа и приписать в результате столько нулей, сколько их содержится в сомножителях.

*Учитель:* Пользуясь этим правилом, перемножьте числа:

1 ряд	2 ряд	3 ряд
640 · 23	423 · 70	510 · 20
$\begin{array}{r} \times 640 \\ 23 \\ \hline 192 \\ + 128 \\ \hline 14720 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 423 \\ 70 \\ \hline 29610 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 510 \\ 20 \\ \hline 10200 \end{array}$

*Дети выполняют задание.*

*Учитель:* Что общего и какие различия вы заметили?

*Дети:* Общее то, что умножали числа с нулями.

- Все результаты – пятизначные числа; оканчиваются нулями.

- Общее то, что умножение во всех случаях выполнялось по одному и тому же правилу.

Различия такие:

- В первом произведении первый множитель заканчивается нулем.

- Во втором произведении второй множитель заканчивается нулем.

- А в третьем произведении оба множителя заканчиваются нулями.

*Учитель:* А теперь рассмотрите схему умножения:

$$\begin{array}{r} \times \quad * * * \\ * 0 * \\ \hline * * * \\ + \\ * * * \\ \hline * * * * * \end{array}$$

Какие числа здесь перемножены?

*Дети:* Здесь перемножены два трехзначных числа, одно из них содержит нуль посередине.

*Учитель:* Составьте подобное произведение.

*Ребята называют - учитель записывает:*

$$\begin{array}{r} \times 421 \\ \hline 503 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 272 \\ \hline 301 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 163 \\ \hline 204 \end{array}$$

*Учитель:* Выполните умножение.

*Умножение выполняется, ответы проверяются.*

*Учитель:* А теперь проверим работу ребят из № 156 ч. 1.

*Устно выполняется проверка выражений, записанных в п. 1 № 156, делаются исправления.*

*Учитель:* Рассмотрите произведения п. 2.

Сможете ли вы выполнить эти случаи умножения? Найдите значения произведений 1-го столбика.

*В тетрадях появляются записи:*

$$\begin{array}{r} \times 650 \\ \hline 780 \\ + 520 \\ \hline 455 \\ \hline 507000 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 7036 \\ \hline 25 \\ + 35180 \\ \hline 14072 \\ \hline 175900 \end{array}$$

*Учитель:* Что вы скажете об умножении этих чисел?

*Дети:* Второй случай труднее, так как четырехзначное число с нулем посередине умножается на двузначное.

– Я думаю, что первый случай тоже нелегкий, т.к. важно правильно записать числа для умножения столбиком, а затем выполнить умножение и приписать в конце нули.

*Учитель:* Дома вы закончите выполнять задание № 156(2) и составите свои произведения, содержащие нули в разных частях чисел.

## **Тема урока** **«Преобразование единиц измерения величин»**

*Е.И. КАСЬЯНОВА,*  
*учитель гимназии № 148 им. Сервантеса,*  
*г. Санкт-Петербург*

### **Цели и задачи урока:**

- совершенствовать умение преобразовывать величины с использованием других единиц измерения;
- актуализировать знания о числах и величинах;
- совершенствовать умение самостоятельно делать выводы на основе имеющихся знаний;
- формировать умение работать в группах;
- повышать уровень самоконтроля учащихся;
- формировать положительную самооценку учащихся.

**Оборудование:** учебник «Математика», 4 класс, ч. 2 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина).

*Предварительно ребята разделились на 5 групп по 6 человек в каждой.*

### **ХОД УРОКА**

#### **I. Актуализация знаний**

*Учитель:* Ребята, у вас на партах лежат карточки, возьмите их, расположите числа в порядке возрастания.

*Детям раздаются в группы карточки:*



1 группа	
4789	4789 г
4792	4792 кг
4804	4804 т
4795	4795 ц

2 группа	
2645	2645 мм
2651	2651 дм
2655	2655 м
2658	2658 км

3 группа	
30989	30989 мм
31012	31012 км
31007	31007 м
30996	30996 см
31003	31003 дм

4 группа	
2649	2649 см
2651	2651 дм
2645	2645 мм
2655	2655 м
2658	2658 км

5 группа	
27898	27898 мин
27915	27915 нед
27909	27909 сут
27896	27896 сек
27901	27901 час

*Учитель:* Чем схожи и чем различаются числа на ваших карточках?

*Дети:* Числа на карточках одни и те же, но часть из них – обычные числа, а другие – именованные.

*Учитель:* Что значит именованные?

*Дети:* Именованные – это числа, которые выражают какую-либо величину.

*Учитель:* У вас в каждой группе на партах лежат большие листы бумаги, сверху листа напишите название той величины, которую выражают числа на ваших карточках.

*У детей получается 5 названий величин: длина, время, объем, масса, площадь.*

*Учитель:* Запишите единицы измерения величин в порядке возрастания.

*Результаты на листах вывешиваются на доску.*

## **II. Постановка проблемы**

*На доске написаны пары величин:*

2 м 4 дм ... 240 см

6 дм 7 мм ... 602 км

3 м 2 см ... 30 000 см  
8 ч 21 мин ... 8 ч 65 сек  
7 ц 97 кг ... 7 054 г

*Учитель:* Запишите в тетрадь величины. Сравните их.

- Какие выражения сравнить нельзя?
- Кто смог сравнить остальные пары величин?
- С какой проблемой при сравнении величин столкнулись?

*Дети:* Прежде чем сравнить величины, нужно было представить их в одних единицах измерения, причем в наименьшую из используемых в записи.

*Учитель:* Молодцы! Вы сами пришли к выводу, который дан в задании № 356 учебника (с. 46). Откройте учебники, прочитайте пункт 4, сравните два вывода. Какой из них совпадает с вашим? Какие слова в Витином выводе являются наиболее важным? Выделите их.

### **III. Работа по теме урока**

*Учитель:* Чему нужно научиться, чтобы сравнивать величины было легко?

*Дети:* Преобразовывать величины.

*Учитель:* Как можно сформулировать тему нашего урока?

*Дети:* Преобразование величин, выраженных разными единицами измерения.

*Учитель:* Начнем с № 356. Прочитайте задание под пунктом 5. Чем похожи все числа?

*Дети:* Величины выражены разными единицами измерения.

*Дети выполняют задание учебника.*

### **IV. Рефлексия и самооценка**

*Учитель:* В конце нашего урока я предлагаю вам самостоятельно проверить и оценить свою работу, на ваш выбор предлагаются карточки с различным уровнем сложности: розовые – самые сложные, голубые – среднего уровня и оранжевые – самые простые.

Проверьте работы по образцу.

Простые

$$8 \text{ м } 5 \text{ см} = \dots \text{ см}$$

$$9 \text{ м } 2 \text{ дм} = \dots \text{ дм}$$

$$4 \text{ т } 9 \text{ ц} = \dots \text{ ц}$$

Средние

$$12856 \text{ дм} = \dots \text{ м } \dots \text{ дм}$$

$$1735 \text{ дм} = \dots \text{ м } \dots \text{ дм}$$

$$245 \text{ см} = \dots \text{ дм } \dots \text{ см}$$

Сложные

$$58 \text{ дм } 73 \text{ мм} = \dots \text{ м } \dots \text{ дм } \dots \text{ см } \dots \text{ мм}$$

$$307523 \text{ г} = \dots \text{ ц } \dots \text{ кг } \dots \text{ г}$$

## V. Итог урока

*Учитель:* Давайте вспомним тему урока.

Как вы думаете, научились ли вы преобразовывать величины?

Каким правилом пользовались на уроке?

## Содержание

Пояснительная записка .....	3
Содержания и методический аппарат учебного пособия 4 класса	
Программа 4 класса .....	5
Содержание программы .....	5
Планируемые результаты освоения обучающимися программы .....	8
Характеристика УМК «Математика. 4 класс» .....	15
Организация учебно-исследовательской и проектной деятельности учащихся .....	25
Рекомендации по материально-техническому обеспечению учебного предмета .....	29
Методический комментарий к основным разделам курса «Математика. 4 класс»	
Числа .....	31
Величины .....	39
Арифметические действия .....	42
Текстовые задачи .....	63
Пространственные отношения и геометрические фигуры .....	70
Математическая информация .....	77
Примерное тематическое планирование учебного материала .....	78
Пояснения и ответы к заданиям рабочих тетрадей .....	79
Разработки уроков математики в 4 классе .....	111

Учебно-методическое пособие

Серия «Система Л. В. Занкова»

**Аргинская** Ирэн Ильинична  
**Кормишина** Светлана Николаевна

# МАТЕМАТИКА

**4 класс**

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к учебному пособию И. И. Аргинской, Е. И. Ивановской,  
С. Н. Кормишиной

Редакция «Система Л. В. Занкова»  
Ответственный за выпуск *С. В. Золотарёв*  
Редактор *Н. А. Волынкина*  
Художественный редактор *А. С. Мисюк*  
Компьютерная вёрстка *С. Ю. Смолевой*  
Технический редактор *Т. В. Казымова*  
Корректор *Н. Г. Калинина*

Подписано в печать 01.07.2024. Формат 60х84/16.

Усл. печ. л. 7,91. Тираж экз. Заказ

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва,

ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» – **vopros@prosv.ru**.