



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

10—11

классы

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

... МЕТОДИЧЕСКОЕ
ПОСОБИЕ



к учебнику по вероятности и статистике
для физико-математических классов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

10—11

классы

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к учебнику по вероятности и статистике
для физико-математических классов

Москва
«Просвещение»
2026

УДК 373.5.016:519.2
ББК 74.262.21
М34

М34 **Математическая вертикаль : 10—11-е классы : углублённый уровень : методическое пособие к учебнику по вероятности и статистике для физико-математических классов.** — Москва : Просвещение, 2026. — 30 с.

ISBN 978-5-09-139354-5.

Пособие предназначено учителям, ведущим преподавание по учебнику «Математическая вертикаль. 10—11 классы. Углублённый уровень. Учебник по вероятности и статистике для физико-математических классов» И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко, под редакцией И. В. Яценко.

В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса «Вероятность и статистика» 10—11 классов углублённого уровня, приводятся общие методические рекомендации. Также в него включены фрагмент Федеральной рабочей программы по учебному предмету «Математика» (углублённый уровень) по курсу «Вероятность и статистика» для 10—11 классов и планирование изучения учебного курса «Вероятность и статистика» по данному учебнику.

УДК 373.5.016:519.2
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-139354-5

© АО «Издательство «Просвещение», 2026
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2026
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования в России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике старшей школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

Цель статистики — получение информации, на основании которой можно выдвигать разумные гипотезы, проверять их и делать обоснованные выводы. Статистика нужна не только для управления. Наличие статистического мышления даёт преимущество. Человек научится мыслить критически, оценивать правдоподобность суждений и утверждения.

В учебно-методический комплект «Математическая вертикаль» для 10—11 классов углублённого уровня по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Ященко, под редакцией И. В. Ященко входят:

- ✓ «Математическая вертикаль. 10—11 классы. Углублённый уровень. Учебник по вероятности и статистике для физико-математических классов» в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики и теории вероятностей, статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноимённого учебного курса углублённого уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Приоритетными целями обучения математике в 10—11 классах на углублённом уровне являются:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- подведение учащихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе.

ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть курса занимает обсуждение закона больших чисел — фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел». Помимо основных линий, в курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимают изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную в основной школе, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне, — последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Федеральной рабочей программой предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения в старшей школе, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше курсов.

В учебном плане на изучение математики в 10—11 классах на углублённом уровне отводится 8 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего 544 учебных часа.

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

10 класс

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

11 класс

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА МАТЕМАТИКА

Освоение учебного предмета «Математика» обеспечивает достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

духовно-нравственное воспитание:

осознанием духовных ценностей русского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего;

эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства;

физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности;

экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием

глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и т. п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные **регулятивные** действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами

самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

- свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;
- свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями;
- находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трёх случайных событий;
- оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;
- применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;
- свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;
- свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение;
- оперировать понятием совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для

выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

- свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;
- свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

11 класс

- вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам, оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями;
- приводить примеры задач, приводящих к показательному распределению, задач, приводящих к нормальному распределению. Оперировать понятиями: функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения, функция плотности и свойства нормального распределения;
- определять коэффициент линейной корреляции, выборочный коэффициент корреляции.

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА

«ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» 10 — 11 КЛАССОВ

В учебно-методический комплект «Математическая вертикаль» для 10—11 классов углублённого уровня по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко, под редакцией И. В. Яценко входят:

- ✓ «Математическая вертикаль. 10—11 классы. Углублённый уровень. Учебник по вероятности и статистике для физико-математических классов» в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Данный учебник кратко знакомит с основами описательной статистики и теории вероятностей. Содержание можно условно разделить на четыре части: «Статистика», «Случайные события и их вероятность», «Случайные величины и их распределения» и «Математическая статистика».

Цель курса — формирование у учащихся представлений о роли случайных событий и явлений в жизни природы, общества и отдельного человека, о математическом описании случайных явлений. Особое внимание уделяется закону больших чисел как фундаментальному закону природы, который имеет математическое выражение.

Две главы посвящены элементам теории графов и комбинаторике. Этот материал частично используется при изложении теории вероятностей, но имеет и самостоятельную ценность, так как графы и комбинаторика применяются во всех современных областях знания, включая информатику, инженерию и биологию.

Небольшая глава посвящена основам математической статистики. В ней рассматриваются свойства наиболее важных выборочных оценок. Кроме того, описывается принцип проверки гипотез на основе собранной статистики.

Последняя глава — дополнительная. В ней рассказывается о простом одномерном случайном блуждании — случайном процессе, в котором величина то растёт, то уменьшается с некоторыми вероятностями.

Большое внимание уделяется практическим вычислениям. Во многих параграфах иллюстративно показано, как решать типовые задачи с помощью встроенных функций в электронных таблицах. Многие задачи предполагают использование компьютера или калькулятора. На это указывает специальный значок возле номера задания.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Приведено примерное тематическое планирование изучения каждой главы. Это планирование ни в коей мере не является догмой. Каждый учитель в зависимости от уровня подготовки класса может составить своё поурочное планирование, используя материалы данного пособия.

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов за два года обучения.

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящем пособии, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей

программы и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, заинтересовавшую обучающихся, или направить усилия на преодоление затруднений. Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания курса внутри данного класса.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

10 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Элементы теории графов	3	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа. Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами
Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула полной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события	Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи , в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей
Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал.	Формулировать и доказывать комбинаторные факты.

		Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений
Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
Случайные величины и распределения	14	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения. Решать задачи на вычисление математического ожидания. Строить совместные распределения. Изучать свойства математического

		случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	ожидания. Решать задачи с помощью изученных свойств. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению. Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы
Общее количество часов по программе	34		

11 класс (34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Закон больших чисел	5	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбирать доказательства теорем. Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы
Элементы математической статистики	6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Выборочный метод исследований. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы
Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения	Знакомиться с понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное распределение, нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач , приводящих к

			показательному распределению и к нормальному распределению
Распределение Пуассона	2	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Выделять по описанию случайного опыта величины, распределённые по закону Пуассона. Решать задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц
Связь между случайными величинами	6	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
Обобщение и систематизация знаний	11	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
Общее количество часов по программе	34		

ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

10 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Глава I	Представление данных и описательная статистика	4	Описательная статистика. Работа с массивами данных. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов	Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных. Оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Изучать свойства дисперсии
1	Среднее арифметическое и медиана массива данных	1		
2	Сравнение описательных свойств среднего арифметического и медианы			
3	Квартили и урезанное среднее	1		
4	Межквартильный размах и диаграмма «ящик с усами»			
5*	Среднее квадратичное, среднее гармоническое и среднее геометрическое	1		
6*	Степенные средние и неравенство о средних			
7	Дисперсия и стандартное отклонение	1		
8	Свойства среднего арифметического и дисперсии			
Глава II	Элементы теории графов	3	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа. Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию
9	Графы. Цепи, циклы и деревья	1		
10	Плоские и планарные графы			
11	Степени вершин графа. Эйлеровы пути и эйлеровы графы	1		

12*	Свойства деревьев, основное дерево графа	1		случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов
13*	Эйлерова характеристика			
14*	Ориентированные графы			
Глава III	Случайные эксперименты и случайные события	6	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи, в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей
15	Случайный эксперимент, случайные события и вероятности	1		
16	Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями	1		
17	Операции над событиями	1		
18	Формула сложения вероятностей			
19	Условная вероятность случайного события и правило умножения вероятностей	1		
20	Дерево случайного эксперимента и формула полной вероятности	1		
21	Независимые события	1		
Глава IV	Элементы комбинаторики	3	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Формулировать и доказывать комбинаторные факты. Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и
22	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал числа	1		
23	Число сочетаний и треугольник Паскаля	1		
24	Формула бинома Ньютона	1		

				треугольником Паскаля для определения числа сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений
Глава V	Серии последовательных испытаний	4	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
25	Испытания. Серия испытаний до первого успеха	1	Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	
26	Серия независимых испытаний Бернулли	2	Случайный выбор из конечной совокупности.	
27	Случайный выбор из конечной совокупности	1	Практическая работа с использованием электронных таблиц	
Глава VI	Случайные величины и распределения	5	Случайная величина. Распределение вероятностей.	Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения.
28	Случайная величина и распределение вероятностей	1	Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами.	Находить значения суммы и произведения случайных величин.
29	Операции над случайными величинами	2	Примеры распределений.	Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах.
30	Геометрическое распределение и биномиальное распределение	2	Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения
Глава VII	Математическое ожидание	4	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.	Решать задачи на вычисление математического ожидания. Строить совместные распределения. Изучать свойства математического
31	Математическое ожидание дискретной случайной величины	1		

32	Совместное распределение двух случайных величин	1	Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Практическая работа с использованием электронных таблиц	ожидания. Решать задачи с помощью изученных свойств. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения
33	Независимые случайные величины			
34	Свойства математического ожидания	1		
35	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1		
Глава VIII	Рассеивание случайных величин	3	Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения	Находить дисперсию по распределению. Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы
36	Дисперсия и стандартное отклонение дискретной случайной величины	1		
37	Свойства дисперсии и стандартного отклонения	1		
38	Дисперсия и стандартное отклонение биномиального и геометрического распределений	1		
	Повторение курса 10 класса	2	Повторение основных понятий и методов курса 10 класса	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
	Итого:	34		

11 класс (34 ч)

Глава, параграф	Тема	количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Глава IX	Закон больших чисел	5	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбирать доказательства теорем. Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы
39	Неравенство Чебышёва	2		
40	Закон больших чисел (теорема Чебышёва)	2		
41	Близость частоты и вероятности. Теорема Бернулли	1		
Глава X	Элементы математической статистики	6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы
42	Генеральная совокупность и случайная выборка	1		
43	Оценки по выборке (выборочные оценки)	1		
44	Выборочные оценки среднего значения и дисперсии	2		
45	Интервальная оценка неизвестной вероятности	1		
46	Проверка статистических гипотез	1		
Глава XI	Непрерывные случайные величины	4	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения.	Оперировать понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное распределение,
47	Примеры непрерывных случайных величин	1		
48	Функция распределения и функция плотности вероятности			
49	Связь между функцией			

	распределения и функцией плотности		Функция плотности вероятности нормального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределённые по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению. Решать задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц
50	Равномерное распределение	1		
51	Показательное распределение			
52	Нормальное распределение	1		
53	Центральная предельная теорема. Доска Гальтона	1		
Глава XII	Распределение Пуассона	2	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона	Выделять по описанию случайного опыта величины, распределённые по закону Пуассона
54	Распределение Пуассона	2		
Глава XIII	Измерение линейной связи между случайными величинами	6	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
55	Совместное наблюдение двух величин и ковариация	1		
56	Свойства ковариации	1		
57	Коэффициент корреляции случайных величин	1		
58	Ковариация и коэффициент корреляции в статистике	1		
59	Различие между статистической и причинно-следственной связью	1		
60	Линейная регрессия и метод наименьших квадратов	1		

Глава XIV	Простое случайное блуждание	2		
61*	Простое одномерное случайное блуждание	1		
62*	Переходы в простом одномерном блуждании	1		
	Обобщение и систематизация знаний	9	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	Повторять изученное и выстраивать систему знаний
	Повторение изученного материала	8		
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение основных понятий и методов курса 10—11 классов, обобщение знаний	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	Итого:	34		

Учебное издание

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

10—11 классы
Углублённый уровень

Методическое пособие к учебнику по вероятности и статистике
для физико-математических классов

Центр математики
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*
Редактор *М. В. Кузнецова*
Художественный редактор *Ю. В. Христич*

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация,
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,
д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — **vopros@prosv.ru**.