



МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7—9

классы

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

• • • • Методическое пособие  
для учителя



МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7–9

КЛАССЫ

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

Методическое пособие  
для учителя

Москва  
«Просвещение»  
2024

УДК 373.5.016:519.2  
ББК 74.262.21  
М34

**Математика. Вероятность и статистика : 7—9-е классы : углублённый уровень :**  
М34 методическое пособие для учителя. — Москва : Просвещение, 2024. — 36 с.

ISBN 978-5-09-118881-3.

Пособие предназначено для учителей, которые преподают вероятность и статистику в 7—9 классах по учебникам углублённого уровня «Математика. Вероятность и статистика. 7 класс», «Математика. Вероятность и статистика. 8 класс», «Математика. Вероятность и статистика. 9 класс» Е. А. Бунимовича, В. А. Булычёва. В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса теории вероятностей и статистики для 7—9 классов, приводятся общие методические рекомендации. Также в неё включены рабочая программа по учебному предмету «Математика» для 7—9 классов и планирование изучения учебного курса.

**УДК 373.5.016:519.2**  
**ББК 74.262.21**

**ISBN 978-5-09-118881-3**

© АО «Издательство «Просвещение», 2024  
© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2024  
Все права защищены

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Математика является одним из опорных предметов основной школы. Она обеспечивает успешное изучение других школьных дисциплин: физики, химии, информатики и т. д. Математические знания, умения и навыки необходимы для подготовки школьников к жизни. Уроки математики приучают к продолжительной умственной деятельности. Учащиеся получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо, в том числе, хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике основной школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

Введение в школьную программу элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики началось с 2004 г. В 2013 году принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление. Последние годы различные исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат всё больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий. Поэтому Приказом Министерства просвещения Российской Федерации №287 от 31.05.2021 г. утверждён новый ФГОС, в котором учебный предмет «Математика» в 7—9 классах разделён на три учебных курса: «Алгебра», «Геометрия» и «Вероятность и статистика».

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 7 — 9 классов углублённого уровня Е. А. Бунимовича, В. А. Булычёва входят:

- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 8 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 9 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ задачник в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики и теории вероятностей, статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

## ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. Для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление. Именно поэтому возникла необходимость формировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

## ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

В соответствии с целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы на углублённом уровне выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов», «Множества», «Логика».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения графов и элементов теории множеств для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования «Математика» является обязательным предметом на данном уровне образования и изучается на углублённом уровне в рамках следующих учебных курсов: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Программой предусматривается выделение в учебном плане на изучение математики в 7—9 классах 8 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего 816 учебных часов.

Согласно Базисному учебному плану в 7—9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества» и «Логика».

В Базисном учебном плане на изучение данного курса отводится не менее 1 учебного часа в неделю в течение каждого года обучения, всего за три года обучения — не менее 102 учебных часов.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 7 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве; тенденции и случайные колебания; группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм; частоты значений; статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Понятие о связанных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

### 8 класс

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

### 9 класс

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения — число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА МАТЕМАТИКА

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

#### **Патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

#### **Гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

**Трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

**Эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

**Ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением навыками исследовательской деятельности.

**Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

**Экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

**Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

— готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

— необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

— способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением:

1) *Универсальными познавательными действиями, обеспечивающими формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

**Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции; обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбрать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия:**

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

2) *Универсальными коммуникативными действиями, обеспечивающими сформированность социальных навыков обучающихся.*

**Общение:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных

текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

#### **Сотрудничество:**

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальными регулятивными действиями, обеспечивающими формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

#### **Самоорганизация:**

- выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях; ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое);
- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль:**

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

#### **Эмоциональный интеллект:**

- выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

### **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Предметные результаты освоения курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне в 7—9 классах характеризуются следующими умениями.

### 7 класс

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили.
- Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.
- Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных.
- Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.

### 8 класс

- Оперировать понятиями множества, подмножества; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение; перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения.
- Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе.
- Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами.
- Иметь представление о дереве, о вершинах и рёбрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов.
- Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.
- Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.

### 9 класс

- Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.
- Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.

- Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.
- Иметь представление о случайных величинах и опознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.
- Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.
- Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.

### ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «АЛГЕБРЫ» 7 — 9 КЛАССОВ

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 7 — 9 классов углублённого уровня Е. А. Бунимовича, В. А. Булычёва входят:

- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 8 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 9 класс» в бумажной и электронной формах;
- ✓ задачник в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Одной из принципиальных особенностей новых российских образовательных стандартов является включение в программу по математике элементов теории вероятностей и статистики. А также выделение отдельного курса «Вероятность и статистика». Это целесообразно по следующим причинам:

- преподавание теории вероятностей и статистики имеет свою уникальную специфику (проведение реальных экспериментов, требующих больших затрат времени; статистическая обработка больших массивов данных и т.д.), которая требует иных, помимо традиционных, форм организации учебной деятельности;
- вероятностно-статистическая линия особенно насыщена межпредметными связями, вследствие чего данный материал может и должен быть использован не только на уроках математики, но и на занятиях по другим предметам (информатика, биология, физика, экономика и др.).

В учебниках все параграфы включают в себя несколько пунктов. В них имеются необходимые теоретические сведения и разобранные примеры. После пунктов размещены вопросы на понимание теоретического материала. После всех пунктов расположен набор упражнений ко всему параграфу. Внутри некоторых глав имеются Лабораторные работы, которые предполагают использование компьютерных программ, и помогут закрепить изученный материал.

В теории вероятностей и статистике, как ни в какой другой области математики, требуется постоянное обращение к реальным вероятностным ситуациям и опытным данным. Однако проведение статистических испытаний всегда требует слишком много времени и дополнительного оборудования. Вызывает затруднение и ручная обработка статистической информации сколько-нибудь значительных объёмов. А ведь только при большом количестве экспериментальных данных школьник может в полной мере ощутить проявление основных статистических закономерностей. Именно по этой причине

использование современных компьютерных средств обучения становится при изучении этой линии школьной математики особенно актуальным и необходимым.

На всех этапах обучения характерной чертой является опора на реальную информацию из различных, доступных школьнику областей знаний и общественной жизни, а также на его личный опыт. Для методики усвоения стохастического материала характерен проблемный подход, большой объём практических задач на реальном материале, а также исследовательских заданий, ориентированных на работу в группах, уроки-обсуждения, дискуссии.

Стохастическая линия разворачивается в курсе математики не изолированно от других вопросов, а органично встраивается в общий курс и является полем для активного использования и практического применения математических знаний, полученных при изучении других разделов (вычисления с целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, оценка, приближенные вычисления, проценты, чтение и построение графиков). Эта линия имеет развёрнутую систему связей с другими школьными предметами, включая не только физику и химию, традиционно связанные с курсом математики, но и такими как экономика, география, биология, социология, экология, язык и литература.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала по учебно-методическому комплексу по вероятности и статистике, не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания. В примерном тематическом планировании разделы основного содержания курса разбиты на темы в хронологии их изучения по соответствующему учебнику.

В Базисном учебном плане на изучение данного курса отводится не менее 1 учебного часа в неделю в течение каждого года обучения, всего за три года обучения — не менее 102 учебных часов. Ниже представлено планирование изучения материала.

Особенностью примерного тематического планирования является то, что в нём содержится описание возможных видов деятельности учащихся в процессе усвоения соответствующего содержания, направленных на достижение поставленных целей обучения. Это ориентирует учителя на усиление деятельностного подхода в обучении, на организацию разнообразной учебной деятельности, отвечающей современным психолого-педагогическим воззрениям, на использование современных технологий.

Тематическое планирование учебного курса и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь учителю. Он вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, более заинтересовавшую учеников, или направить усилия на преодоление затруднений. Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя. Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых в программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся. Единственным, но принципиально важным критерием является достижение результатов обучения.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Кол-во часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Представление данных	4	Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных. Практическая работа	<b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство продукции, общественные и природные явления). <b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
Описательная статистика	8	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных. Практическая работа	<b>Осваивать понятия:</b> числовой массив (набор), мера центра, в том числе среднее арифметическое, медиана, частота значения. <b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи. <b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. <b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах, квартиль. <b>Решать задачи</b> на выбор способа описания массивов в соответствии с природой данных и целями исследования, в том числе в ходе практической работы
Случайная изменчивость	5	Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве; тенденции и случайные колебания; группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм; частоты значений;	<b>Описывать</b> данные с помощью группировки, <b>строить</b> гистограммы, <b>выдвигать</b> простейшие гипотезы. <b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с

		статистическая устойчивость. Практическая работа	помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Введение в теорию графов	4	Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов	<b>Осваивать понятия:</b> граф, вершины и рёбра графа, степень, путь в графе, цепи и циклы, плоский граф, связный граф, ориентированный граф. <b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в графах. <b>Использовать графы</b> при решении задач из алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов
Логика	3	Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного	<b>Изучать</b> виды утверждений и высказываний. <b>Осваивать</b> способы построения условных утверждений, доказательных рассуждений, формулировки теорем, выражающих свойства и признаки, методы математических доказательств
Вероятность и частота случайного события	5	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Практическая работа	<b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. <b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). <b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. <b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов
Обобщение,	5	Представление данных. Описательная	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему

контроль		статистика. Вероятность случайного события. Множества и подмножества. Элементы теории графов	знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик, представление информации с помощью графов. <b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
----------	--	---	---

### 8 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Кол-во часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Повторение курса 7 класса	3	Представление данных в виде таблиц и диаграмм. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Случайные события. Вероятности и частоты. Элементы теории множеств. Элементы теории графов	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. <b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. <b>Решать задачи</b> на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, задачи на описание множеств и представление информации в виде графов
Множества	4	Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения	<b>Осваивать понятия:</b> множество, подмножество, включение, пересечение и объединение множеств, числовые множества, числовые промежутки. <b>Решать задачи</b> с помощью формул включения-исключения
Вероятность	4	Элементарные события. Вероятности случайных	<b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие,

случайного события		<p>событий.  Опыты с равновероятными элементарными событиями.  Случайный выбор.  Практическая работа</p>	<p>случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновероятные элементарные события.  <b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта.  <b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий в опытах с равновероятными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера.  <b>Проводить и изучать опыты</b> с равновероятными элементарными событиями, в том числе с использованием монет, игральные кости и других моделей в ходе практической работы</p>
Описательная статистика. Рассеивание данных	5	<p>Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения.  Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.  Практическая работа</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных.  <b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания.  <b>Строить диаграммы рассеивания</b> по имеющимся данным, в том числе с помощью цифровых ресурсов</p>
Введение в теорию графов	3	<p>Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева.  <b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер.  <b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, свойства плоских графов</p>

Логика	2	Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре	<b>Изучать методы</b> и структуру математических утверждений, содержащих логические союзы. <b>Осваивать</b> использование логических союзов при построении систем и совокупностей уравнений и неравенство от противного
Операции над случайными событиями. Сложение вероятностей	3	Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей	<b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, совместные и несовместные события. <b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). <b>Решать задачи</b> , в том числе текстовые, на вычисление вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера
Условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события	5	Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события	<b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события, дерево случайного опыта. <b>Решать задачи</b> на определение и свойства независимых событий. <b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей с использованием дерева случайного опыта
Обобщение, контроль	5	Рассеивание данных в числовых массивах. Операции над множествами и событиями. Вероятность случайного события. Сложение и умножение вероятностей. Деревья и плоские графы	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. <b>Решать задачи</b> с применением графов. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей

			объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений
--	--	--	--

**9 класс (не менее 34 ч)**

<b>Название раздела (темы)</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Основное содержание</b>	<b>Основные виды деятельности обучающихся</b>
Повторение курса 8 класса	3	Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий. Деревья и плоские графы	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых с использованием графических представлений и дерева случайного опыта
Элементы комбинаторики	6	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики	<b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. <b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций, количества элементарных событий, нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля. <b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона)
Геометрическая вероятность	3	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	<b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из фигуры на плоскости (многоугольника, круга), из отрезка или дуги окружности, из числового промежутка
Испытания	6	Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний	<b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное

Бернулли		до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества	событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний Бернулли, в том числе с помощью цифровых ресурсов
Случайная величина	3	Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения — число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения)	<b>Осваивать понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. <b>Изучать</b> , в том числе с помощью цифровых ресурсов, <b>и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (в том числе рост и вес человека, численность населения, стоимость товаров и услуг), случайных величин, связанных с изученными случайными опытами
Числовые характеристики случайных величин	6	Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений	<b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. <b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. <b>Знакомиться</b> с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли
Закон больших чисел	3	Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке,	<b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину. <b>Знакомиться</b> законом больших чисел как математическим выражение статистической

		в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях	<p>устойчивости частот и средних значений.</p> <p><b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей, в природе и в обществе</p>
Обобщение, контроль	4	<p>Вероятности случайных событий.</p> <p>Элементы комбинаторики.</p> <p>Серия испытаний Бернулли. Случайные величины и распределения.</p> <p>Числовые характеристики случайных величин.</p> <p>Закон больших чисел</p>	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в сериях независимых испытаний, в том числе с помощью комбинаторных фактов и формул.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение свойств распределений, нахождение математических ожиданий и дисперсий изученных распределений.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в науке, в природе и в обществе</p>

ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Вероятность и статистика (102 ч за 3 года обучения)  
7 класс (34 ч)

Параграф	Тема	Кол-во часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
<b>Глава 1. Представление данных (4 ч)</b>				
§ 1	<b>Таблицы</b>	1	Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм.	<b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство продукции, общественные и природные явления). <b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
	1. Чтение таблиц 2. Сбор данных и их представление в виде таблиц			
§ 2	<b>Диаграммы</b>	1	Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.	
	1. Столбиковые диаграммы 2. Круговые диаграммы			
§ 3	<b>Электронные таблицы</b>	1	Практическая работа	
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1			
§ 4	<b>Опрос общественного мнения</b>	1		
<b>Глава 2. Описательная статистика (8 ч)</b>				
§ 5	<b>Значения и их частоты</b>	2	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.	<b>Осваивать понятия:</b> числовой массив (набор), мера центра, в том числе среднее арифметическое, медиана, частота значения. <b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи.
	1. Таблица частот 2. Полигон частот 3. Частоты в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	1		
§ 6	<b>Числовые характеристики среднего</b>	2	Практическая работа	

	1. Мода 2. Среднее арифметическое 3. Медиана 4. Средние характеристики: какая лучше? 5. Среднее гармоническое			<p><b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ.</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах, квартиль.</p> <p><b>Решать задачи</b> на выбор способа описания массивов в соответствии с природой данных и целями исследования, в том числе в ходе практической работы</p>
§ 7	<b>Числовые характеристики разброса</b>	2		
	1. Наибольшее и наименьшее значения. Размах 2. Усечённое среднее. Межквартильный размах 3. Числовые характеристики в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
<b>Глава 3. Случайная изменчивость (5 ч)</b>				
§ 8	<b>Случайная изменчивость вокруг нас</b>	2	<p>Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве; тенденции и случайные колебания; группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм; частоты значений; статистическая устойчивость. Практическая работа</p>	<p><b>Описывать</b> данные с помощью группировки, <b>строить</b> гистограммы, <b>выдвигать</b> простейшие гипотезы.</p> <p><b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы</p>
	1. Массовое производство 2. Урожайность 3. Технические нормы 4. Изменчивость в живой природе 5. Цены на рынке 6. Погрешность измерений 7. Монета, кубик и другие источники случая			
§ 9	<b>Случайность и закономерность</b>	1		
	1. Тенденции и случайные колебания 2. Статистическая устойчивость			

	средних значений 3. Статистическая устойчивость частот 4. Случайная изменчивость в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	1		
<b>§ 10</b>	<b>Группировка данных</b>	1		
	1. Интервальный ряд 2. Гистограмма 3. Вычисление числовых характеристик интервального ряда			
<b>Глава 4. Графы (4 ч)</b>				
<b>§ 11</b>	<b>Граф и способы его задания</b>	2	Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов	<b>Осваивать понятия:</b> граф, вершины и рёбра графа, степень, путь в графе, цепи и циклы, плоский граф, связный граф, ориентированный граф. <b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в графах. <b>Использовать графы</b> при решении задач из алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов
	1. Что такое граф 2. Способы задания графа			
<b>§ 12</b>	<b>Основные понятия и свойства</b>	2		
	1. Степени вершин 2. Связность 3. Циклы			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5			
<b>Глава 5. Логика (3 ч)</b>				
<b>§ 13</b>	<b>Высказывания (суждения, утверждения)</b>	1	Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и	<b>Изучать</b> виды утверждений и высказываний. <b>Осваивать</b> способы построения условных утверждений, доказательных рассуждений, формулировки теорем,
	1. Высказывания истинные и ложные 2. Отрицание высказываний			

<b>§ 14</b>	<b>Условные высказывания</b>	1	признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного	выражающих свойства и признаки, методы математических доказательств
	1. Что такое условное высказывание 2. Обратные высказывания и равносильность 3. Необходимые и достаточные условия 4. Свойства и признаки			
<b>§15</b>	<b>Доказательства от противного</b>	1		
	1. Противоположные утверждения 2. Доказательство от противного			
<b>Глава 6. Вероятность и частота (5 ч)</b>				
<b>§ 16</b>	<b>Случайные события</b>	2	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Практическая работа	<b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. <b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). <b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. <b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов
	1. Невозможные, достоверные и случайные события 2. Случайный эксперимент и его исходы			
<b>§ 17</b>	<b>Что такое вероятность?</b>	2		
	1. Частота случайного события 2. Оценка вероятности по частоте 3. Опыты с равновероятными исходами 4. Свойства вероятности 5. Маловероятные и практически достоверные события 6. Частота и вероятность в электронных таблицах			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6	1		

<b>Итоговое повторение и контроль (5 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение	4	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Множества и подмножества. Элементы теории графов	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик, представление информации с помощью графов. <b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	<b>Итого:</b>	<b>34</b>		

### 8 класс (34 ч)

<b>Параграф</b>	<b>Тема</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Предметное содержание</b>	<b>Характеристика деятельности обучающихся</b>
	Повторение курса 7 класса	3	Представление данных в виде таблиц и диаграмм. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Случайные события. Вероятности и частоты. Элементы теории множеств. Элементы теории графов	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. <b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. <b>Решать задачи</b> на определение

				частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, задачи на описание множеств и представление информации в виде графов
<b>Глава 1. Множества (4 ч)</b>				
<b>§ 1</b>	<b>Множество и его подмножества</b>	1	Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из алгебры и геометрии.	<b>Осваивать понятия:</b> множество, подмножество, включение, пересечение и объединение множеств, числовые множества, числовые промежутки. <b>Решать задачи</b> с помощью формул включения-исключения
	1. Что такое множество? 2. Способы задания множества 3. Подмножества 4. Пустое множество и универсальное множество			
<b>§ 2</b>	<b>Операции над множествами</b>	2		
	1. Числа и множества 2. Пересечение множеств 3. Объединение множеств 4. Разность множеств 5. Дополнение к множеству 6. Формула включения-исключения		Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения	
<b>§ 3</b>	<b>Выражения с множествами</b>	1		
	1. Свойства операций над множествами 2. Упрощение выражений и доказательство тождеств			
<b>Глава 2. Вероятность случайного события (4 ч)</b>				
<b>§ 4</b>	<b>Случайный опыт и случайные события</b>	1	Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными	<b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих
	1. Случайный опыт и его исходы			

	2. Частота и вероятность		элементарными событиями.	элементарных событий,
<b>§ 5</b>	<b>Опыты с равновозможными исходами</b>	2	Случайный выбор. Практическая работа	равновозможные элементарные события. <b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта. <b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера. <b>Проводить и изучать опыты</b> с равновозможными элементарными событиями, в том числе с использованием монет, игральных костей и других моделей в ходе практической работы
	1. Классическое определение вероятности 2. Равновозможные исходы в сложных опытах 3. Подсчёт исходов по правилу умножения 4. Правило вычитания и правило сложения 5. Моделирование случайных опытов в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	1		
<b>Глава 3. Разброс и рассеивание данных (5 ч)</b>				
<b>§ 6</b>	<b>Дисперсия и стандартное отклонение</b>	2	Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания. Практическая работа	<b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. <b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. <b>Строить диаграммы рассеивания</b> по имеющимся данным, в том числе с помощью цифровых ресурсов
	1. Дисперсия числового набора 2. Стандартное отклонение 3. Формула для вычисления дисперсии 4. Вычисление дисперсии по таблице частот			
<b>§ 7</b>	<b>Статистическая зависимость</b>	2		
	1. Диаграммы рассеивания 2. Линейная связь			

	3. Ещё раз о статистической зависимости 4. Статистика в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	1		
<b>Глава 4. Графы (3 ч)</b>				
<b>§ 8</b>	<b>Виды графов</b>	2	Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев	<b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. <b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер. <b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, свойства плоских графов
	1. Определение графа 2. Связность и циклы 3. Двудольные графы 4. Полные графы 5. Планарные графы			
<b>§ 9</b>	<b>Деревья</b>	1		
	1. Деревья в теории графов 2. Свойства деревьев 3. Дерево игры 4. Дерево случайного эксперимента			
<b>Глава 5. Логика (2 ч)</b>				
<b>§ 10</b>	<b>Логические операции</b>	1	Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре	<b>Изучать методы</b> и структуру математических утверждений, содержащих логические союзы. <b>Осваивать</b> использование логических союзов при построении систем и совокупностей уравнений и неравенство от противного
	1. Виды высказываний 2. Операция «не» 3. Операция «и» 4. Операция «или» 5. Операция «следовательно»			
<b>§ 11</b>	<b>Логические выражения</b>	1		
	1. Логические операции и операции над множествами			

	2. Свойства логических операций 3. Логические тождества			
<b>Глава 6. Сложение и умножение вероятностей (8 ч)</b>				
<b>§ 12</b>	<b>Операции над событиями</b>	2	<p>Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей. Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, совместные и несовместные события. <b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). <b>Решать задачи</b>, в том числе текстовые, на вычисление вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера. <b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события, дерево случайного опыта. <b>Решать задачи</b> на определение и свойства независимых событий. <b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей с использованием дерева случайного опыта</p>
	1. События и множества 2. Противоположное событие 3. Пересечение событий 4. Объединение событий 5. События и формулы			
<b>§ 13</b>	<b>Сложение вероятностей</b>	2		
	1. Вероятность противоположного события 2. Формула суммы для несовместных событий 3. Формула суммы для произвольных событий 4. Использование диаграмм для вычисления вероятностей			
<b>§ 14</b>	<b>Умножение вероятностей</b>	3		
	1. Можно ли умножать вероятности? 2. Условная вероятность 3. Вероятность пересечения событий 4. Независимые события 5. Вероятность объединения независимых событий 6. Независимость реальных событий 7. Дерево вероятностей			

	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
<b>Итоговое повторение и контроль (5 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение	4	<p>Рассеивание данных в числовых массивах. Операции над множествами и событиями.</p> <p>Вероятность случайного события. Сложение и умножение вероятностей.</p> <p>Деревья и плоские графы</p>	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему знаний.</b></p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> с применением графов.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений</p>
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 8 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	<b>Итого:</b>	<b>34</b>		

**9 класс (34 ч)**

Параграф	Тема	Кол-во часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
	Повторение курса 8 класса	3	<p>Представление данных. Описательная статистика.</p> <p>Операции над событиями.</p> <p>Независимость событий. Деревья и</p>	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему знаний.</b></p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.</p>

			плоские графы	<b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых с использованием графических представлений и дерева случайного опыта
<b>Глава 1. Элементы комбинаторики (6 ч)</b>				
<b>§ 1</b>	<b>Комбинаторные правила подсчёта</b>	2	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики	<b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. <b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций, количества элементарных событий, нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля. <b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона)
	1. Чем занимается комбинаторика? 2. Перебор комбинаций 3. Дерево перебора 4. Правила умножения и деления 5. Число подмножеств данного множества 6. Правила сложения и вычитания			
<b>§ 2</b>	<b>Основные типы комбинаций и их подсчёт</b>	2		
	1. Перестановки 2. Размещения 3. Сочетания 4. Двоичные коды и сочетания с повторениями 5. Свойства чисел сочетаний 6. Треугольник Паскаля 7. Бином Ньютона			
<b>§ 3</b>	<b>Комбинаторика при подсчёте вероятностей</b>	2		
	1. Комбинаторика в опытах с монетой и кубиком			

	2. Комбинаторика перестановок 3. Комбинаторика случайного выбора			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1			
<b>Глава 2. Геометрическая вероятность (3 ч)</b>				
<b>§ 4</b>	<b>Случайный выбор точки</b>	1	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	<b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из фигуры на плоскости (многоугольника, круга), из отрезка или дуги окружности, из числового промежутка
	1. Случайная точка на отрезке 2. Случайная точка на окружности 3. Случайная точка в геометрической фигуре на плоскости			
<b>§ 5</b>	<b>Геометрическая вероятность при решении задач</b>	1		
	1. Случайный выбор нескольких точек 2. Задача о встрече 3. Парадокс Бертрانا 4. Случайные точки в электронной таблице			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	1		
<b>Глава 3. Испытания Бернулли (6 ч)</b>				
<b>§ 6</b>	<b>Независимые испытания</b>	2	Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.	<b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли.
	1. Успех и неудача 2. Формула Бернулли 3. Наиболее вероятное число успехов			
<b>§ 7</b>	<b>Испытания до первого успеха</b>	3	Случайный выбор из конечного множества	<b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха.
	1. Когда же наступит успех? 2. Сколько испытаний провести?			

	3. Испытания Бернулли в электронной таблице			<b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний Бернулли, в том числе с помощью цифровых ресурсов
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	1		
<b>Глава 4. Случайные величины (3 ч)</b>				
<b>§ 8</b>	<b>Понятие случайной величины</b>	1	Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения — число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения)	<b>Осваивать понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. <b>Изучать</b> , в том числе с помощью цифровых ресурсов, <b>и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (в том числе рост и вес человека, численность населения, стоимость товаров и услуг), случайных величин, связанных с изученными случайными опытами
	1. Что такое случайная величина 2. Случайные величины в статистике 3. Дискретные и непрерывные величины			
<b>§ 9</b>	<b>Распределение вероятностей</b>	1		
	1. Закон распределения вероятностей 2. Биномиальное распределение 3. Геометрическое распределение			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	1		
<b>Глава 5. Числовые характеристики случайных величин (6 ч)</b>				
<b>§ 10</b>	<b>Математическое ожидание</b>	3	Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений	<b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. <b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. <b>Знакомиться</b> с математическим
	1. Что такое математическое ожидание? 2. Физический смысл математического ожидания 3. Свойства математического ожидания 4. Математическое ожидание биномиального распределения 5. Математическое ожидание геометрического распределения			

<b>§ 11</b>	<b>Дисперсия и стандартное отклонение</b>	3		ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли
	1. Что такое дисперсия? 2. Свойств а дисперсии 3. Стандартное отклонение 4. Дисперсия биномиального распределения 5. Дисперсия геометрического распределения			
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5			
<b>Глава 6. Закон больших чисел (3 ч)</b>				
<b>§ 12</b>	<b>Математическое обоснование устойчивости частот</b>	1	Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.	<b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.
	1. Неравенство Чебышёва 2. Теорема Бернулли: вероятность и частота 3. Среднее арифметическое и математическое ожидание		Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях	<b>Знакомиться</b> законом больших чисел как математическим выражение статистической устойчивости частот и средних значений.
<b>§ 13</b>	<b>Закон больших чисел вокруг нас</b>	1		<b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.
	1. Закон больших чисел в природе 2. Закон больших чисел в обществе			<b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей, в природе и в обществе
	ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6	1		
<b>Итоговое повторение и контроль (4 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение	3	Вероятности случайных событий. Элементы комбинаторики. Серия испытаний Бернулли. Случайные величины и распределения. Числовые характеристики случайных	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему знаний.</b> <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в сериях независимых испытаний, в том числе с помощью

			величин. Закон больших чисел	комбинаторных фактов и формул. <b>Решать задачи</b> на определение свойств распределений, нахождение математических ожиданий и дисперсий изученных распределений. <b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в науке, в природе и в обществе
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7—9 классов	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
	<b>Итого:</b>	<b>34</b>		

Учебное издание

**МАТЕМАТИКА  
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

7—9 классы  
Углублённый уровень

Методическое пособие для учителя

Центр математики, физики и астрономии  
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*  
Редактор *М. В. Кузнецова*  
Художественный редактор *Ю. В. Христинич*

Подписано в печать 07.06.2024. Формат 70 × 90/16.  
Гарнитура «Школьная». Усл. печ. л. 2,25.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».  
Российская Федерация,  
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru)